



Rendiconti
Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL
*Memorie e Rendiconti di Chimica, Fisica,
Matematica e Scienze Naturali*
139° (2021), Vol. II, fasc. 1, pp. 1-27
ISSN 0392-4130 • ISBN 000-00-00000-00-0

L'antica acustica musicale e la *Sectio Canonis*: quello che resta di un prodotto della scienza ellenistica

STEFANO ISOLA

Scuola di Scienze e Tecnologie, Università di Camerino, 62032 Camerino, Italy
E.mail: stefano.isola@unicam.it

Abstract – This work discusses the Hellenistic origin of some concepts underlying modern harmonic science. The framing of some ancient works in a long-term perspective allows us to highlight with particular evidence a drastic cultural break, which occurred around the middle of the 2nd century B.C., following which important conceptual tools for the theoretical modeling of musical acoustic phenomena, such as coincidences, resonances and harmonics, underwent a significant process of fragmentation and decontextualization before reaching the hands of humanists and scientists in the first modern age, to the point of inducing at the eyes of historians an image of the ancient harmonic science as a mere metaphysics dominated by mysticism and numerology.

Keywords: Musical Acoustics; Hellenistic Science; *Sectio canonis*; Epistemology of Music

Riassunto – Questo lavoro discute l'origine ellenistica di alcuni concetti alla base della scienza armonica moderna. L'inquadramento di alcune antiche opere in una prospettiva di lungo periodo consente di mettere in luce con particolare evidenza una drastica cesura culturale, avvenuta intorno alla metà del II sec. a. C., in seguito alla quale importanti strumenti concettuali per la modellizzazione teorica di fenomeni di acustica musicale, come le coincidenze, le risonanze e gli armonici, hanno subito un significativo processo di frammentazione e decontestualizzazione prima di giungere nelle mani di umanisti e scienziati nella prima età moderna, al punto da poter indurre agli occhi degli storici un'immagine dell'antica scienza armonica come una mera metafisica dominata da misticismo e numerologia.

Parole chiave: Acustica musicale; Scienza ellenistica; *Sectio canonis*; Epistemologia della musica

INTRODUZIONE

Negli ultimi decenni si è sviluppato un certo interesse sul tema dei rapporti tra musica e scienza nell'età di Galileo – per parafrasare il titolo di una raccolta di testi sull'argomento¹ – dove l'idea generale sembra quella che ancor prima del ben noto risveglio scientifico del Seicento, si sia sviluppato, antepoendosi e sovrappoendosi a quello, un meno noto risveglio musicale, espresso sia in termini di trasformazione della pratica artistica che di ridefinizione degli assetti teorici. L'affermazione del nuovo spirito musical-scientifico avrebbe liberato sia i musicisti pratici che i teorici dal fardello del mito e della tradizione, aprendo da una parte la strada alla libertà espressiva del musicista pratico e, dall'altra, stimolando un approccio empirico ai problemi di acustica. Secondo alcuni autori, come lo storico della scienza canadese Stillman Drake, tale approccio avrebbe precorso e aperto la strada al metodo sperimentale galileiano².

L'introduzione della teoria musicale nella storia della scienza è di per sé un passo importante, da vari punti di vista, in particolare per la possibilità che offre di gettare nuova luce su alcuni delicati aspetti metodologici. D'altra parte, proprio a questo fine, sembra essenziale adottare un approccio che, oltre a tentare di inserire aspetti diversi della cultura di una data epoca in un quadro unitario, eviti di compartimentare la cultura e la scienza di epoche storiche diverse in modo temporalmente autoreferenziale, specialmente in riferimento al fondamentale rapporto tra scienza antica e scienza moderna.

Proprio riguardo a quest'ultimo aspetto possiamo rilevare che il filone di ricerca richiamato poc'anzi, di fattura prevalentemente anglosassone, è perlopiù improntato allo stesso "mito di fondazione" di stampo illuminista secondo il quale la Rivoluzione Scientifica del '600 avrebbe inaugurato l'età moderna segnando un taglio netto con l'oscurantismo di una generica età antica, af-

francandosi dalle antiche tradizioni libresche per osservare direttamente la natura con la guida della sola ragione. In questo quadro, ad esempio, è opinione diffusa che la connessione tra, da una parte, i rapporti numerici già stabiliti dagli antichi teorici per caratterizzare gli intervalli di riferimento con cui si costruiscono molte scale musicali e, dall'altra, certi fenomeni acustici fondamentali, sia un risultato emerso per la prima volta dal libero spirito di osservazione degli umanisti e dei meccanicisti del XVI secolo, poi rielaborato dagli scienziati del secolo successivo. L'origine della scoperta di quei rapporti numerici resta così relegata in una tradizione meramente speculativa, tanto oscura nei suoi metodi quanto stranamente fortunata nei suoi esiti.

Ecco ad esempio come si esprime un importante storico della musica rinascimentale e barocca, Claude Palisca:

La nuova acustica sostituì il complesso agglomerato di mito, dogmi scolastici, misticismo e numerologia, che costituivano il fondamento dell'antica teoria musicale con una base molto meno imponente ma più solida e permanente. Diversamente dalla vecchia metafisica, la nuova scienza riconobbe la prerogativa del musicista. Mentre gli insegnava a comprendere il materiale grezzo che accoglieva dalla natura, lo lasciava libero di impiegarlo secondo le sue necessità e di plasmare i suoi precetti operativi secondo motivazioni puramente estetiche³.

D'altra parte, se non si mette in evidenza quali sono le idee che alla scienza moderna sono venute da quella antica, sia pure in forma parziale o deformata, non si capisce perché gli scienziati fanno quello che fanno, e si finisce col raccontare storie come quella della mela di Newton. E difatti, recidendo il legame essenziale tra scienza antica e scienza moderna⁴, si finisce con il respingere la prima in una dimensione ancor più favolistica e con l'avvolgere nell'oscurità l'origine della seconda. Come scrivono Lucio Russo ed Emanuela Santoni:

una delle conseguenze più gravi di questa restrizione dell'orizzonte temporale, che ha tentato di comprimere la storia della scienza nell'arco di poco più di tre secoli, è stata la fede, a lungo diffusa, in quel progresso continuo e automatico della scienza che sembrava di poter estrapolare dalla storia degli ultimi secoli⁵.

¹ (COELHO 1992); vedi anche (COHEN 1984).

² (DRAKE 1970), in cui l'autore sostiene appunto l'idea della nascita della scienza sperimentale quale esito della contrapposizione in ambito acustico-musicale tra "conservatori" e "innovatori", i primi acriticamente assoggettati all'autorità di un'antica tradizione puramente speculativa, i secondi che invece ne sfidavano l'autorità appellandosi all'esperienza fisica. Cfr. anche (DRAKE 1975), pp. 98-105, dove si può leggere: «Neither classical antiquity nor the Middle Ages lacked for brilliant speculations, but for 2,000 years they did nothing useful to bridge the gaps in the empirical data. The modern era began with Galileo's law of falling bodies, and if Galileo had had no way of dividing time into intervals of less than a second, he could never have established that law firmly enough for it to deserve acceptance».

³ (PALISCA, 1961). La citazione è tratta dalla traduzione italiana (parziale) che si trova in (GOZZA 1989), p. 167.

⁴ Adottando sovente uno stile denigratorio divenuto un genere caratteristico almeno a partire dall'età dei Lumi (di cui la citazione di Palisca è solo un pacato esempio).

⁵ (RUSSO SANTONI 2010), p. 12.

Ora, se la trama generale dei rapporti tra scienza antica e scienza moderna ha beneficiato negli ultimi decenni di un considerevole lavoro di ricostruzione, nei contenuti come dal punto di vista metodologico⁶, in ambito acustico-musicale la situazione appare decisamente più compartimentata: la letteratura sull'antica scienza armonica è assai ricca, così come lo è quella sull'acustica e la teoria musicale della prima età moderna, ma un lavoro di sintesi critica dei rapporti tra le due nel quadro della storia generale della scienza sembra ancora assente.

In questo lavoro, vorrei avviare un tentativo di riformulazione di alcuni passaggi della storia culturale legata alle teorie acustico-musicali alla luce di un fenomeno storico gravemente sottovalutato, quando non ignorato del tutto: la catastrofe culturale che ha colpito il mondo mediterraneo a partire dalla metà del II secolo a.C., quando un repentino giro di vite nella politica estera di Roma portò all'eliminazione di qualsiasi entità statale che nutrisse ambizioni di autonomia. Tra gli effetti di tale politica vi fu l'interruzione di un secolare e straordinario sviluppo culturale, con una drammatica perdita di conoscenze e soprattutto di strumenti intellettuali. Senza entrare in alcun modo in una disamina storico-culturale di quegli eventi, per la quale rimando ancora una volta ai lavori di Lucio Russo⁷, vorrei qui cercare di fornire alcuni elementi a supporto dell'idea che quel fenomeno storico debba essere considerato un vero e proprio spartiacque culturale anche ai fini della ricezione moderna dell'antica teoria musicale greca e dei suoi legami con l'acustica.

Con l'espressione "antica teoria musicale greca" s'intende di solito un vasto agglomerato di frammenti, citazioni, trattati e compilazioni che spazia in un arco temporale di quasi un millennio⁸, e nondimeno strutturato in due gruppi ben distinti: il primo gruppo comprende innanzitutto alcuni frammenti che testimoniano una serie di ricerche condotte a partire dal VI secolo a.C. e per almeno due secoli, che condussero ad un progressivo approfondimento dei problemi acustici inerenti alla co-

struzione delle scale musicali e ad una formulazione sempre più precisa dei risultati⁹. Di tali ricerche fanno parte le prime sperimentazioni scientifiche nella storia occidentale di cui si serbi una narrazione abbastanza dettagliata¹⁰. Diversi momenti di queste ricerche sono incarnati dalle figure di Pitagora¹¹ (VI sec. a.C.), Laso di Ermione¹² e i discepoli di Ippaso¹³ (VI-V sec. a.C.), Filolao (V-IV sec. a.C.), i seguaci di Eudosso¹⁴ e di Archita¹⁵ (IV sec. a.C.). Il primo gruppo comprende inoltre alcuni dei *Problemata* pseudo-aristotelici¹⁶, frammenti di Era-

⁹ Tali risultati, alcuni dei quali discuteremo nel seguito, comprendevano la divisione del tetracordo e l'adozione dell'ottacordo, la divisione della quinta in terza maggiore e terza minore, la divisione della terza maggiore in tono maggiore e tono minore, la determinazione numerica degli intervalli di riferimento con cui costruire la scala diatonica, la legge degli intervalli multipli ed epimorici, l'identificazione della natura del suono come vibrazione, la formulazione della legge che l'altezza dei suoni è proporzionale al numero delle vibrazioni e inversamente proporzionale alla lunghezza della corda vibrante, la spiegazione del fenomeno della consonanza in termini di coincidenze degli impulsi.

¹⁰ Anche se, nella gran parte delle fonti (tarde), tale narrazione viene stilizzata in un singolo leggendario episodio, in cui Pitagora passando per caso presso l'officina di un fabbro e ascoltando i suoni consonanti e dissonanti prodotti dai martelli degli operai avrebbe compreso le relazioni numeriche intercorrenti tra i pesi dei martelli stessi e le altezze delle note generate, e le avrebbe poi successivamente riprodotte con corde tese poste in vibrazione. Questa storia è narrata ad esempio da Nicomaco (*The Manual of Harmonics*, ed. by F. R. Levin, Phanes Press, Grand Rapids 1994, pp. 83-85); Giamblico (in *Summa Pitagorica*, a cura di F. Romano, Bompiani, Milano 2012, pp. 166-173); Macrobio (*Commento al Sogno di Scipione*, a cura di M. Neri, Bompiani, Milano 2014, pp. 436-39 (II.1.8)); Boezio (*De Institutione Musica*, a cura di G. Marzi, Istituto Italiano per la Storia della Musica, Roma 1990, pp. 408-410 (I.10-11)). Più in generale, sulle fonti testuali e i problemi storiografici associati a queste sperimentazioni "pitagoriche" cfr. (CINCAGLINI 1991) e (COMOTTI 1991).

¹¹ Cfr. (CAPPARELLI 1944); (TIMPANARO CARDINI 1962); (BURKERT 1972).

¹² Sulla vita e le opere di Laso cfr. (PRIVITERA 1965).

¹³ Laso e Ippaso sono menzionati insieme tra i principali studiosi impegnati in ricerche acustiche da Teone di Smirne, autore in epoca adrianea di un'opera intitolata *Esposizione delle conoscenze matematiche utili alla lettura di Platone* (59, 7-15), la cui fonte principale potrebbe essere stata Aristosseno (cfr. (PETRUCCI 2012)).

¹⁴ La cui teoria musicale è appaiata a quella di Archita da Teone Sm. (61, 11-17).

¹⁵ Su Archita cfr. (CINCAGLINI 1998) e (HUFFMAN 2005).

¹⁶ *Problemi riguardanti l'armonia* (*Ἔσσα περὶ ἁρμονίας*) in (ARISTOTELE/FERRINI 2002), sez. XIX, pp. 274-297. Parte di una più ampia opera di problemi di natura fisica affrontati con il metodo della domanda/risposta, che si ritiene contenere un nucleo originale aristotelico sul quale sono intervenute ampie aggiunte e manipolazioni successive. I *Problemata* furono poi tradotti dal greco al

⁶ Soprattutto grazie ai fondamentali contributi di Lucio Russo, tra i quali: (RUSSO 1996); (RUSSO 2003); (RUSSO 2013); (RUSSO 2015); (RUSSO 2018).

⁷ Cfr. (RUSSO 2013), cap. 5; ma a questo tema fondamentale è stato ora dedicato un libro apposito (RUSSO 2021).

⁸ Facendo eccezione degli scrittori tardo-bizantini, come Michele Psello, Giorgio Pachimere, Teodoro Metochita e Manuele Briennio, che ampliavano ulteriormente l'intervallo temporale. Per recenti trattazioni sinottiche sull'antica teoria musicale greca cfr. (BARKER 1984); (BARKER 1989); (ZANONCELLI 1990); (MATHIESEN 1999).

clide Pontico¹⁷, di Teofrasto¹⁸ ed altri esponenti della scuola peripatetica, tra cui un ampio stralcio del *De Audibilibus*¹⁹, e due corposi frammenti delle prime opere teoriche indipendenti sopravvissute: l'*Armonica* e la *Ritmica* di Aristosseno (IV sec. a.C.), nelle quali viene sviluppata un'articolata razionalizzazione di molteplici aspetti e funzioni della musica nel quadro della filosofia aristotelica. Il gruppo si conclude infine con la *Sectio Canonis*, un breve trattato sulla divisione del canone monocollo, probabilmente estratto di un trattato più ampio, attribuito ad Euclide (III sec. a.C.), in cui è abbozzato un modello matematico per l'accordatura degli strumenti nel quadro della scienza esatta ellenistica (ci torneremo più avanti).

Le opere del secondo gruppo datano invece dal I al V secolo della nostra era, e comprendono manuali e trattati compilativi di Plutarco, Cleonide, Nicomaco di Gerasa, Teone di Smirne, Tolomeo, Porfirio²⁰, Gaudenzio, Aristide Quintiliano, Bacchio, Alipio, e tre manuali noti sotto il nome di Anonyma Bellermanniana²¹. Circa tre

latino attorno alla metà del XIII secolo e commentati poco dopo da Pietro d'Abano. Grazie all'attribuzione ad Aristotele godettero per secoli di grande notorietà, pur non essendo testi d'insegnamento ufficiale nelle università.

¹⁷ Parte di un perduto *Introduzione alla Musica* (*Μουσική εισαγωγή*) citato in Porfirio, *Commentario alla scienza armonica di Tolomeo*, I 3, 30-31, in Claudio Tolomeo, *Armonica con il Commentario di Porfirio*, a cura di M. Raffa, Bompiani, Milano 2016, pp. 359-363.

¹⁸ Cfr. Porfirio, *Commentario*, cit., I 3, 62-65.

¹⁹ Un breve trattato di acustica, trasmessoci anch'esso da Porfirio, che lo cita nel suo *Commentario* (I 3, 67-78) come opera di Aristotele, ma convincentemente attribuita a Stratone di Lampasaco in (GOTTSCHALK 1986).

²⁰ Nell'*Armonica* di Tolomeo (II sec.), e poi nel *Commentario* di Porfirio (III sec.), viene citato anche un certo Didimo il Musicista, autore in età neroniana di un'opera intitolata *Sulla differenza della scuola musicale pitagorica rispetto all'aristossenica* (cfr. (BARKER 1989), 230). Nel *Commentario* è citata anche una tale Tolemeide di Cirene, di incerta collocazione, autrice di un'opera dal titolo *Elementi pitagorici di musica*, nella quale sembra prevalentemente condividere una preoccupazione condivisa da Didimo e dallo stesso Tolomeo: trovare una forma di conciliazione filosofica tra i presunti fautori della ragione (*λόγος*) e dei sensi (*αἴσθησις*). Si tratta evidentemente di una preoccupazione attinente nuovamente a un quadro speculativo pre-ellenistico, tipica del revival di studi della prima età imperiale. Per altro, la presunta opposizione tra "pitagorici" e "aristossenici", divenuta poi un persistente luogo comune, affermato ancora oggi, è tutt'altro che chiara nel primo gruppo di opere che abbiamo indicato. Essa appare piuttosto, in buona misura, un artificio elaborato per mettere in rilievo l'importanza della propria esposizione: in quest'attitudine Tolomeo si accomuna strettamente al suo contemporaneo Galeno; cfr. (ISOLA 2016).

²¹ Da Friedrich Bellemann, che per primo li pubblicò nel 1842.

secoli separano nettamente i due gruppi, tre secoli nei quali non sembra essere accaduto nulla di significativo²².

Si tratta di una situazione parallela a quella di molti altri campi della cultura, come ad esempio l'astronomia, dove l'abbandono dell'eliocentrismo introdotto in età ellenistica da Aristarco di Samo e il ritorno da parte di Tolomeo, quattro secoli più tardi, alla concezione dell'immobilità della Terra già sostenuta da Aristotele, si accompagnò alla completa interruzione delle osservazioni astronomiche in un arco di tempo di oltre due secoli, compreso tra le osservazioni di Ipparco del II sec. a.C. e quelle dello stesso Tolomeo²³.

Se la scienza armonica è stato un tipico prodotto culturale della cultura greco-ellenistica, il suo sviluppo è stato quindi tutt'altro che lineare, con fasi di grande vitalità e altre di abbandono, fino quasi a scomparire.

Già alla fine del I secolo a.C., cioè in un momento in cui la cultura greco-ellenistica aveva smesso da oltre un secolo di produrre opere originali, il celebre architetto e scrittore latino Vitruvio, autore di un manuale compilativo sull'architettura e le discipline ad essa connesse, nel quale dà vari saggi di malcelata incapacità di capire quello che scrive, nel caso della scienza armonica ammette candidamente che²⁴

Per una panoramica complessiva delle opere che abbiamo menzionato, oltre al già citato (ZANONCELLI 1990), cfr. (MERIANI 2016).

²² Durante questi secoli d'interruzione delle ricerche acustico-musicali non si spegne del tutto l'interesse per la teoria musicale e si continuano a scrivere opere su questo argomento, ma l'interesse si sposta dai problemi di acustica e di teoria musicale veri e propri a temi filosofici di carattere perlopiù didascalico quando non del tutto alieni da tali problemi. Di almeno due autori ci sono rimaste considerazioni sulla musica in quest'arco di tempo. Il primo è un certo Panezio il Giovane, ragionevolmente identificabile con il filosofo vissuto nel II sec. a.C. che introdusse a Roma il cosiddetto stoicismo medio (un tentativo di sintesi semplificatoria degli aspetti più accessibili dello stoicismo, dell'aristotelismo e del platonismo). Panezio è estesamente citato da Porfirio, che gli attribuisce un'opera dal titolo *Sui rapporti e gli intervalli in geometria e in musica*, nella quale tuttavia appare evidente la sua estraneità ai metodi della scienza armonica, che lo rende incapace di capire finanche il significato di modello quantitativo in ambito acustico-musicale. Il secondo è Filodemo di Gadara, un "epicureo" del I sec. a.C., che nel suo trattato *De Musica*, ritiene di criticare, con sterili argomenti, un'opera sullo stesso tema dello scolarca stoico Diogene di Babilonia, deridendo in particolare la possibilità stessa che la musica possa esercitare un influsso qualsivoglia sulla psiche e sul corpo umano, e riportando la causa di ogni presunto influsso a fatti estranei alla musica in sé.

²³ Cfr. (RUSSO 2015), Cap. 4.

²⁴ Vitruvio, *De architectura*, V, iv, §1.

L'armonica è una teoria musicale difficile e oscura, specialmente per chi non conosca il greco, in quanto bisogna adoperar parole greche per esporla, mancando i corrispondenti vocaboli latini.

Dopo Vitruvio²⁵, come già accennato, vari autori di lingua greca, riuniti soprattutto da una reviviscenza di attenzione verso vari aspetti della cultura, favorita dalla stabilità della prima età imperiale, hanno contribuito a compendiare aspetti dell'antica scienza armonica nelle forme che poi sono state trasmesse nel corso del Medioevo latino da autori come Calcidio, Macrobio, Marziano Capella, Boezio, Cassiodoro, Isidoro di Siviglia e altri, fino alla riscoperta e la rivitalizzazione rinascimentale²⁶. La manualistica di età imperiale, basata su una cultura quasi esclusivamente libresca, era motivata da un interesse perlopiù antiquariale, nello sforzo di soddisfare la brama di acculturazione delle classi dirigenti romane con dissertazioni compilative e manuali per potersi orientare in ciò che restava della cultura greca. In alcuni casi, come nei trattati di Nicomaco, Teone, Tolomeo e Porfirio, essa ci ha conservato anche aspetti tecnici ereditati dalla scienza ellenistica che non erano sopravvissuti nelle fonti originali, sebbene invariabilmente inquadrati entro una cornice filosofica pre-ellenistica, adottando ad esempio forme di eclettismo sincretico che si richiamavano ad aspetti del pitagorismo, del platonismo e dell'aristotelismo, riadattati e semplificati.

La trasmissione e la rielaborazione della scienza armonica attraverso i secoli è un fenomeno che va dunque osservato nella sua dinamica globale, che tuttavia sfugge inevitabilmente se ogni elemento è preso isolatamente e analizzato all'interno di una specifica specializzazione disciplinare. In questa prospettiva, ad esempio, appare evidente come quel complesso agglomerato di mito, dogmi scolastici, misticismo e numerologia di cui parlava Palisca non costituiva affatto il fondamento dell'antica teoria musicale – la cui difficile ricostruzione resta un lavoro largamente incompiuto – ma piuttosto la sua rielaborazione in chiave neoplatonica avvenuta nella tarda antichità.

La vitalità della cultura greca ne ha protratto a lungo l'influenza sulle culture bizantina, latina e araba, assicurando la sopravvivenza di alcuni importanti materiali da

cui attingere per molti secoli a venire. Nello stesso tempo, si può capire come proprio questo tipo di trasmissione abbia agito come un potente setaccio, lasciando passare in forma comprensibile ed utilizzabile solo ciò che le culture che hanno operato la trasmissione hanno saputo comprendere ed utilizzare, rielaborandolo a loro volta. Tutto il resto, o è andato perduto per sempre, o è sopravvissuto in una forma talmente deformata da apparire largamente incomprensibile, ovvero in una forma che spesso e a giusto titolo può essere chiamata *fossile*²⁷. In questo modo il ricordo del crollo culturale avvenuto a metà del II secolo a.C. è stato progressivamente smussato dalla storia successiva, al punto che in età moderna ha potuto essere quasi del tutto ignorato, spesso al prezzo di macroscopiche distorsioni o fraintendimenti.

1. IL PROBLEMA DELLA CONSONANZA

Vediamo ora come un esame della genesi storica di alcuni aspetti specifici della teoria armonica, o più espressamente dell'acustica musicale, possa rivelarsi illuminante per dare ulteriore corpo a questa chiave di lettura. Un problema classico di questa disciplina riguarda la caratterizzazione degli intervalli consonanti, ovvero quegli intervalli le cui proprietà acustiche rendono particolarmente adatti per costruire scale e accordature²⁸.

Un antico criterio pitagorico, giunto all'età moderna perlopiù sotto forma di prescrizione numerologica, era che gli intervalli consonanti fossero quelli rappresentati da rapporti numerici formati dai primi quattro interi positivi soltanto. Dunque: rapporto doppio 2:1 (ottava), triplo 3:1 (dodicesima), quadruplo 4:1 (doppia ottava), sesquialtero 3:2 (quinta), sesquiterzo 4:3 (quarta). Com'è noto, tale criterio è stato riformulato nel XVI secolo da Zarlino, con la sua estensione ai primi sei interi

²⁷ Concetto introdotto in (RUSSO 2003), dove l'antica teoria delle marea di Seleuco di Babilonia viene ricostruita a partire da alcuni suoi frammenti "fossili" moderni, come la teoria cinetica di Galileo e la teoria luni-solare di Marco Antonio de Dominis.

²⁸ Adottiamo qui una nozione ristretta di consonanza, legata cioè alla percezione dell'effetto acustico di un singolo intervallo, evitando in buona misura i significati legati all'uso che le categorie di consonanza e dissonanza possono avere nel quadro della creazione e della ricezione di un'opera musicale. L'armonia musicale *secundum auditem* è un fenomeno che riguarda eminentemente la creatività e l'attività pratica degli esseri umani. Aristosseno l'aveva chiarito bene: la consonanza o il carattere musicale o meno dei suoni sono cose che riguardano certamente l'orecchio, ma coinvolgono in modo fondamentale una più ampia logica musicale (a sua volta legata al contesto). Per un'interessante discussione su questi aspetti si può vedere ad esempio (CAZDEN 1980).

²⁵ Ed altri compendiatori "generalisti" latini, come Varrone, Seneca, Plinio e Celso.

²⁶ C'è stata, ovviamente, anche una trasmissione attraverso la cultura araba, che a partire dal IX secolo aveva iniziato a tradurre e rielaborare vari aspetti della cultura greca, inclusa la teoria musicale, ad esempio da parte di autori come al-Kindi e al-Farabi.

positivi, così da poter annoverare tra i rapporti consonanti anche 5:4 (terza maggiore naturale) e 6:5 (terza minore naturale).

Osserviamo, solo di passaggio, come le diverse scelte degli intervalli di riferimento corrispondano a diversi schemi teorici entro cui comprendere le pratiche musicali effettive di ogni data epoca, a cui corrispondono diverse assuefazioni riguardo agli intervalli considerati più adatti per l'intonazione²⁹.

Ad esempio, l'intervallo di terza maggiore naturale, rappresentato del rapporto 5:4, è un po' più stretto del doppio tono (o terza maggiore pitagorica), ottenibile utilizzando soltanto i primi quattro numeri interi. Infatti quest'ultimo si ottiene calcolando dapprima il tono come differenza tra una quinta e una quarta, ovvero $(3:2):(4:3)=9:8$, e poi raddoppiando: $(9:8)(9:8)=81:64$. La differenza tra $81:64$ e $5:4 = 80:64$ è data dal rapporto $81:80$, detto comma sintonico: se una corda lunga 100 cm vibrando produce un do, una porzione di essa pari a 80 cm produce un mi, una terza maggiore più in alto. Il mi pitagorico corrisponderebbe invece a una porzione vibrante di 81 cm, una differenza facilmente apprezzabile da un orecchio esercitato.

Possiamo immaginare che nella musica monodica – come è comunemente ritenuta buona parte dell'antica musica greca³⁰ e come tornerà poi ad esserlo rigorosamente il canto liturgico medievale – il cantore o l'esecutore esercitato tendesse ad “allargare” un po' le terze maggiori e a “restringere” un po' quelle minori, così da individualizzarle meglio. Ciò può aiutare a capire perché la scala pitagorica sia stata tradizionalmente assunta come quella di riferimento per caratterizzare il canto spazialmente isolato. Poi, come sappiamo, nel basso medioevo dal tronco del gregoriano inizia a germogliare la

²⁹ Sul concetto di assuefazione si basano alcune profonde riflessioni di Giacomo Leopardi sulla musica (cfr. Leopardi, *Zibaldone* 3208-3234). È opinione dell'autore che proprio tali riflessioni possano fornire una base feconda per sviluppare un'epistemologia della musica partendo dalla peculiarità del suo ruolo nel rapporto tra ragione, esperienza e gusto (ISOLA 2021). Per altro, gli esiti dell'etnomusicologia hanno contribuito notevolmente a problematizzare gli assunti “naturalistici” sull'universalità degli intervalli canonici (le scale indonesiane, suonate ad esempio sugli idiofoni del *gamelan*, non ne fanno praticamente uso). La serie degli armonici, di cui parleremo più avanti, è in effetti rilevante proprio per i cordofoni e gli aerofoni (i cui antesignani greci sono la *lira* e l'*aulos*) che hanno determinato le assuefazioni sulle quali è stata costruita la teoria musicale greca e, da lì, la nostra.

³⁰ Anche se certamente non poteva esserlo tutta, basti pensare all'invenzione dell'organo idraulico (*hydraulis*) ad opera di Ctesibio (cfr. *infra*, nota 139).

polifonia, uno stile compositivo che combina insieme due o più melodie indipendenti, e che, a partire dal Trecento, ha iniziato ad essere applicata anche alla musica profana. E nel nuovo contesto vi fu la progressiva introduzione nella pratica musicale degli intervalli di terza come consonanze sincroniche, forma nella quale entrarono progressivamente a far parte degli accordi costitutivi del sistema tonale moderno (triadi maggiori e minori).

Tutto ciò non è in contraddizione con l'idea, discussa in questo lavoro, che l'individuazione di un'ampia classe di intervalli di riferimento, più estesa di quella effettivamente utilizzata nei diversi contesti, e dalla quale selezionare gli intervalli più adatti per la pratica musicale corrente, possa essere stato l'esito di un processo di astrazione a partire da certi fenomeni acustici fondamentali. Ci possiamo dunque chiedere, innanzitutto, quali siano tali fenomeni. A questo fine si possono selezionare almeno due caratteristiche percettive utilizzate per identificare qualitativamente le consonanze: si può dire, in primo luogo, che sono consonanti due suoni che, generati contemporaneamente, producono un effetto acustico di unità e di fusione reciproca. In modo alternativo, qualora i suoni vengano prodotti suonando uno strumento a corde, si può dire che due suoni sono consonanti quando determinano un effetto di risonanza simpatetica: facendo suonare una corda, anche l'altra inizia a risuonare³¹.

I termini “consonanza” e “risonanza” indicano entrambi un “suonare insieme”, ed esprimono due fenomeni concomitanti e variamente interdipendenti: nel primo l'osservatore, o meglio l'uditore, è posto in primo piano, e stabilisce le condizioni per un certo ordine uditivo; nel secondo l'uditore è solo implicito ed è il corpo risonante ad essere posto in primo piano: osservando visivamente le condizioni geometriche in cui si genera la risonanza per simpatia anche un sordo sarebbe in grado di accordare una cetra.

1.1 La natura del suono

È chiaro che per poter anche solo immaginare una corrispondenza teorica tra i fenomeni acustici alla base del riconoscimento della consonanza sono indispensabili alcune acquisizioni preliminari: innanzitutto, che il suono venga riconosciuto come un movimento materiale di tipo vibratorio, in grado di mettere a sua volta in vi-

³¹ Un resoconto moderno particolarmente illuminante di questo fenomeno ce lo fornisce Eulero nelle sue *Lettere a una principessa tedesca*, lettera n. 26 (trad. it. Universale Bollati Boringhieri, 2007).

brazione altri corpi, e in particolare di stimolare il senso dell'udito; in secondo luogo, che cosa distingue i suoni acuti dai suoni gravi; e, infine, in che modo il suono si trasmette e viene percepito dall'orecchio: in particolare quale sia la corrispondenza tra il moto vibratorio di una corda e quello dell'aria circostante.

Ora, se accettiamo che tutte queste acquisizioni siano il prodotto della moderna nascita dell'acustica³², da dove gli "antichi" avrebbero tratto le loro prescrizioni intervallari?

Secondo un ricorrente luogo comune, non essendovi, appunto, una branca autonoma della "fisica" dei Greci denominata *ἀκουστική*, le affermazioni della branca dell'antica "matematica" detta scienza armonica sarebbero state mere prescrizioni aritmetiche, prive di ogni legame con una concettualizzazione razionale dei fenomeni acustici³³. Su questa base, e ignorando del tutto il crollo culturale che separa i due gruppi di opere dell'antica teoria musicale greca di cui abbiamo parlato, è ancora oggi assai comune ragionare sulla base di una leggenda, tramandata da Nicomaco di Gerasa, Teone di Smirne e altri autori della tarda antichità, secondo la quale gli intervalli consonanti di ottava, quinta e quarta sarebbero stati scoperti dallo stesso Pitagora in un contesto più o meno fortuito e non privo di incongruenze³⁴. Ecco come viene commentata questa circostanza in un testo rappresentativo della corrente di studi menzionata all'inizio sui rapporti tra musica e scienza nella prima età moderna³⁵:

The fact the legend exists suggests that the importance of the musical ratios was perceived long before they were understood. The repetitions of errors in the descriptions indicates that it was mainly the arithmetical relationships between pitches that were of interest, and not the physics of sound vibrations.

Così, nella teoria musicale degli "antichi" la sola autorità in grado di dar ragione alla piacevole sensazione della consonanza sarebbe stata una sorta di "dogma matematico", un prodotto della pura speculazione indiffe-

rente alle evidenze fenomeniche. Mentre solo nel XVII secolo la fisica delle vibrazioni sonore sarebbe divenuto una tematica di interesse primario, nelle mani di Galileo, Mersenne e altri.

D'altra parte, se dagli storici della scienza³⁶ passiamo alla categoria dei classicisti, vi troviamo, se non altro, esplicite testimonianze del fatto che le acquisizioni elencate sopra circa la natura del suono sono rintracciabili, sia pure in forma parziale e frammentaria, nel primo gruppo di opere di quella che abbiamo chiamato "antica teoria musicale greca".

In particolare, un passo concettuale importante nella direzione del programma democriteo – risalente già ad Archita, ma attestato chiaramente nei già citati estratti del perduto *Μουσική εισαγωγή* di Eraclide Pontico e del *De Audibilibus*³⁷, consiste nell'affermazione che il suono è il prodotto di una successione d'impulsi prodotti dall'impatto (*πληγή*) di corpi tra loro e/o con l'aria. Da qui, il riconoscimento della frequenza di tali impulsi come fattore che consente di discriminare l'altezza del suono prodotto, distinguendola da altre proprietà³⁸. Ecco ad esempio come tutto questo viene sinteticamente espresso all'inizio del proemio della *Sectio Canonis*:

*Se ci fosse quiete e immobilità ci sarebbe silenzio; ed essendoci silenzio e niente muovendosi, niente potrebbe essere udito. Per poter udire qualcosa è dunque necessario che ci siano in precedenza percussione (*πληγή*) e movimento (*κίνησης*). Quindi tutti i suoni (*φθόγγοι*) hanno origine quando si verifica una certa percussione, ed è impossibile che vi sia percussione senza che vi sia prima movimento. Dei movimenti alcuni sono più frequenti (*πυκνότεραι*), altri più rarefatti (*ἁραιότεραι*); i primi producono i suoni più acuti (*ὀξύτερος ποιῶσι τοὺς φθόγγους*), i secondi i più gravi (*βαρυτέρους*) – è dunque necessario che alcuni <suoni> siano più acuti, risultando composti da movimenti più frequenti e più numerosi, altri più gravi, risultando composti da moti più rarefatti e meno numerosi.*

³² La proposta di sviluppare una disciplina con questo nome, che trattasse del suono in generale e non soltanto del suono musicale, è attribuita a Joseph Saveur (*Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* (1701), p. 294).

³³ Anche Sambursky, in uno dei pochissimi testi dedicati alla fisica dei Greci, soggiace a questa confusione (SAMBURSKY 1956). Alla luce di quello che vedremo, ciò appare in buona misura come l'esito dell'ingenuità terminologica di chi dà per scontata l'atemporalità dei confini tra le discipline.

³⁴ (COHEN DRABKIN 1948), pp. 294-295. Cfr. anche *supra*, nota 10.

³⁵ (DOSTROVSKY 1975), p. 173.

³⁶ Ci riferiamo in particolare all'ambito, prevalentemente anglosassone, di cui abbiamo già citato alcuni rappresentanti. Vedremo tra breve esempi diversi.

³⁷ Cfr. *supra*, nota 19.

³⁸ Una tradizione precedente, risalente a Platone (*Timeo* 67b) e variamente espressa da autori coevi, tra cui anche lo stesso Archita (ma la questione è controversa, cfr. (CINCAGLINI 1998]), associava l'altezza dei suoni alla velocità della loro propagazione nell'aria. Quest'idea è stata criticata in varie forme da vari autori, e sembra del tutto verosimile che nel contesto della scienza armonica di età ellenistica fosse stata definitivamente superata. Per altro, come vedremo, proprio tale superamento aveva consentito di render conto razionalmente delle consonanze.

Una volta affermata la natura del suono e la corrispondenza tra altezza dei suoni e frequenza delle vibrazioni³⁹, viene chiarito anche il meccanismo di trasmissione e il ruolo centrale svolto dall'aria nell'intermediazione tra vibrazione meccanica e percezione uditiva. Ciò che era in qualche misura chiaro già ad Aristotele, che ad esempio scriveva (*De Anima*, B 8, 420 a):

Sonoro è dunque un corpo capace di muovere una massa d'aria, che si estenda con continuità fino all'organo dell'udito

diviene molto più definito nell'incipit del *De Audibilibus* (800 a, 1-12):

Suoni e rumori si originano sempre nell'urto dei corpi tra di loro o dell'aria con essi e non sono dovuti, come alcuni ritengono, al fatto che l'aria prenda una determinata forma, ma al fatto che essa si muove in modo corrispondente: si contrae, si espande, si comprime, o anche collide, per l'impatto del fiato o delle corde. Quando il soffio si scontra con l'aria e ne colpisce la parte a diretto contatto, essa viene mossa immediatamente e violentemente, e a sua volta spinge avanti l'aria vicina. In questo modo il suono si propaga in tutto e per tutto inalterato, almeno per tutta la durata e l'estensione del movimento dell'aria [...]

Per altro, l'idea della propagazione ondosa del suono nell'aria era affermata con chiarezza anche nell'antica Stoa, come ad esempio riferisce Diogene Laerzio (VII, 158):

[Gli Stoici dicono che] abbiamo una sensazione uditiva quando l'aria che sta in mezzo tra chi parla e chi ascolta subisce una pressione assumendo una forma di sfera, e poi, secondo un movimento ondulatorio raggiunge le orecchie, come fa l'acqua racchiusa in un recipiente quando vi si getta dentro un sasso: essa infatti si muove in onde di forma circolare.

O come recita un celebre passo di Crisippo (*SVF* II, 425)⁴⁰:

³⁹ Una relazione quantitativa si può poi ottenere specificando la fonte sonora: se ad esempio si tratta di una corda vibrante, vedremo che probabilmente era stato possibile contarne il numero di vibrazioni in un tempo assegnato (vedi *infra*, sezione 4). Osservando quindi che quest'ultimo e la lunghezza della corda stanno in ragione inversa l'uno all'altra, si deduce la proporzionalità tra frequenza di vibrazione e altezza del suono prodotto.

⁴⁰ L'analogia utilizzata da Crisippo sembra un elemento chiave per poter stabilire una corrispondenza chiara tra intervalli sonori e rapporti numerici, in quanto rende visivamente osservabili i movimenti materiali associati ai suoni. Proprio in tal senso verrà ripresa da Galileo molti secoli più tardi. Per altro, ancora oggi, quando

Una volta che il vento la percuote [l'aria] assume un movimento ad onde circolari e concentriche che si propaga indefinitamente, fino a coinvolgere le masse d'aria circostanti come accade [all'acqua] contenuta in una piscina e colpita da un sasso; solo che in questo caso le onde sono circolari, nel caso dell'aria sferiche.

La propagazione di tipo ondoso è ritenuta in grado di raggiungere l'organo dell'udito conservando fedelmente le caratteristiche della vibrazione della sorgente sonora. Ecco ad esempio come si esprime ancora l'autore del *De Audibilibus* (803 b, 26-34):

Il suono (φωνή)⁴¹ che arriva all'udito ha le stesse caratteristiche della sorgente del movimento da cui si originano gli impatti (πληγαί) sull'aria, cioè ad esempio intermittente o ravvicinato (ἀραιός ἢ πυκνός), morbido o duro (μαλακός ἢ σκληρός), esile o vigoroso (λεπτός ἢ παχείας). Ogni parte di aria ne muove un'altra e riproduce inalterate tutte le qualità del suono, secondo che sia acuto o grave, per la rapidità con cui gli impatti si susseguono che mantiene il suono qual è all'inizio⁴².

Poi continua discutendo anche il modo in cui una successione regolare d'impulsi sonori, quale quella prodotta dagli impatti sull'aria di una corda tesa posta in vibrazione, viene percepita dal senso dell'udito (803 b, 35-37):

Gli impatti (πληγαί) sull'aria prodotti dalle corde sono molti e distinti, ma piccolo è il tempo intermedio, così l'orecchio non è capace di cogliere questi intervalli (διαλείψεις), e il suono (φωνή) ci appare uno e continuo.

Il fenomeno della percezione di un suono continuo a partire da una successione d'impulsi viene dunque salvato combinando la rapidità dei movimenti con la finitezza della capacità risolutiva dell'orecchio⁴³.

parliamo di "onde sonore", estendendo il significato del termine onda dal riferimento originale al solo moto del mare, attingiamo ancora implicitamente all'analogia di Crisippo.

⁴¹ La lingua greca aveva (almeno) quattro termini per indicare il suono: ἦχος, ψόφος, φθόγγος, φωνή. A grandi linee, il primo e il secondo indicano prevalentemente sonorità fisiche come rumore, eco, frastuono, il terzo indica più specificamente suono melodioso, come quello di uno strumento musicale, mentre il quarto è usato più spesso per indicare i toni della voce degli esseri animati (cfr. Aristotele, *De Anima*, II, 8, 420b).

⁴² La traduzione di questo e dei passi successivi del *De Audibilibus* è ripresa da (ARISTOTELE/FERRINI 2008).

⁴³ Questo punto viene discusso e ulteriormente precisato nel già citato passo di Eraclide Pontico riportato da Porfirio (*Commentario*, cit., I 3, 30-31), che si avvale anche del paragone con un fenomeno visivo: un cono (che possiamo immaginare bianco) su cui sia stata disegnata una linea colorata (ad es. lungo una generatrice), se

1.2 La teoria delle coincidenze

Una volta chiarita la natura vibratoria del suono, il suo modo di propagazione e la sua percezione da parte dell'orecchio, si pone il problema da cui siamo partiti: spiegare il fenomeno della consonanza.

Un'idea abbastanza nota, che la popolarità degli scritti galileiani ha portato ormai tradizionalmente ad attribuire al loro autore, afferma che l'effetto acustico di fusione di due suoni i cui periodi formano rapporti semplici è dovuto al fatto che essi producono frequenti coincidenze degli impulsi che colpiscono il timpano. Quest'idea si trova ad esempio espressa alla fine della Giornata Prima dei Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze (1638). Galileo inizia la sua esposizione sul fenomeno della consonanza affermando, per bocca di Salviati, di voler innanzitutto

render la ragione del meraviglioso problema della corda della cetara o del cimbalo, che muove e fa realmente sonare quella non solo che all'unisono gli è concorde, ma anche all'ottava e alla quinta.

Dopo aver descritto con dovizia di dettagli il fenomeno della risonanza per simpatia, procede ad esporre con la ben nota eloquenza l'idea alla base della cosiddetta "teoria delle coincidenze":

Consonanti e con diletto ricevute, saranno quelle coppie di suoni che verranno a percuotere con qualche ordine sopra 'l timpano; il qual ordine ricerca, prima, che le percosse fatte dentro all'istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non abbia a star in perpetuo tormento d'inflettersi in due diverse maniere per acconsentire e ubbidire alle sempre discordi battiture.

Recenti ricerche testuali hanno tuttavia retrodatato considerevolmente tale teoria: prima a Isaac Beeckman⁴⁴ (1614-15), quindi a Giovanni Battista Benedetti⁴⁵

posto in rotazione abbastanza rapida apparirà omogeneamente colorato. Ovviamente l'analogia con il fenomeno acustico è solo parziale, dal momento che in prima approssimazione il colore del cono non è modificato dalla sua velocità di rotazione, mentre vibrazioni più o meno frequenti producono suoni più o meno acuti.

⁴⁴ Come si evince da *Correspondance du P. Marin Mersenne religieux minime*, ed. M. Tannery, C. de Waard, R. Pintard, vol. 1, Paris: Bouchesne, 1932, p. 606.

⁴⁵ In (PALISCA 1961) l'origine dell'idea viene individuata in due lettere che Benedetti scrisse al compositore fiammingo Cipriano de Rore., riportate in *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber*, Apud Haeredem Nicolai Bevilacqua, Torino, 1585.

(1585), a Francesco Maurolico⁴⁶ (1575), e poi, con un balzo di oltre un millennio, fino a Boezio⁴⁷ (VI sec.), che a sua volta l'avrebbe ricevuta dalla perduta opera maggiore di armonica di Nicomaco di Gerasa (II sec.)⁴⁸.

La forma in cui tale teoria è descritta da Nicomaco, e tramandata da Boezio, prevede due elementi principali⁴⁹: (1) nell'orecchio umano, i singoli impulsi emessi da una corda vibrante si fondono in modo da dare origine a una nota continua; (2) se si aggiunge una seconda nota, essa risulterà consonante con la prima qualora i suoi impulsi si inseriscano in modo da amalgamarsi il più possibile con quelli della prima, il che avviene quanto più elevato è il numero delle loro coincidenze. D'altro canto, ciò è equivalente al fatto che le frequenze dei due suoni siano commensurabili⁵⁰, formando un rapporto rappresentato da una frazione quanto più possibile semplice.

Abbiamo visto più sopra come il primo elemento fosse un'acquisizione ben consolidata in età ellenistica⁵¹. Quanto al secondo, che la ricostruzione di Barbieri ha retrodatato fino a Nicomaco, è possibile individuarne alcune formulazioni, talvolta appena abbozzate, talvolta più dettagliate, nelle riflessioni sull'acustica condotte nel quadro della filosofia naturale peripatetica, e già richiamate più sopra. Un primo abbozzo compare nei *Problemata* pseudo-aristotelici, riguardo alla consonanza di ottava⁵²:

Perché il canto antifonico è più piacevole del canto all'unisono? Forse perché il canto antifonico è in consonanza di ottava? [...] Nell'esecuzione in serie continua⁵³, l'accordo è di ottava, poiché, come nei versi i piedi hanno tra

⁴⁶ Come osservato in (BARBIERI 2001), Maurolico sembra il primo a ricevere alcune idee dell'antica acustica in età rinascimentale. Nel trattato *Musicae Traditiones carptim collectae*, pubblicato alle pagine 145-160 degli *Opuscola mathematica* (1575), Maurolico afferma che "la commensurabilità delle percussioni produce la consonanza" (pag. 149), e poi prosegue specificando come la consonanza sia tanto più marcata quanto più semplici sono i rapporti che esprimono (unisono, ottava, quarta, etc.).

⁴⁷ S. Boezio, *De Institutione Musica*, I, 31.

⁴⁸ Questa significativa retrodatazione, che segna di per sé un salto di qualità nella tradizione storiografica su questi temi, è discussa in (BARBIERI 2001).

⁴⁹ Cfr. (BARBIERI 2001), p. 230.

⁵⁰ Due grandezze si dicono commensurabili quando ammettono una misura comune, ovvero quando possono essere espresse entrambe come multipli interi di una terza grandezza. Il loro rapporto sarà in tal caso esprimibile con una frazione.

⁵¹ Cfr. *supra*, pp. 11-12.

⁵² (ARISTOTELE/FERRINI 2002), Sez. XIX, problema 39, p. 289 (traduzione modificata da chi scrive).

⁵³ Una modalità esecutiva che consiste appunto nel raddoppio della melodia in ottave, indicata con il termine *μάγadis*.

di loro un rapporto di uguale a uguale o di due a uno o un altro rapporto⁵⁴, così anche i suoni consonanti sono tra loro in un rapporto di movimento (οἱ ἐν τῇ συμφωνίᾳ φθόγγοι λόγον ἔχουσι κινήσεως πρὸς αὐτούς). Ma nelle altre consonanze la conclusione di una delle due note non è completa (ἀτελεῖς αἱ θατέρου καταστροφαὶ εἰσιν), terminando a metà (εἰς ἥμισυ τελευτῶσαι)⁵⁵; perciò non hanno una potenza uguale. [...] L'hypate ha la stessa conclusione della nete⁵⁶, nel ripetersi periodico dei suoni (ἐν τοῖς φθόγγοις περιόδων ἔχειν): la seconda percussione della nete sull'aria è un'hypate (ἡ γὰρ δευτέρα τῆς νεάτης πληγῆ τοῦ αἵρος υπάτη εστίν). Terminando in modo concorde, pur senza dare lo stesso suono, esse producono un effetto comune.

Osserviamo per inciso che questo argomento fornisce immediatamente una relazione quantitativa tra l'altezza dei suoni e la frequenza delle vibrazioni che li producono. Infatti, se l'intervallo di ottava prodotto da due corde di lunghezze l'una il doppio dell'altra (come le corde che producono l'hypate e la nete) è il risultato di una concordanza alternata dei colpi sull'orecchio, ne segue che nel tempo in cui la più lunga esegue un'oscillazione la più breve ne compie due, ovvero che la frequenza della prima è la metà di quella della seconda⁵⁷.

⁵⁴ Nella stilizzazione del ritmo naturale della lingua operata dalla metrica classica e nella ritmica musicale i diversi piedi erano caratterizzati da diversi rapporti tra le durate dell'arsi e della tesi, espresse prendendo come unità di misura la breve, pari alla metà della lunga. Ad esempio, lo spondeo e l'anapesto avevano un rapporto 2:2, il trocheo 2:1, il cretico 3:2, etc.

⁵⁵ Ad esempio, se due corde vibranti producono una consonanza di quinta, rappresentata da un rapporto tra le frequenze dei due suoni pari a 3:2, tre impatti della nota più acuta (prodotta dalla corda più corta) avvengono nello stesso tempo di due impatti della nota più grave (prodotta dalla corda più lunga), cosicché, al momento del secondo impatto della nota più grave, quella più acuta si trova "a metà" del suo movimento di oscillazione.

⁵⁶ L'hypate e la nete sono le due note estreme dell'ottacordo, rispettivamente al grave e all'acuto, e formano tra loro un intervallo di ottava (vedi anche *infra*, nota 114).

⁵⁷ Proprio questo argomento è stato esposto all'inizio dell'età moderna sia da Maurolico che da Benedetti, tra i primi umanistici che hanno studiato l'antica scienza armonica interessandosi anche agli aspetti fisico-matematici. Stranamente, a dispetto dell'evidenza prodotta dai pur scarsi frammenti sopravvissuti sull'antica acustica, molti storici della scienza affermano convintamente che la connessione tra altezza dei suoni e frequenza delle vibrazioni sia una scoperta del XVII secolo ((DOSTROVSKY 1975), p. 171). Si possono per altro immaginare diversi modi alternativi con cui si è potuto pervenire alla relazione di proporzionalità inversa tra lunghezza della corda e frequenza. Vi è ad esempio la possibilità di esperimenti à la Mersenne, eseguiti facendo oscillare corde

Citiamo in proposito solo un passo di Tolomeo, in cui si paragona la relazione tra lunghezza delle corde e altezza dei suoni con la legge della leva, e da cui si evince quanto tutto ciò fosse comunemente accettato dalle sue fonti⁵⁸:

[...] i suoni stanno in ragione inversa rispetto alle distanze. Infatti la distanza maggiore sta alla minore come il suono prodotto dalla distanza minore sta a quello prodotto dalla maggiore; proprio come, per i gravi appesi, la maggior distanza dal fulcro sta alla minore come il peso applicato alla minor distanza sta a quello applicato alla maggiore. Che questo fatto sia evidente, è agevolmente verificato per i suoni generati per mezzo di lunghezze, come quelle delle corde, degli auloi e delle trachee.

Tornando alle coincidenze, un argomento più generale lo troviamo ancora una volta nel *De Audibilibus* (803b, 40 – 804a, 8), dove, subito dopo la discussione, già vista, della percezione continua di una singola serie d'impulsi, si legge⁵⁹:

Lo stesso accade per le consonanze: se infatti una serie di impulsi (ήχοι) ne include un'altra, ed essi cessano contemporaneamente, i suoni (φωναί) intermedi ci sfuggono. In ogni consonanza, gl'impatti (πληγαι) sull'aria prodotti dagli acuti sono più frequenti a causa della velocità del movimento, ma l'ultimo impulso (ήχος) arriva al nostro orecchio contemporaneamente a quello prodotto dal movimento più lento. Conseguentemente ci sembra di sentire entrambi i suoni (φθόγγοι) insieme e in continuità, dato che, come si è detto, l'orecchio non è in grado di percepire i suoni (φωναί) intermedi.

Sulla base di questo argomento, possiamo immaginare che due suoni (φθόγγοι) consonanti determinino una serie di coincidenze nelle serie degli impulsi sonori (ήχοι) prodotti dalle loro sorgenti, tra le quali i due suoni si odono come continui e amalgamati tra loro. La condizione descritta da questo passo equivale quindi al fatto che si può trovare un intervallo di tempo minimo durante il quale ciascuna delle sorgenti dei due suoni produce esattamente un numero intero d'impulsi. In termini matematici, i due suoni hanno frequenze che sono tra loro

così lunghe da poterne contare le vibrazioni (torneremo più avanti su questo punto).

⁵⁸ Tolemeo, *Armonica*, I 3. Affermazioni dello stesso tenore si trovano nel *Manuale di Armonica* di Nicomaco (cap. 10).

⁵⁹ La traduzione in ((ARISTOTELE/FERRINI 2008), p. 231) è stata un po' modificata da chi scrive, soprattutto al fine di evidenziare i diversi termini utilizzati dall'autore per caratterizzare diverse componenti del fenomeno sonoro.

commensurabili⁶⁰. Alla luce di quanto detto sopra, ciò ha ovviamente suggerito anche l'idea che tanto più semplice è il rapporto tra le lunghezze di due corde, tanto più consonante è l'intervallo musicale prodotto suonandole insieme. Vedremo più avanti come queste affermazioni vengano precisate e generalizzate per formare la base per la costruzione di un modello coerente dell'accordatura, un abbozzo del quale ci è stato tramandato dalla *Sectio Canonis*.

In generale, nonostante la scarsità delle fonti, sembra che queste idee sull'acustica musicale fossero ben consolidate in età ellenistica. Alcune di esse vennero poi riprese in età imperiale, dopo la lunga fase seguita al crollo culturale del II sec. a.C., da autori come Nicomaco di Gerasa e Teone di Smirne. E ciò avvenne, come abbiamo già detto, in un contesto culturale fortemente mutato, permeato di irrazionalismo e di fatalismo astrologico, dove anche le argomentazioni di carattere fisico-matematico erano prevalentemente guidate da motivazioni mistiche e numerologiche di stampo neo-platonico⁶¹. In particolare, per quanto visto, l'esposizione della teoria delle coincidenze da parte di Nicomaco⁶² si conferma come un anello di ricordo nella trasmissione di quanto restava in età imperiale della scienza ellenistica e il medioevo latino.

Qualche secolo più tardi ritroviamo infatti questo e altri concetti nelle opere di autori latini, tra cui spicca la figura di Severino Boezio⁶³, per poi essere nuovamente riprodotte negli scritti di umanisti e studiosi rinascimentali come Francesco Maurolico e Giovanni Battista Benedetti. Se le opere di questi ultimi autori costituiscono buoni esempi della circostanza, comune alla trattatistica

⁶⁰ Alla lettera, se la condizione che la serie d'impulsi del suono più acuto "include" quella del suono più grave è intesa in senso "insiemistico", l'argomento esposto si applica solo a consonanze prodotte da coppie di suoni le cui frequenze sono in rapporto multiplo (come nel caso descritto dal passo, precedentemente citato, tratto dal problema 39 pseudo-aristotelico), e non per generici rapporti commensurabili. Se invece la si intende con il fatto che, nell'intervallo tra due coincidenze, il numero d'impulsi del suono più acuto è più grande del corrispondente numero per il suono più grave, allora l'argomento si applica a generici rapporti commensurabili.

⁶¹ Un esempio significativo di questo fenomeno si trova nella riproposizione in età imperiale dell'idea platonica di *armonia delle sfere* (vedi *infra*, nota 89).

⁶² (BARBIERI 2001).

⁶³ Boezio, *De institutione musica* I, 3, dove sono riprodotti alcuni aspetti della teoria acustica richiamata sopra. In generale, si ritiene che i primi quattro libri dell'opera boeziana riproducano tutto o in parte il perduto *De Musica* di Nicomaco.

scientifico del basso medioevo e della prima età moderna, in cui la conoscenza letteraria ha preceduto l'esperienza concreta⁶⁴, nel corso della successiva rinascita scientifica le idee di cui essi erano latori diverranno oggetto di una crescente attenzione da parte di studiosi impegnati nel recupero dell'antica scienza anche sul piano metodologico, quali Isaac Beeckmann, Marin Mersenne, Galileo Galilei, Christiaan Huyghens, Robert Hooke, John Wallis e altri, contribuendo così alla formazione dell'acustica moderna.

Un altro esempio di questo percorso si può trovare nell'osservazione e nella concettualizzazione del secondo tipo di fenomeno che abbiamo indicato come caratterizzante la percezione della consonanza, ovvero la risonanza simpatetica.

1.3 Il fenomeno della risonanza

L'antica idea stoica di *συμπαθεια* – cioè l'idea, tramandata anche da Cicerone⁶⁵, che caratterizza la relazione tra due enti che partecipano ad una sorte comune grazie ad una reciproca influenza – ha avuto, com'è noto, molta fortuna nelle varie espressioni del neoplatonismo tardo-antico e rinascimentale⁶⁶, rappresentando un elemento determinante per spiegare la possibilità di interazione fra piani diversi del reale. Ed ha avuto, fin dall'inizio, un suo corrispondente acustico-musicale nel fenomeno della risonanza simpatetica.

Abbiamo già detto come Galileo, nella sua principale opera scientifica, inizi a trattare il problema della consonanza descrivendo in varia guisa tale fenomeno e dichiarando di volerne render ragione⁶⁷. Più in generale, esso diviene oggetto di attenzione crescente da parte di alcuni protagonisti della rinascita scientifica moderna⁶⁸. Anche in questo caso, come per la teoria delle coincidenze, possiamo costruire un percorso a ritroso che ci riporta a quel poco che sappiamo dell'antica acustica musicale.

Quasi un secolo prima di Galileo, Girolamo Fracastoro, nel quadro di un'esposizione generale del tema

⁶⁴ Per altri esempi significativi di questo fenomeno cfr. (RUSSO 2015), in particolare i capitoli 6 e 10.

⁶⁵ *De divinatione* II, 33.

⁶⁶ Nonché nel misticismo ebraico, cfr. (COMMANDUCCI 2016).

⁶⁷ Cfr. *supra*, p. 13.

⁶⁸ Ad esempio John Wallis, che aveva tradotto l'*Armonica* di Tolomeo e altre opere dell'antica teoria musicale greca, riferisce di esperimenti in cui collocava anelli di carta lungo le corde (al posto degli steli di paglia di cui parlavano alcune antiche fonti, vedi *infra*, p. 22), osservandone accuratamente il movimento prodotto dalla risonanza con altre corde poste in vibrazione (cfr. (WALLIS 1677)).

neoplatonico dell'anima mundi, aveva illustrato con un certo dettaglio il fenomeno acustico della risonanza simpatetica collegandolo al processo di rarefazione e compressione dell'aria nella trasmissione del suono. Ecco cosa scrive⁶⁹:

Un unisono ne promuove un altro, perché quando due corde sono egualmente tese, sono adatte a produrre e a ricevere eguali ondulazioni dell'aria. Quelle che sono diversamente tese non sono adatte ad essere mosse dalla stessa circolazione, ma una circolazione ostacola l'altra. Il colpo (ictus) della corda, il movimento, è composto di due movimenti, da uno dei quali la corda è sospinta in avanti, verso la circolazione dell'aria; dall'altro indietro, verso il suo luogo proprio. Dunque, se una corda deve essere mossa da un'altra, nella seconda ci dev'essere una proporzione tale che le ondulazioni e le circolazioni dell'aria che spingono producendo il moto in avanti, non ostacolino il moto di ritorno della corda. Tale proporzione è ottenuta solo per corde con eguale tensione. Al contrario, corde con tensioni arbitrarie non si mettono reciprocamente in movimento, poiché quando occorre il secondo movimento [della prima corda], ossia il ritorno all'indietro, la seconda corda lo ostacola, e i movimenti si impediscono a vicenda. Così non vi sarà movimento alcuno, ad eccezione del primo impulso.

Ho visto io stesso in una chiesa, dove alcune statue di cera erano disposte in piedi attorno a una cappella, una sola di esse vibrare ad un certo tintinnio ... la causa risiedendo nel fatto che essa sola era all'unisono.

Abbiamo riportato per intero questo lungo passo, perché vi risalta con particolare evidenza il passaggio tra l'accurata descrizione iniziale del moto delle corde risonanti – basata su una chiara cognizione del suono come un fenomeno vibratorio, e della corrispondenza tra il moto vibratorio della corda e quello dell'aria circostante – e il curioso racconto finale su quella che, per ammissione dello stesso autore, è l'unica sua esperienza diretta a riguardo. In altre parole, si tratta di un altro esempio, particolarmente eloquente, di una conoscenza appresa dalla lettura di antichi testi. Resta purtroppo insoluto il problema di quali fossero le sue fonti⁷⁰.

⁶⁹ G. Fracastoro, *De sympathia et antipathia rerum liber unus*, cap.11, premessa al *De contagione et contagiosis morbis et eorum curatione libri tres* (1546) (traduzione di chi scrive).

⁷⁰ Il fatto che eventuali opere classiche che contengono idee scientifiche considerate "moderne" non ci siano oggi note, non ci dice di per sé nulla sulla possibilità che potessero aver circolato e variamente stimolato la riflessione degli umanisti e degli scienziati nel XVI secolo, in un periodo storico cioè in cui la conoscenza si

Procedendo indietro nel tempo, nella tarda antichità troviamo vari passi nei quali il fenomeno della risonanza simpatetica viene descritto, talvolta con un certo dettaglio, anche se in un contesto invariabilmente vincolato da implicazioni metafisiche platoneggianti.

Il già citato *Commento al Sogno di Scipione* di Macrobio⁷¹, dove il Timeo platonico è la principale fonte di riferimento, contiene un'estesa trattazione a carattere musicale che include quella che sarebbe divenuta per l'Occidente la più influente narrazione degli esperimenti armonici pitagorici, dove si racconta che Pitagora, dopo aver visitato l'officina dei fabbri⁷²:

Padrone di un così gran segreto, determinò allora i numeri da cui nascevano i suoni di un accordo in modo che, utilizzando uno strumento a corda la cui struttura si conformava a queste leggi numeriche, determinate corde fossero tese secondo numeri determinati e altre secondo altri numeri, rispettando la concordanza dei numeri che governavano l'armonia, cosicché, quando una corda era fatta vibrare con un plettro, un'altra, che poteva essere anche lontana dalla prima ma in accordo numerico con essa suonava contemporaneamente.

Ne parla poi Aristide Quintiliano, probabilmente uno degli autori più tardi del secondo gruppo di opere di quella che abbiamo chiamato antica teoria musicale greca: nel suo trattato *De Musica* l'immagine delle corde risonanti è introdotta non tanto per spiegare elementi di teoria musicale, ma come metafora per illustrare la natura del legame armonico che può stabilirsi tra anima e corpo. Egli paragona il muoversi dell'anima sotto l'influsso dei suoni – il suo corpo essendo composto di nervi e soffio, dunque "simile a ciò che aziona gli strumenti musicali" – ad analoga proprietà in oggetti inanimati quali le corde della cetra⁷³:

trasmetteva perlopiù ancora per via orale o attraverso lettere e manoscritti non destinati alla pubblicazione. In Fracastoro, le circostanze qui descritte in merito ai fenomeni acustici si ritrovano anche in altri ambiti, come ad esempio quello degli strumenti ottici, cfr. (RUSSO 1996), pp. 395-396.

⁷¹ Cfr. *supra*, nota 10. È interessante osservare il fatto che in quest'opera Macrobio riporta fedelmente i rapporti delle consonanze fondamentali, ma non capisce neppure che si tratta di rapporti (e infatti li chiama "numeri"): afferma ad esempio che 9:8 (che rappresenta il *tono*) non si può dividere in parti uguali perché 9 non è divisibile per 2 per mezzo di interi, cioè non è un numero pari. Un'osservazione simile, che potrebbe essere la fonte di Macrobio, era stata fatta anche da Teone di Smirne (*Esposizione*, cit., 53, 15-18).

⁷² Macrobio, *Commento*, cit., pp. 436-39 (II.1.8).

⁷³ Aristide Quintiliano, *Sulla musica*, a cura e con trad. di G. Moretti, Levante Editori, Bari 2010, p. 177 (II.18).

Se si pone un piccolo e leggero stelo di paglia su una di due corde omofone e si pizzica l'altra tesa a distanza, si osserverà la corda che porta lo stelo di paglia mossa insieme molto chiaramente.

In termini assai simili e con analogo richiamo all'esperimento con gli steli di paglia⁷⁴, ne parla anche Porfirio nel suo *Ad Gaurum*, un trattato sulla discesa dell'anima nell'embrione⁷⁵:

D'altra parte, così come quando delle corde sono state accordate tra loro, ponendovi sopra, e sopra le corde ad esse vicine, dei fili di paglia – e supponendo che le corde vicine non siano state con le prime accordate – pur trovandosi a notevole distanza l'una dall'altra, se si percuote una delle corde armonizzate, tutte queste si mettono a vibrare facendo capovolgere con la loro vibrazione le pagliuzze – mentre le corde vicine restano immobili e non entrano in risonanza a causa della mancanza di accordo –, e così come la distanza non impedisce alle corde in armonia di risuonare insieme, tanto quanto la vicinanza non sopperisce all'assenza di simpatia tra le corde non armonizzate, allo stesso modo lo 'strumento vivente' [il corpo umano] che si trova in armonia con l'anima appropriata, entra subito in simpatia con l'anima stessa che lo dovrà 'utilizzare'.

Ancora Porfirio, nel suo commento all'Armonica di Tolomeo, riporta il seguente frammento del perduto Commentario al *Timeo* di Platone del peripatetico Adrasto di Afrodizia⁷⁶:

Le note sono consonanti tra di loro: quando suonando una delle due su uno strumento a corde, anche l'altra risuona insieme a quella, secondo una certa somiglianza e affinità (συμπάθειαν). Se poi le due note vengono suonate contemporaneamente, dalla mescolanza si sente un suono dolce e piacevole.

Pressoché identico un passo di Teone in cui il fenomeno viene descritto al termine di una sintetica esposizione, basata anch'essa sull'autorità di Adrasto, di alcuni passaggi salienti delle teorie acustiche "pitagoriche". La riportiamo quasi per intero, anche perché suona come una sorta di parafrasi dell'introduzione alla *Sectio Canonis*, che discuteremo più avanti⁷⁷:

⁷⁴ Che si direbbe quasi una dimostrazione didattica del fenomeno. Esperimenti del tutto analoghi verranno poi ripresi in età moderna, tra gli altri da Wallis; cfr. *supra*, nota 66.

⁷⁵ Porfirio, *Ad Gaurum* (*Sull'animazione dell'embrione*), IX.4. La traduzione è tratta da A.-J. Festugière, *La révélation d'Hermès Trismégiste*, III, Les Belles Lettres, Paris 1986, p. 287.

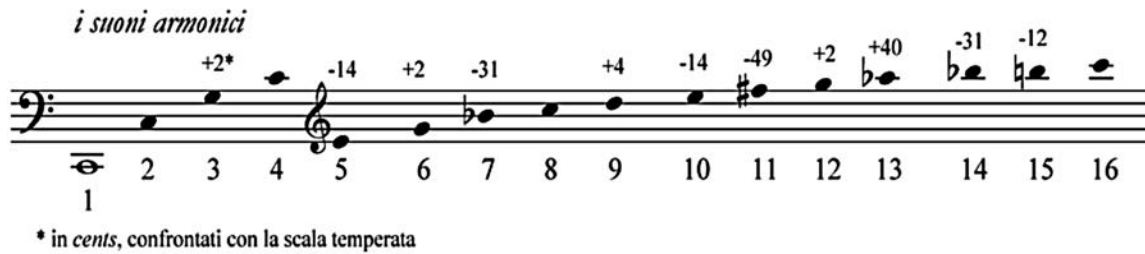
⁷⁶ Porfirio, *Commentario*, cit., I 5, p. 501.

⁷⁷ Teone di Smirne, *Esposizione*, cit., 50 e 51, 1-5; la traduzione

Poiché ogni melodia (μέλος) e ogni suono (φθόγγος) sono un certo suono naturale (φωνή), e ogni suono naturale è una sonorità fisica (ψόφος), e ogni sonorità fisica è una percussione dell'aria che non può disperdersi (πλήξις αέρος κεκωλυμένου θρύπτεσθαι), è evidente da un lato che se vi è stasi nell'aria non potranno prodursi né sonorità naturali né suoni naturali, e per questo neanche il suono, dall'altro che se si verificano percussione e movimento nell'aria, da una percussione e un movimento veloci si realizzerà il suono acuto, da una percussione e un movimento lenti il grave, da una percussione e un movimento forti una sonorità (ἦχος) consistente, da una percussione e un movimento deboli una flebile. La velocità e la forza di tali movimenti si realizzano all'interno di certi rapporti razionali reciproci o in modo irrazionale. Se prodotti da relazioni irrazionali le sonorità fisiche sono anch'esse irrazionali e disarmoniche (ἐκμελεῖς), e non è possibile considerarle propriamente come suoni (φθόγγους) ma solo come sonorità (ἦχους), mentre se prodotti da determinati rapporti razionali reciproci – multipli o epimori o semplicemente di numero a numero (epimeri) – sono musicali (ἐμμελεῖς), cioè propriamente e in senso stretto suoni (φθόγγοι). Di questi, alcuni sono solo armonici mentre quelli caratterizzati dai rapporti primi, chiarissimi e assolutamente validi (sia multipli sia epimori) anche consonanti. Due suoni sono tra loro consonanti se, nel momento in cui l'uno sia prodotto percuotendo una corda di uno strumento, anche l'altro lo segue come per familiarità e affinità (οἰκειότητα καὶ συμπάθειαν): così, prodotti entrambi insieme percuotendo allo stesso modo le corde, la voce sonora generata dalla loro unione sarà adeguata e piacevole.

Alla stregua di quanto abbiamo detto per Fracastoro, tutte queste testimonianze si possono assimilare a compendiose esposizioni basate su conoscenze letterarie di quanto restava in età imperiale dell'acustica musicale greca ed ellenistica, per altro animate da motivazioni culturali molto lontane da quelle delle loro fonti. Dobbiamo ora dunque chiederci in quale misura e in quale forma il fenomeno della risonanza sia stato elaborato nel quadro del primo gruppo di opere dell'antica teoria musicale greca, anteriori al crollo culturale del II sec. a.C., e quali conseguenze ne siano potute derivare sul piano della modellizzazione teorica dei fenomeni acustico-musicali.

è quella in (PETRUCCI 2012), pp. 218-219. Un passo quasi identico è in M. Briennio, *Harmonica*, 2, cap. 1, p. 128. Per il collegamento con la *Sectio Canonis*, e per la spiegazione di alcuni termini usati in questo passo, vedi *infra*, nota 109.



Oltre ad alcune affermazioni qualitative rintracciabili in Platone ed Aristotele⁷⁸, una fonte che abbiamo già discusso è la sezione acustica dei *Problemata* pseudo-aristotelici, dove il fenomeno della risonanza viene affrontato almeno due volte⁷⁹, interrogandosi sul perché, se fatta vibrare la corda detta *nete*⁸⁰ e poi fermata, si ha l'impressione di udire l'eco della sola *hypate* (che si trova un'ottava sotto a quella). L'autore osserva che l'*hypate* ha una risonanza che comprende il suono della *nete*, la quale ne costituisce una componente predominante (rispetto a quelle prodotte dalle altre corde). Vale anche osservare come, contestualmente a queste osservazioni e a quelle già viste concernenti le coincidenze delle vibrazioni nelle consonanze, ne vengano sviluppate altre che mostrano un'esplicita continuità con alcuni classici problemi "pitagorici", sebbene espresse nel quadro della filosofia naturale peripatetica. Ad esempio, l'autore afferma che raddoppiando una quinta o una quarta non si ottengono intervalli consonanti, mentre raddoppiando l'ottava sì⁸¹. E riconduce questo fenomeno al fatto che la doppia quinta (9:4) o la doppia quarta (16:9) non corrispondono a rapporti né multipli né epimori, mentre la doppia ottava dà un rapporto multiplo (4:1)⁸².

Concludiamo questa discussione con un'osservazione

⁷⁸ Rispettivamente nel *Timeo* (80 b5-8), e nel *De Sensu* (447 a-b e 448 a).

⁷⁹ Nel problema 24 e, con maggiore ampiezza, nel problema 42, cfr. (ARISTOTELE/FERRINI 2002), Sez. XIX, p. 283 e p. 291.

⁸⁰ Cfr. *supra*, nota 56.

⁸¹ Ad esempio nel problema 41, subito prima del secondo dei due problemi appena menzionati.

⁸² Sembra cioè che sia qui accettato il postulato della consonanza formulato nel proemio alla *Sectio Canonis*, che discuteremo più avanti. Per altro, tutto ciò sembra un'ulteriore indicazione del fatto che l'usuale compartimentazione dell'antica teoria musicale greca in "scuole di pensiero" contrapposte da irriducibili conflitti metodologici sia ancora una volta l'esito di semplificazioni e incomprensioni successive al crollo culturale, e in seguito cristallizzati in un dogma tenace. Per una recente disamina, moderatamente critica, di questo dogma cfr. A. Barker, *Shifting Conceptions of 'Schools' of Harmonic Theory, 400 BC – 200 AD*, in (MARTINELLI 2009), pp. 165-190.

che riprenderemo in seguito: il fenomeno della risonanza simpatetica, se analizzato razionalmente, è portatore di interessanti conseguenze per la concettualizzazione del suono musicale. In particolare, il fatto che la vibrazione ottenuta pizzicando una corda induca la vibrazione di un'altra corda inizialmente a riposo fa pensare che il suono di una corda vibrante sia in realtà la composizione di più suoni, organizzati in modo tale da far sì che quelli prodotti da due corde le cui lunghezze formino un rapporto semplice (a parità di altre condizioni) possano avere elementi comuni. Detto altrimenti, il fenomeno della risonanza per simpatia prelude in modo abbastanza diretto al riconoscimento che ogni suono si accompagna ad altri suoni armonici secondari che come satelliti gravitano attorno a lui a distanze costanti. Di tali suoni l'orecchio riesce, in certe condizioni, a percepire facilmente quelli più vicini al suono fondamentale, solitamente molto più intenso dei suoi armonici. L'esperienza mostra che le frequenze degli armonici formano una successione crescente di numeri interi, schematizzabile come in figura (dove si assegna alla corda libera la nota do_0)⁸³.

Per riprendere un semplice esempio già visto, gli effetti di concordanza e risonanza prodotti dai suoni della *nete* e dell'*hypate*, discussi nei Problemi pseudo-aristotelici 39 e 42, sono entrambi immediatamente riconducibili al fatto che il suono dell'*hypate* ha come secondo armonico il suono fondamentale della *nete*⁸⁴.

⁸³ I piccoli numeri riportati nella figura sopra alcune note corrispondono alle differenze tra le altezze dei suoni naturali e quelle del sistema equabile espresse in *cent*, una scala introdotta da Alexander Ellis nel 1875, in cui s'immagina l'ottava suddivisa in 1200 parti uguali e si associa ad un intervallo r il valore $c = 1200 \log_2 r$. Ad esempio alla quinta naturale corrispondono $1200 \log_2 3/2 \cong 702$ cent, mentre alla quinta equabile ne corrispondono esattamente $700 = 1200 \log_2 2^{7/12}$.

⁸⁴ Ottenibile, com'è noto a chiunque abbia avuto un po' a che fare con uno strumento a corde, apponendo nel punto che divide a metà la corda dell'*hypate* un ostacolo così leggero da permettere alla corda di continuare a muoversi come un unico corpo vibrante, sebbene con un punto fisso, ottenuto ad esempio sfiorandola con un dito. Per un'ulteriore discussione di questo fenomeno cfr. *infra*, nota 127.

Vedremo nel seguito come sia possibile dar corpo all'idea che il fenomeno della risonanza⁸⁵, che si trova alla base dell'acustica moderna⁸⁶, era già alla base di quella antica.

2. LA MODELLIZZAZIONE MATEMATICA DEI FENOMENI ACUSTICI

Come, in qualche misura, abbiamo avuto modo di vedere fin qui, le basi testuali per una ricostruzione dell'antica acustica musicale sono a dir poco lacunose e frammentarie. Tuttavia, già sulla base di quel poco che abbiamo osservato, è possibile sostenere che in età ellenistica i due fenomeni percettivi fondamentali alla base del concetto di consonanza, ovvero l'effetto acustico di fusione reciproca tra due suoni e il loro reciproco effetto di risonanza, con le conseguenze sulla natura del suono musicale che potevano esserne tratte in modo più o meno immediato, erano certamente disponibili per essere consapevolmente utilizzati per la costruzione teorica di adeguati sistemi d'intervalli, o scale musicali, a loro volta possibilmente utilizzabili nella pratica musicale e per l'accordatura degli strumenti⁸⁷. A questo proposito è in-

⁸⁵ Qui usiamo deliberatamente il termine "risonanza" nell'accezione allargata che ne dà la lingua francese, cioè per indicare gli armonici in genere. In italiano tale termine è invece solitamente usato per indicare le vibrazioni per simpatia.

⁸⁶ In età moderna il fenomeno degli armonici naturali (*petits sons*) è stato descritto da Marin Mersenne e da John Wallis e in seguito dal fisico-matematico francese Joseph Sauveur nel suo *Traité de la Théorie de la Musique* (1701), al quale, come abbiamo detto, si deve anche il termine *acustica*. La risonanza del "corpo sonoro" fu poi intesa dal compositore Jean Philippe Rameau come un "principio certo" su cui fondare l'armonia.

⁸⁷ Un altro importante aspetto del fenomeno della risonanza è quello legato alla vibrazione dei volumi d'aria interni a vasi di forme opportune. Nel brano del trattato di Teone in cui si descrivono alcuni antichi esperimenti di acustica vi è un lungo passo (*Esposizione*, cit., 59, 10-22) in cui si descrivono gli esperimenti di Laso di Ermione mirati a rivelare effetti di risonanza tra vasi i cui volumi interni formano rapporti opportuni. Analoghi esperimenti sono descritti nel numero 50 dei *Problemata* pseudo-aristotelici dedicati all'acustica. Per altro, una conoscenza approfondita di tali fenomeni è testimoniata dai risuonatori di bronzo, descritti tra gli altri da Vitruvio, che sappiamo erano utilizzati nei teatri greci di età ellenistica: disposti sotto la cavea, erano progettati in maniera analoga ai loro derivati moderni, detti risuonatori di Helmholtz, ovvero per risuonare a certe frequenze. Si può dunque immaginare che avessero il compito di rinforzare alcune componenti sonore selezionate tra tutte quelle che formano un suono complesso come quello proveniente dalla scena teatrale (cfr. (MONTGOMERY 1959), (POLYCHRONOPOULOS *et al* 2013)).

Il fatto che l'uso dei risuonatori non sia sopravvissuto al crollo

teressante leggere un passo di Panezio⁸⁸, citato in quella preziosa anche se superficiale miniera che è il *Commentario* di Porfirio (I, 1, 66.21-66.26):

Sin dai tempi antichi vi fu un grande studio, all'inizio da parte dei Pitagorici e poi dei matematici, per stabilire secondo quali rapporti, negli intervalli delle consonanze, da note che differiscono per qualità nasce una sola mescolanza anche se viene pizzicata una delle due corde, cioè quella che per natura si muove insieme, in modo consonante con l'altra.

Chi erano i "matematici" menzionati da Panezio?

All'epoca di Platone, le discipline considerate "matematiche" erano geometria, aritmetica, astronomia e teoria musicale, ovvero le quattro discipline che nel medioevo verranno (parzialmente) recuperate per formare il *quadrivium* delle arti liberali, recuperandone anche lo spirito platonizzante, secondo il quale gli enti matematici sono pure astrazioni che darebbero accesso a una conoscenza in grado di trascendere il mondo sensibile⁸⁹.

culturale sembra una chiara indicazione del fatto che fosse fortemente legato a una scienza acustica andata largamente perduta.

⁸⁸ Cfr. *supra*, nota 22.

⁸⁹ Nel VII libro della *Repubblica*, Platone sostiene che l'educazione dei legislatori dello Stato ideale, preliminarmente allo studio della dialettica, deve comprendere lo studio di queste quattro discipline. E in particolare che tra queste ve ne sono due, l'astronomia e la musica, che sono "sorelle", specificando come ciò vada inteso non nel senso di una prossimità metodologica quanto per il comune obiettivo: entrambe dovrebbero aspirare all'intellegione dell'armonia nel cosmo e della musica in esso attraverso la preliminare conoscenza dell'armonia dei numeri. Tali discipline devono quindi prescindere da ciò che appare ai sensi (*ἰ φανόμενα*) per rivolgersi all'essere in sé, che si trova nel mondo delle pure idee. In particolare, i teorici musicali del suo tempo vengono criticati perché, "esattamente come gli astronomi", sono troppo legati all'osservazione dei fenomeni, in quanto "cercano i numeri che esprimono gli accordi che si sentono, ma non si elevano a porre problemi più generali, a vedere quali numeri siano consonanti e quali no, e perché gli uni sì e gli altri no" (*Repubblica*, VII, 531c). Com'è noto, inoltre, nel mito di Er, narrato da Platone nel X libro della stessa opera, nonché nel *Timeo*, viene descritta una celebre immagine della cosmologia pitagorica nota come *armonia delle sfere*, un importante esempio di mito prescientifico secondo il quale ciascuno degli otto cieli concentrici, nel suo movimento circolare, emette una nota, cosicché l'insieme delle note produca un'unica perfetta armonia celeste. In età ellenistica quest'idea viene evocata da poeti e letterati, ma non ve n'è traccia nella scienza, che in quanto tale si occupa di costruire teorie per "salvare" fenomeni osservabili. Ma dopo il crollo culturale, con la perdita dei principali aspetti metodologici della scienza ellenistica, anche l'idea della musica celeste come realtà fisica (sia pure inaudibile) riprende corpo, e in particolare la convinzione che se alcune successioni di note (pensate senza l'intermediazione di un modello teorico) vengono percepite come

Tuttavia nel periodo ellenistico si assiste ad un duplice processo di espansione e di evoluzione metodologica: da una parte l'insieme delle discipline che afferivano alla "matematica" si estende notevolmente, includendo tra le altre anche ottica, meccanica e idrostatica, cioè discipline che oggi consideriamo parti della "fisica"⁹⁰. Dall'altra, l'aggettivo "matematico" viene utilizzato per riferirsi non tanto a chi si applica a questo o quell'oggetto di studio, quanto per indicare colui che adotta un particolare metodo per ottenere una conoscenza reale dei fenomeni (nonché per progettare strumentazione e tecnologia nuova). Tale metodo, comune a tutte le discipline suddette, che si trovano perciò riunite nell'alveo della "scienza esatta", consiste nell'individuazione di alcune affermazioni preliminari sulla realtà da modellizzare da usare come postulati dai quali dedurre in modo logicamente rigoroso una serie, a priori illimitata, di conseguenze. I postulati della teoria, generalmente espressi nel linguaggio ordinario, riguardano aspetti della realtà fenomenica opportunamente selezionati, trascurando quelli considerati inessenziali. Tale procedura di selezione trasforma gli enti coinvolti nel fenomeno e le affermazioni su di essi in enti e affermazioni teoriche⁹¹. È questo, in estrema sintesi, il metodo con cui si costruisce una teoria matematica come modello di un particolare aspetto della realtà. Il criterio di verità da assegnare ai risultati ottenuti risiede poi nella loro capacità di "salvare" i fenomeni studiati (*φαινόμενα σώζειν*), ovvero dal grado di accordo tra le osservazioni e le conseguenze

migliori di altre, ciò accade perché le relazioni numeriche tra quelle note replicano i rapporti costitutivi del moto degli astri, cioè le cose per natura più perfette. Tutto ciò andò poi a formare la base concettuale del nuovo genere della *musica speculativa* (contrapposta alla *musica pratica*) entrando a pieno titolo nei principali trattati del secondo gruppo di opere di teoria musicale di cui abbiamo parlato. Dal punto di vista della storia generale delle idee, la visione metafisica totalizzante incarnata dal mito della musica celeste ha accompagnato gran parte della cultura (anche scientifica) occidentale, da Platone a Tolomeo, da Boezio a Marsilio Ficino, da Keplero a Newton, fino alla "teoria del tutto" ricercata dai fisici teorici moderni.

⁹⁰ In accordo col significato originale del termine *τα μαθηματικά*, "tutto ciò che viene studiato". Sulla storia generale dei concetti di «matematica» e «fisica» cfr. (RUSSO 2015), Cap. 15; e, nel contesto della scienza armonica, (ISOLA 2016).

⁹¹ Un aspetto importante in questo passaggio è la creazione di un nuovo lessico per gli enti della teoria, in cui il significato dei nuovi termini resta tuttavia pienamente pertinente solo se riferito a questi ultimi. Alcuni esempi di enti teorici sono i triangoli in geometria (equilatero, isoscele, etc.), le orbite planetarie in astronomia (epiciclo, deferente, etc.), i rapporti intervallari (multiplo, epimorio, etc.) nella scienza armonica.

previste dalla teoria, una volta che queste ultime vengano riportate sul piano della realtà per mezzo di opportune regole di corrispondenza⁹². L'adozione di questo tipo di criterio di verità è ciò che rende la scienza esatta una forma peculiare di conoscenza, e che a sua volta determina quel particolare stile espositivo, lineare e privo di pronunciamenti sul significato e sulla verità, caratteristico delle opere di Euclide o di Archimede. Uno degli effetti più appariscenti del crollo culturale, soprattutto agli occhi di chi abbia uno scarso controllo del metodo scientifico, è proprio il fatto che questo stile viene stravolto, e ogni discorso "scientifico" viene esplicitamente subordinato ad una concezione metafisica⁹³.

Ad esempio, nel contesto della scienza esatta ellenistica, la funzione conoscitiva della scienza armonica consisteva prevalentemente nella modellizzazione del rapporto tra certi fatti sonori e certe sensazioni uditive, allo scopo di produrre schemi di intervalli adottabili nella composizione musicale e nella costruzione e nell'accordatura degli strumenti musicali. Si trattava dunque di mire meno ambiziose rispetto a quelle immaginate da Platone, ma con la possibilità di occuparsi in modo coerente di fenomeni osservabili, o meglio udibili, per mezzo del metodo dimostrativo. Ne vedremo tra poco un esempio nell'operetta ellenistica chiamata *Sectio Canonis*, attribuita ad Euclide. Diversamente, il tipo di trattazione di un autore come Nicomaco di Gerasa⁹⁴ riflette ovunque l'oblio del metodo scientifico: la nozione stessa di dimostrazione è smarrita, ritenendo, ad esempio, stabilita una certa proposizione non appena la si sia verificata in qualche caso particolare, e invocando poi la perfezione dell'artefice divino. Al rigore argomentativo Nicomaco preferisce generiche considerazioni filosofiche, mirate soprattutto a indurre stupefazione nel lettore⁹⁵.

⁹² Per una caratterizzazione profonda e circostanziata del metodo scientifico ellenistico cfr. (RUSSO 1996), VI ed., cap. 6.

⁹³ Per altro, tutto ciò chiarisce anche l'artificiosità delle interpretazioni che tendono ad attribuire precise posizioni filosofiche a scienziati ellenistici che consapevolmente hanno evitato di esprimerle: Euclide "platonico", Archimede "pitagorico", etc.

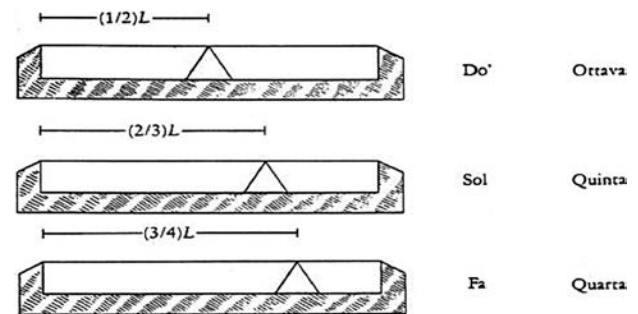
⁹⁴ Di cui sopravvivono due opere: un trattato di aritmetica, l'*Introductio arithmetica* (*Αριθμητική εισαγωγή*), che ha avuto grande fortuna nel corso del Medio Evo, e un manuale introduttivo di armonica, il *Manuale harmonices* (*Αρμονικήσ εγκειρίδιον*). Ma sono attestate altre due opere non pervenute: un trattato sulle proprietà mistiche dei numeri (*Θεολογούμενα αριθμητικῆσ*) e una più estesa *Introductio musica* (*Μουσική εισαγωγή*), ritenuta una fonte primaria per Boezio.

⁹⁵ Tutto ciò, a qualcuno, potrà richiamare alcuni aspetti della divulgazione scientifica attuale.

Tornando alla scienza ellenistica, un altro suo aspetto essenziale è che nessuna disciplina che ne fa parte ha come oggetto la Natura intesa come entità separata da chi la osserva, la ascolta, la misura, etc. I fenomeni di cui si occupa la scienza sono sempre il risultato di una forma d'interazione⁹⁶. E tale interazione è spesso mediata da strumenti progettati appositamente allo scopo di selezionare quegli aspetti dei fenomeni che possono essere messi in corrispondenza con gli enti teorici interni alla teoria.

Così, ad esempio, nelle teorie scientifiche sui fenomeni legati al senso della vista, come geometria e ottica, le regole di corrispondenza tra le affermazioni teoriche (ad esempio sui triangoli in geometria o sui raggi visuali in ottica) e gli oggetti concreti erano incorporate nell'uso della riga e del compasso. Nelle teorie sui fenomeni acustico-musicali, dove gli enti teorici principali sono gli intervalli rappresentati da rapporti, tale ruolo era svolto dal canone monocordo, uno strumento costituito da una singola corda tesa tra due ponticelli fissati su una base rigida. Un terzo ponticello intermedio può essere spostato lungo la corda in modo da dividerla in due parti ottenendo suoni di altezza variabile⁹⁷. L'esperienza mostra che il numero di vibrazioni di una corda in un tempo assegnato e la sua lunghezza stanno in ragione inversa l'uno all'altra⁹⁸. Questa relazione fondamentale garantisce che, una volta fissati gli altri parametri (spessore, tensione, etc.), i calcoli eseguiti sulle lunghezze delle corde sono equivalenti a quelli eseguiti sui numeri delle loro vibrazioni in un tempo assegnato, ovvero sulle frequenze dei suoni prodotti. Ad esempio, se una corda vi-

bra tre volte nello stesso tempo in cui un'altra corda vibra due volte, allora quest'ultima produce un suono una quinta più grave di quella e, a parità di tensione, spessore, etc., le loro lunghezze stanno tra loro in rapporto sesquialtero (3:2). Riportiamo le divisioni di un canone di lunghezza L corrispondenti ai tre rapporti fondamentali di ottava, quinta e quarta.



Se pensiamo il canone come un apparato per eseguire esperimenti di acustica, si può immaginare fissata alla sua base una riga su cui segnare le posizioni del ponticello mobile corrispondenti alle note. Il nome dell'intero strumento passa metonimicamente alla riga e da lì al segmento di retta che la rappresenta come ente teorico⁹⁹. Ed è appunto delle divisioni armoniche di tale segmento, ossia quelle che corrispondono ad intervalli musicali giudicati consonanti, che si occupa la teoria esposta nella *κατατομή κανονίς* o *Sectio canonis*, l'unico scritto rimasto che riporta un abbozzo di teoria matematica dell'accordatura musicale lungo le linee tracciate da Filolao e Archita, e basata sulla teoria delle proporzioni esposta negli *Elementi* di Euclide.

3. LA *SECTIO CANONIS*

In una prospettiva basata sulla rimozione del crollo culturale, la *Sectio Canonis* (SC) appare come un remoto e parziale prototipo della manualistica musicale greca fiorita in età imperiale¹⁰⁰.

⁹⁶ Ciò è vero per ogni scienza degna di questo nome, persino per l'astronomia, anche se oggi questa consapevolezza sembra spesso venir meno, cfr. (RUSSO 1996), VI ed., cap. 11.

⁹⁷ Descrizioni dettagliate del canone, e di alcune sue varianti, si trovano nell'*Armonica* di Tolomeo (I, 8, II 1-2 e 12-14) e nel relativo *Commentario* di Porfirio. La datazione della sua invenzione è controversa. Vari compilatori tardo antichi, come Nicomaco, Diogene Laerzio, Porfirio, Gaudenzio, Aristide Quintiliano, Boezio, Proclo, la attribuiscono, com'era prassi comune, allo stesso Pitagora ma, curiosamente, né Platone né Aristotele ne fanno menzione. Inoltre per Aristotele le questioni armoniche pertengono alla sola aritmetica, così come quelle di ottica alla sola geometria (cfr. *Analistici secondi* 75b1, 76a9), mentre l'elaborazione teorica associata al canone attiene a una combinazione di strumenti concettuali diversi, tipica della matematica ellenistica. Come suggerisce Burkert, ciò indicherebbe l'età di Aristotele come un *terminus post quem* ((BURKERT 1972), p. 375, n. 22). La prima occorrenza certa del termine *κανόν* nel senso di monocordo risale all'ultima parte del IV sec. a.C. Una recente monografia sul monocordo è (CREESE 2010).

⁹⁸ Come abbiamo già argomentato (cfr. *supra*, pp. 15-16), possiamo ritenere tale relazione quantitativa una conoscenza associata, certamente in età ellenistica.

⁹⁹ È degno di nota che nelle mani di Tolomeo, il monocordo perde il suo duplice aspetto di strumento di misura e di ente teorico per conservare soltanto il primo, il solo a lui comprensibile. Di quest'ultimo vengono discusse varie peculiarità, come la tensione aggiuntiva della corda risultante dal ponticello mobile, lo spessore di quest'ultimo, la densità e umidità della corda, etc. (cfr. *Armonica*, I 8).

¹⁰⁰ Per un'introduzione generale e una panoramica delle edizioni critiche della SC cfr. (ZANONCELLI 1990), (BARBERA 1991), (MATHIESEN 1999).

Tuttavia, profonde sono le differenze con i trattati più tardi. Quella per certi aspetti più superficiale è che la *SC* esiste in tre versioni abbastanza diverse tra loro: innanzitutto una versione in greco, la più lunga, contenente un proemio e 20 proposizioni. La tradizione manoscritta ha trasmesso questa versione in coppia con un conciso sommario degli aspetti più tecnici dell'*Harmonica* di Aristosseno dal titolo *Introductio harmonica*, generalmente ascrivito ad un altrimenti ignoto Cleonide¹⁰¹. Poi c'è una versione più breve, riportata da Porfirio, che contiene le prime 16 proposizioni, attribuite ad Euclide e, separatamente e senza attribuzione, il proemio, riportato quasi per intero al fine di illustrare le ipotesi dei "pitagorici" circa le consonanze musicali¹⁰². In ultimo una versione latina, ancora più breve, con una parte del proemio e le prime 9 proposizioni, riportata, senza attribuzione, da Boezio¹⁰³.

Questo stato di cose ha generato un nutrito e ormai secolare dibattito sulla questione dell'autenticità, e dell'unità, della *SC* come opera euclidea, nel quale sono entrati anche circostanziati elementi di merito¹⁰⁴. Non entriamo qui nella questione dell'attribuzione se non in modo per così dire obliquo, per mettere a fuoco alcuni aspetti metodologici.

In effetti, ciò che differenzia principalmente la *SC* dalla manualistica musicale successiva, e che tuttavia resta opaco se si perde di vista il crollo culturale, è proprio il metodo che la sorregge, che è quello, sommariamente descritto più sopra, della scienza esatta ellenistica¹⁰⁵. È solo partendo da questo presupposto che ritengo abbia senso chiedersi fino a che punto la *SC* rappresenti

¹⁰¹ Dei numerosi codici in cui i due manoscritti compaiono insieme, i principali recano l'attribuzione a Euclide, altri lasciano la *SC* adespota, i rimanenti attribuiscono entrambi i lavori a Cleonide, cfr. (JAN 1895), pp. xi-xciii.

¹⁰² Porfirio, *Commentario*, cit., I 5, che commenta il corrispondente capitolo dell'*Armonica* di Tolemeo, dal titolo *Περὶ τῶν εἰς τὰς υποθέσεις τῶν συμφωνιῶν τοῖς Πυθαγορείοις παραλαμβανομένων*.

¹⁰³ Boezio, *De institutione musica* 4.

¹⁰⁴ In particolare, secondo alcuni studiosi, a rendere improponibile l'attribuzione della *SC* ad Euclide sarebbe la presenza di un presunto paralogismo nella Proposizione 11 (sulla quale si basano le successive), rilevato in (TANNERY 1904). Di avviso opposto è (RUELLE 1906). Per discussioni più recenti su questi aspetti cfr. (BARKER 1981), (BARBERA 1984), (LEVIN 1990), (ACERBI 2007), (BRANCACCI 2018).

¹⁰⁵ Alcuni autori rilevano della *SC* lo stile scarno e asciutto rispetto ai trattati posteriori, ma quello che solitamente resta inesperto è proprio il salto metodologico, di cui quello stile è conseguenza. Per vedere esempi analoghi di trattazioni teoriche di argomento musicale occorre attendere quasi duemila anni, ad esempio il trattato di Stevino sulla divisione equabile dell'ottava.

un'opera compiuta ed internamente coerente¹⁰⁶. Per quanto la *SC*, quale ci è giunta dalla tradizione manoscritta, appaia già ad un primo esame come un prodotto assai frammentato, composto di parti organizzate in modo disorganico, il breve scritto esprime con nettezza uno statuto epistemologico proprio della scienza ellenistica.

Alla luce di questo presupposto, sembra quindi plausibile che la *SC* sia una compilazione di estratti da un'opera euclidea più completa, poi dimenticata a vantaggio del più maneggevole estratto¹⁰⁷. Nella breve analisi che seguirà, vedremo come in questa prospettiva si riesca a render conto facilmente delle presunte "fallacie" riscontrate dagli studiosi che vi hanno cercato un prodotto tanto organico quanto aderente a criteri di verità caratteristici della filosofia naturale piuttosto che della scienza esatta.

Vediamo quindi di quali parti è composta l'opera.

Innanzitutto il proemio, che, come abbiamo già visto¹⁰⁸, si apre affermando la relazione sussistente tra l'altezza dei suoni e la velocità delle vibrazioni che li producono. Dopo aver detto che i suoni più acuti sono composti da moti più frequenti e più numerosi, mentre i più gravi da moti più rarefatti e meno numerosi, prosegue affermando la rappresentabilità di certi fatti acustici in termini di enti matematici, stabilendo cioè una corrispondenza tra intervallo musicale e rapporto numerico:

I suoni più acuti del dovuto (crescenti) si possono riportare alla giusta altezza con una sottrazione di movimento, quelli troppo gravi (calanti) alzandoli (tendendoli) con un'aggiunta di movimento. E dato che si riconducono al loro giusto grado mediante addizione o sottrazione, bisogna affermare che i suoni sono composti di parti (ἐκ μορίων). Ma tutte le cose che sono composte di parti sono

¹⁰⁶ In particolare, ciò indica una possibile alternativa alle varie attribuzioni a una "scuola filosofica", pitagorica o accademica che sia. Cfr. (ZANONCELLI 1990) e (BARBERA 1991).

¹⁰⁷ Ciò, per altro, induce a riconsiderare il giudizio dei filologi classici come Jan e Menge, che per primi l'hanno studiata: il primo ritenendo che il proemio fosse un estratto un po' maldestro di un'opera euclidea perduta (cfr. (JAN 1895), p. 118); il secondo che l'intera *SC* potesse essere un compendio steso senza troppa cura di uno scritto euclideo sulla musica, (cfr. (MENGE 1916), pp. xxxvii ss). Ricordiamo che Proclo, nel suo *Commento* al I libro degli *Elementi* di Euclide, riferisce che tra le altre opere matematiche dello stesso autore, "dotate di mirabile esattezza e speculazione scientifica", vi era un'opera chiamata *Elementi di musica*. Analoghe indicazioni sono attestate in Marino di Neapoli, e successivamente in Teodoro Metochita. Si può anche segnalare che nel *Kitāb al-fibrīst* (un indice dei libri in arabo nel X secolo, del bibliografo Ibn al-Nadīm), oltre alla *SC*, compare un'opera di Euclide sulla musica.

¹⁰⁸ Cfr. *supra*, p. 11.

correlate tra loro per mezzo di un rapporto numerico (ἀριθμοῦ λόγῳ); così necessariamente diremo che anche i suoni stanno tra loro in rapporti numerici (ἐν ἀριθμοῦ λόγῳ λέγεσθαι πρὸς ἀλλήλους). Dei numeri, alcuni sono in rapporto multiplo (ἐν πολλαπλασίῳ), altri in rapporto epimorio (ἐν ἐπιμορίῳ), altri in rapporto epimero (ἐν ἐπιμερεῖ), per cui è necessario dire che anche i suoni stiano tra loro in questo tipo di rapporti. Fra questi ultimi, i multipli e gli epimori sono in relazione tra loro con un solo nome (ἐνὶ ὀνόματι)¹⁰⁹.

Osserviamo che non sembra contemplata la possibilità di rapporti tra grandezze incommensurabili, e ciò potrebbe sembrare in contraddizione con quanto andiamo dicendo riguardo all'origine della *SC* come un prodotto – sia pure compendiato e frammentario – della scienza esatta. Che enti suscettibili di variazioni quantitative si compungano di parti discrete è infatti un'affermazione a dir poco ingenua alla luce degli sviluppi della matematica ellenistica¹¹⁰. Del resto, nell'ipotesi che stiamo adottando sulla genesi della *SC*, si possono immaginare varie possibilità: da quella di una sorta di “associazione automatica” dei copisti successivi del proemio (magari basata sull'idea aristotelica che le questioni armoniche pertengono alla sola aritmetica), a quella che il proemio stesso sia un riassunto non troppo accurato di alcuni presupposti fondamentali su cui venivano costruiti mo-

delli matematici dei fenomeni acustici. Per altro, in quella sorta di parafrasi del proemio della *SC*, già citata per intero più sopra, che Teone di Smirne riferisce ad Adrasto di Afrodisia, viene invece contemplata esplicitamente la possibilità di rapporti irrazionali, associandola a sonorità disarmoniche, che non possono neppure essere considerate suoni veri e propri¹¹¹.

Infine, nell'ultima parte del proemio, viene data una formulazione del postulato principale della teoria, che individua gli intervalli consonanti da utilizzare per la costruzione delle scale musicali:

E dei suoni sappiamo che alcuni sono consonanti (συμφώνους), altri dissonanti (διαφώνους), i consonanti producendo una sola fusione da entrambi (μίαν κρῆσιν τὴν ἐξ ἁμφοῖν ποιούντας), i dissonanti no. Stando così le cose, è ragionevole (εἰκὸς) che i suoni consonanti, dal momento che producono una sola fusione del suono da entrambi, siano annoverati tra i numeri che sono in relazione tra loro in un solo nome (εἶναι τῶν ἐν ἐνὶ ὀνόματι πρὸς ἀλλήλους λεγομένων ἀριθμῶν): cioè i multipli e gli epimori.

Da Tolomeo fino ad oggi, vari commentatori hanno visto un esiziale elemento di debolezza dell'approccio conoscitivo della *SC* nel fatto che il postulato sulle consonanze, sul quale si basano le successive deduzioni, sia falso: non solo perché include tra gli intervalli consonanti anche intervalli considerati dissonanti dalla tradizione pitagorica, come il tono 9:8 maggiore (nonché il tono minore 10:9 e il tono allargato 8:7) o la terza maggiore 5:4, ma soprattutto perché annovera come dissonante l'intervallo di ottava composto con quello di quarta, rappresentato dal rapporto 8:3, unanimemente riconosciuto come consonante dai teorici dell'antichità. D'altra parte, alla luce di quello che abbiamo detto, ciò non costituisce un problema in sé: tutte le ipotesi sono in qualche misura ‘false’, ciò che conta è che la teoria che si basa su di esse sia coerente e utile per render conto dei fenomeni che cerca di modellizzare. E nel caso della *SC* questi non comprendono certo la totalità delle assuefazioni musicali del suo tempo, ma soltanto l'efficacia di alcuni sistemi d'intervalli costruiti a partire dai postulati per fini circoscritti, quali l'accordatura di certi strumenti musicali. Lo stesso concetto di “consonanza” assume in questo contesto un carattere necessariamente convenzionale. Così, che si tratti del severo giudizio di eccessivo razionalismo espresso da Tolomeo o dei rimproveri d'infondatezza

¹⁰⁹ Ricordiamo che per l'aritmetica greca il rapporto tra due grandezze commensurabili, una maggiore e una minore, poteva essere: *multiplo* (πολλαπλασίον), cioè tale che il termine maggiore è un multiplo di quello minore, ovvero che, ridotto ai minimi termini, ha la forma $n:1$ con $n > 1$; *epimorio* (ἐπιμορίον) (detto anche *superparticolare*, nella più familiare versione latinizzata), cioè tale che il termine maggiore supera quello minore di una sua parte aliquota, che ridotto ai minimi termini ha la forma $(n + 1):n$, con $n > 1$; *epimero* (ἐπιμερής) o *superpaziente*, che ai minimi termini ha la forma $(n + m):n$ con $n > m > 1$. A questi venivano aggiunti poi i rapporti ottenuti combinando il genere multiplo con gli altri due. Evidentemente, il genere multiplo ed epimorio possono essere posti in corrispondenza biunivoca: $p:q$ è multiplo se e solo se $p:(p - q)$ è epimorio, e in entrambi i casi q è la massima misura comune di p e $p - q$. Come suggerito in (ACERBI 2007) e come discuteremo ancora più avanti, proprio tale misura comune potrebbe rappresentare il “solo nome” che li accomuna. Ricordiamo tuttavia che l'opinione maggiormente condivisa dagli studiosi, proposta in (LALOY 1900), ritiene che il “solo nome” vada ascritto al fatto che, a differenza dei rapporti epimeri, quelli multipli ed epimorici nella lingua greca erano indicati perlopiù con un solo termine, come ad esempio *διπλάσιον* per il rapporto 2:1, o *επίτριτον* per 4:3.

¹¹⁰ Il problema di assegnare un significato al rapporto tra due grandezze non commensurabili, su cui basare la matematica del continuo, era stato risolto con la definizione euclidea di proporzione (Euclide, *Elementi*, V, definizione 5).

¹¹¹ ὅπο μὲν οὖν τῶν ἀλόγων ἄλογοι καὶ ἐκμελεῖς γίνονται ψόφοι, οὐδὲ φθόγγους χρῆ καλεῖν κυρίως, ἤχους δὲ μόνον. Teone di Smirne, *Esposizione*, cit., 50, 15-16 (cfr. *supra*, pp. 21-22).

espressi da Barker¹¹², quello che emerge è perlopiù l'incapacità di comprendere il metodo scientifico.

Torneremo più avanti sul significato e le conseguenze del postulato sulle consonanze. Lo faremo, dopo aver brevemente illustrato l'insieme delle proposizioni, discutendo il problema interpretativo posto dalla locuzione "in un solo nome", che nel proemio individua la relazione tra i rapporti multipli ed epimorici che rappresentano gl'intervalli consonanti.

Oltre al proemio, la *SC* presenta venti proposizioni che si dividono, come in altre opere euclidee, nelle due categorie distinte dei teoremi e dei problemi¹¹³: le prime diciotto sono annoverabili tra i teoremi, articolati in un enunciato, in cui si affermano alcune proprietà degli enti della teoria – i rapporti/intervalli – e nella loro dimostrazione, basata sul postulato iniziale ed eventualmente su altre proposizioni precedenti; le ultime due sono invece problemi, in cui l'enunciato chiede cioè una certa costruzione, la quale viene poi effettuata attraverso una serie di passi la cui realizzabilità è garantita da quanto già assunto e dimostrato in precedenza: in questo caso si tratta di costruire sul canone, per salti alternati di quarta e di quinta (ovvero le principali consonanze di riferimento), tutte le note, quelle fisse (prop. 19) e quelle mobili (prop. 20), del cosiddetto sistema perfetto (nel genere diatonico), una scala che organizzava i nomi delle altezze delle note su una doppia ottava, corrispondente più o meno all'estensione della voce umana¹¹⁴. Questi

problemi finali sono per altro i risultati associabili nel modo più diretto al titolo dell'opera.

Quanto ai teoremi, i primi nove sono di pura teoria dei numeri: sulla composizione degli intervalli multipli¹¹⁵ (prop. 1 e 2), sull'impossibilità di inserire medi proporzionali¹¹⁶ in un intervallo epimorico¹¹⁷ (prop. 3); sulla composizione degli intervalli non multipli (prop. 4

tico da un tono e mezzo e due semitoni; quello enarmonico da un ditono e due quarti di tono. Mostriamo qui sotto tre diverse proposte per la divisione dell'ottava (due tetracordi disgiunti) nel genere diatonico. I nomi nella colonna di sinistra sono quelli delle otto note associate alle corde della cetra, dalla più acuta (*nete*) alla più grave (*hypate*):

	Archita	<i>SC</i>	Tolemeo
<i>nete</i>	9:8	9:8	10:9
<i>paranete</i>	8:7	9:8	9:8
<i>trite</i>	28:27	256:243	16:15
<i>paramese</i>	9:8	9:8	9:8
<i>mese</i>	9:8	9:8	10:9
<i>lychanos</i>	8:7	9:8	9:8
<i>parhypate</i>	28:27	256:243	16:15
<i>hypate</i>			

Espandendo questo schema centrale con l'aggiunta di altri tre tetracordi, più una "nota aggiunta" al grave, detta *proslambanòmenos*, attraverso tappe successive si è giunti al sistema perfetto (*σύστημα τέλειον*). Per maggiori dettagli su questi aspetti cfr. (COMOTTI 1979).

¹¹⁵ La seconda proposizione, che afferma che solo un intervallo multiplo può generarne uno multiplo quando composto con se stesso, si basa su *Elementi* VIII, 7.

¹¹⁶ Il medio proporzionale tra due grandezze a e b è quella grandezza c che verifica la proporzione continua $a:c = c:b$.

¹¹⁷ La cui dimostrazione si basa su *Elementi* VIII, 8. A quanto ci è dato sapere si tratta del primo risultato d'impossibilità in teoria dei numeri, del quale abbiamo un'esplicita attribuzione ad Archita (Boezio, *De insitutione musica* III, 11). In particolare, poiché nessuna radice di 2 può essere espressa con una frazione, non è possibile inserire nessun numero di medi proporzionali tra 1 e 2, e dunque non è possibile dividere l'ottava in parti uguali. E così per la quinta, la quarta, il tono intero, etc. Diciamo che un rapporto è *decomponibile* se tra i suoi termini è possibile inserire (almeno) un medio proporzionale: se $a:b$ è il rapporto e c è il medio proporzionale allora $a:b$ si può decomporre nei rapporti $a:c$ e $c:b$. La terza proposizione della *SC* affronta dunque l'importante problema strutturale di individuare, tra i rapporti, le unità non decomponibili. Dal momento che gli intervalli musicali si compongono moltiplicando i rapporti corrispondenti, i rapporti epimorici sono particolarmente indicati per essere messi in corrispondenza con gli intervalli musicali minimali per mezzo dei quali costruire sistemi armonici complessi. Osserviamo infine che i rapporti epimorici venivano divisi dai teorici musicali in due parti (diseguali) per mezzo delle operazioni di media aritmetica e media armonica, ovvero secondo lo schema: $(n + 1) : n = [(2n + 1) : (2n)] \cdot [(2n + 2) : (2n + 1)]$. Ad esempio la quinta si divide in una terza minore e una terza maggiore: $3:2 = (5:4) \cdot (6:5)$.

¹¹² Cfr. Tolemeo, *Armonica*, I 5; (BARKER 1981), pp. 9-10.

¹¹³ Con terminologia usata da Proclo nel già citato *Commento* al I libro degli *Elementi*. Nella *SC* mancano tuttavia le formule di chiusura "come si doveva dimostrare" e "come si doveva fare" che caratterizzano rispettivamente teoremi e problemi negli *Elementi*.

¹¹⁴ Nel sistema musicale greco, secondo quanto ci è stato trasmesso dai teorici che hanno scritto di musica dal IV sec. a. C. in poi, una scala era pensata come l'unione di più *tetracordi*, cioè gruppi di quattro note in cui le due note estreme, la più acuta e la più grave, formavano un intervallo fisso di una quarta. Il compito che si poneva ai teorici era quello di collocare all'interno di ciascun tetracordo due note "mobili", in modo tale da produrre una successione di note accettabile. Una volta stabilito il criterio con cui assegnare le note mobili, la giustapposizione dei tetracordi era effettuata solitamente in forma rigidamente parallela: con le note corrispondenti distanziate da una quinta nella forma disgiunta, o di una quarta nella forma congiunta (nel primo caso viene inserito un tono di separazione tra due tetracordi successivi, nel secondo la nota più acuta del primo coincide con la più grave del secondo). A ciò va aggiunto che la collocazione delle note mobili in ciascun tetracordo poteva seguire tre schemi di base: *diatonico*, *cromatico* e *enarmonico*: il primo, costituito da due intervalli di tono (non necessariamente uguali) e uno di semitono (definito come una quarta meno un ditono), era il genere più antico e diffuso; quello croma-

e 5); sull'intervallo doppio come composizione dei principali intervalli epimorici¹¹⁸: il sesquialtero (3:2) e il sesquiterzo (4:3) (prop. 6); sulla composizione dell'intervallo triplo con quelli doppio e sesquialtero (prop. 7); sull'intervallo sesquiottavo (9:8) come differenza tra il sesquialtero e il sesquiterzo (prop. 8); sul fatto che componendo sei intervalli sesquiottavi si ottiene un intervallo maggiore di quello doppio (prop. 9).

Nelle successive quattro proposizioni (10-13) si fanno corrispondere, come conseguenza delle assunzioni fatte e delle proposizioni precedenti, gl'intervalli musicali fondamentali (tono, quarta, quinta, ottava) a determinati rapporti numerici (9:8, 4:3, 3:2, 2:1). La richiesta "musicale" per queste derivazioni è che l'ottava consista di una quarta e di una quinta, che la doppia ottava sia consonante mentre la doppia quinta o la doppia quarta no¹¹⁹.

Ricordiamo che quasi tutte le critiche alla paternità euclidea basano su un presunto paralogismo della proposizione 11, il cui enunciato afferma che gli intervalli di quinta e di quarta sono rappresentati da rapporti epimorici. La dimostrazione si basa sul fatto che, essendo tali intervalli dissonanti, non possono essere rappresentati da rapporti multipli, invertendo così (in parte) l'implicazione asserita dal postulato delle consonanze. D'altra parte, l'errore logico sussiste solo assumendo che il proemio, nella forma pervenutaci, contenga compiutamente le ipotesi del modello. Ma se, invece, il proemio non fosse che un riassunto a grandi linee di alcuni presupposti concettuali fondamentali, allora potrebbe riportare in modo solo approssimativo quella che doveva essere un'equivalenza logica tra una classe d'intervalli musicali di riferimento e una certa classe di rapporti. Ci torneremo più avanti.

Nelle proposizioni 14-16 si dimostrano alcune disuguaglianze che riguardano gl'intervalli di ottava, quinta, quarta e tono maggiore quali enti teorici principali del modello: che l'ottava è minore di sei toni (prop. 14, basata sulle prop. 9, 12, 13); che la quarta è minore di due toni e mezzo e la quinta è minore di tre toni e mezzo (prop. 15, basata sulla 14); che il tono non può essere diviso in due o più intervalli uguali (prop. 16, basata sulle prop. 3, 13)¹²⁰.

¹¹⁸ Di questo risultato vengono date due dimostrazioni alternative.

¹¹⁹ Come abbiamo visto l'ultima richiesta viene discussa anche nel 41-esimo dei *Problemata* pseudo-aristotelici, cfr. *supra*, p. 22, nota 81.

¹²⁰ Secondo alcuni autori le proposizioni 14-16 presuppongono una posizione alternativa di stampo aristossenico da confutare (ad es. (MATHIESEN 1999), pp. 346-347). Ricordiamo che nella di-

Infine, le proposizioni 17 e 18 riguardano alcune caratteristiche delle note mobili nel genere enarmonico: la prima descrive la determinazione di *paranete* e *lychanos*¹²¹ usando solo intervalli di quarta e quinta (prop. 17, che può essere riguardata anch'essa come un problema, insieme alle prop. 19-20); la seconda dimostra che la *parhypate* e la *trite* non dividono a metà il *pyntonon*¹²².

Osserviamo che il salto tra genere enarmonico e genere diatonico nelle ultime quattro proposizioni – tra gli argomenti usati contro l'attribuzione euclidea – può anch'esso essere fatto rientrare nell'idea che la *SC* sia una compilazione di estratti di un'opera più ampia¹²³.

visione di Aristosseno, basata sul principio che la quarta e la quinta sono i più piccoli intervalli che un orecchio musicalmente addestrato giudica consonanti (mentre il tono è la loro differenza), l'ottava è formata da sei toni, la quinta da tre toni e mezzo e la quarta da due toni e mezzo. A supporto dell'ultima affermazione egli fornisce anche un'argomentazione concettuale ottenuta combinando alcuni dati empirici con una serie di operazioni intervallari (Aristosseno, *Armonica*, 2.45, Macran, p. 198), per l'analisi della quale rimandiamo a (LITCHFIELD 1988). Limitiamoci qui ad osservare che Aristosseno non parla mai di rapporti numerici, e quindi non menziona neppure quelli associati alle principali consonanze. Il suo discorso si muove entro un quadro epistemologico caratteristico della filosofia naturale aristotelica: partendo da premesse a base empirica, la teoria di Aristosseno riguarda principi e categorie astratte per mezzo delle quali il dato musicale può essere compreso nella sua logica interna come soggetto autonomo. Il crollo della cultura unitaria ellenistica ha reso sempre più difficile la distinzione metodologica tra le due prospettive, quella del modello teorico e quella della rappresentazione astratta dell'esperienza sensoriale. Come abbiamo già osservato, tale confusione ha prodotto l'attitudine sempre più consolidata di rappresentare l'evoluzione della teoria armonica come opposizione pitagorici *vs* aristossenici, o "razionalisti" *vs* "empiristi", forma nella quale si è trasmessa nel corso del Medioevo, fino al Rinascimento, ed oltre. Per altro, analoghe presunte opposizioni erano comuni nelle riprese e rielaborazioni successive al crollo culturale. Altri due esempi importanti riguardano la medicina e la linguistica. Nella prima, com'è noto, Galeno insiste in più occasioni nel presentare il suo approccio come il giusto compromesso tra quelli delle scuole mediche che lo avevano preceduto, da lui giudicati eccessivamente razionalisti o eccessivamente empiristi, appunto. In linguistica si può segnalare la presunta contrapposizione, affermata ad esempio da Varrone, tra le cosiddette teorie dell'*analogia* e quelle dell'*anomalia* (risalenti rispettivamente ad Aristofane di Bisanzio e Cratete di Mallo), che avrebbero elaborato per la lingua prescrizioni tra loro inconciliabili: regole precise e inflessibili, la prima, ampia possibilità di eccezioni ed innovazioni linguistiche, la seconda.

¹²¹ Per il significato di questi termini, cfr. *supra*, nota 114.

¹²² Ovvero l'intervallo che rimane nei tetracordi enarmonico e/o cromatico una volta sottrattovi l'intervallo interno più grande (il ditono nel caso enarmonico, il tono e mezzo nel caso cromatico).

¹²³ Una presunta difficoltà ulteriore rilevata da alcuni commentatori risiede nel fatto che nel proemio della *SC* si parla espli-

3.1 Una proposta

Uno dei motivi di meraviglia di alcuni storici nel parlare della “scienza musicale pitagorica” e delle sue propaggini nella prima età moderna, consiste nel constatare come alcuni semplici modelli matematici alla base delle antiche teorie armoniche riproducano fedelmente uno schema deducibile logicamente sulla base dell’osservazione e della concettualizzazione del fenomeno della risonanza – nel senso lato che abbiamo discusso più sopra – cioè qualcosa che, si sostiene, è largamente posteriore¹²⁴.

Contravvenendo a una vulgata che persiste fin dalle interpretazioni numerologiche seguite al crollo culturale¹²⁵, possiamo pensare, anche sulla scorta di quanto abbiamo discusso fin qui, che l’ipotesi che si trova alla base della SC – è ragionevole che i suoni consonanti [...] siano annoverati tra i numeri che sono in relazione tra loro in un solo nome: cioè i multipli e gli epimori¹²⁶ – sia stata ideata a partire da un chiaro rapporto con alcuni fenomeni acustici fondamentali. In particolare, che essa affermi un’implicita corrispondenza tra gl’intervalli consonanti, cioè gli enti teorici con i quali costruire sistemi d’intonazione, e le componenti del fenomeno acustico

citamente di rapidità di movimenti (frequenze), mentre nelle proposizioni del testo non si fa alcuna menzione di movimenti, ma solo di lunghezze di corde (cfr. (BARKER 1981), pp. 1-2). L’anomalia risiederebbe nel fatto che, utilizzando la lunghezza delle corde, numeri più grandi vengono assegnati a frequenze più piccole e non viceversa. A questo proposito possiamo fare due osservazioni: innanzitutto nella SC troviamo un’esplicita corrispondenza tra intervalli e rapporti tra lunghezze di porzioni di corda del canone soltanto nei due problemi finali (19-20). L’assenza di un’esplicita menzione dell’inversione rispetto alla corrispondenza affermata nel proemio si può spiegare sia assumendo che si trattasse di un’equivalenza data per scontata (cfr. *supra*, pp. 16-17), sia con il carattere frammentario e compilativo dell’intera SC. Per quanto riguarda invece il resto dell’opera, le proposizioni 1-18 riguardano rapporti tra grandezze omogenee qualsiasi, che possono quindi rappresentare sia lunghezze di corde tese sia velocità di vibrazioni. Si tratta appunto di enti teorici la cui corrispondenza con gli enti concreti va stabilita di volta in volta.

¹²⁴ Cfr. (WALKER 1978), p. 12. In generale, l’idea di assegnare agli antichi scienziati un ruolo al più di precursori isolati o di casuali scopritori di verità che poi verranno sviluppate solo nell’ambito della scienza moderna è uno dei frutti, tra i meno nutrienti, dell’Illuminismo, e ancora oggi influenza la ricerca storica (ad es. (BAILHACHE 2001), cap. 1). Una discussione della consonanza e di altre questioni legate ai fenomeni acustico-musicali che raccoglie le tendenze seicentesche su cui si sarebbe basato il pensiero illuministico si può trovare in (HOLDER 1694).

¹²⁵ Con alcune eccezioni, ad esempio (EMMANUEL 1911), p. 430; e (CAPPARELLI 1944), pp. 680-681.

¹²⁶ *εἰκὸς τοῦς συμφώνους φτόγγους [...] εἶναι τῶν ἐν ἐνὶ ὀνόματι πρὸς ἀλλήλους λεγομένων ἀριθμῶν.*

della risonanza. Vediamo meglio questo punto, illustrando innanzitutto un semplice argomento al tempo stesso musicale e geometrico.

Supponiamo di avere una corda AB tesa su un monocordo e di posizionare il ponticello mobile in un punto C in modo tale che CB misuri esattamente AB (ad esempio $AB = 4CB$).

A _____ C _____ B

Pizzicando solo la parte AC si otterrà un suono che forma con quello della corda intera un intervallo AB:AC (ad esempio 4:3). Se poi, invece di fissare il punto C dividendo la corda in due parti vibranti indipendenti, ci si limita a sfiorarla nel punto C, in modo da lasciare libera la corda di vibrare in tutta la sua lunghezza (con il punto C fermo), allora otterremo un suono che forma con quello della corda libera un intervallo AB:CB (ad esempio la doppia ottava 4:1)¹²⁷. D’altra parte ci si rende conto facilmente che AB:CB è multiplo se e solo se CB misura esattamente AB (e dunque AC), e viceversa AB:AC è epimorio se e solo se CB misura esattamente AC (e dunque AB).

¹²⁷ In altre parole, nel caso $AB = 4CB$ stiamo selezionando il quarto armonico del suono generato dalla corda AB, due ottave più acuto di quest’ultimo, “silenziano” quelli di ordine più basso (incluso il suono fondamentale).

Ciò si può forse comprendere meglio ragionando come segue. Assumiamo innanzitutto che due porzioni di corda vibrante, definite dal fatto che i loro estremi restano fissi nel tempo, compiono oscillazioni con frequenze che stanno in ragione inversa rispetto alle loro lunghezze (come nel passo di Tolemeo citato a p. 16).

Ora, se la porzione CB interagisce con il resto della corda, come una parte con il tutto, allora CB obbliga, per così dire, la porzione adiacente DC a seguire il suo stesso movimento (questo punto potrebbe ovviamente essere discusso con maggior precisione). D’altra parte DC deve essere uguale a CB, perché, sulla base dell’assunzione fatta, se fosse minore si muoverebbe più rapidamente, più lentamente se fosse maggiore. La porzione DC agisce poi sulla vicina ED allo stesso modo, e così di seguito fino all’estremità A. Se dunque l’ostacolo C è tale da permettere alla corda di continuare a vibrare per intero (da qualunque parte del punto C la si solleciti) essa durante il suo moto si dividerà in 4 porzioni, producendo il quarto armonico del suono fondamentale.

A _____ E _____ D _____ C _____ B

L’acustica moderna chiama *nodi* i punti A, E, D, C, B, che restano fermi, *ventri* i punti medi degli intervalli AE, ED, DC, CB, dove l’elongazione è massima.

Osserviamo infine che vi è un fenomeno correlato in cui interviene la risonanza simpatetica: in un canone a due corde, di lunghezze come AB e CB, pizzicando la prima, la seconda si mette a vibrare, e viceversa. Per altro, l’uso di canoni a più corde a scopi scientifici e didattici è ampiamente attestato (ad es. Tolemeo, *Armonica*, I, 11).

Dunque, le due diverse modalità di divisione della corda AB nello stesso punto C generano due intervalli, epimorio e multiplo, tra loro corrispondenti.

Come abbiamo già accennato¹²⁸, sul piano astratto dei rapporti numerici questa corrispondenza tra coppie di epimori e multipli è la base dell'interpretazione proposta da Fabio Acerbi¹²⁹ dell'espressione "un solo nome" per designare tali rapporti. Nell'esempio sopra il "solo nome" associato alla coppia AB:AC e AB:CB sarebbe il (nome del) numero corrispondente al segmento minore CB. Tale interpretazione è a sua volta basata su un passo di Tolomeo, secondo il quale la varietà dei rapporti epimori e multipli è preferibile (*ἀμείνων*) a quella dei rapporti epimeri per la semplicità del confronto (*τὴν ἀπλότητα τῆς παραβολῆς*), poiché in essa la parte semplice (*μέρος ἀπλοῦν*) è, per gli epimori, l'eccesso (*ὑπεροχή*), per i multipli, il minore del maggiore (*τὸ ἐλάττων τοῦ μεϊζονος*)¹³⁰. D'altra parte, se anche Tolomeo espone questo argomento in un capitolo che illustra "le ipotesi dei pitagorici circa le consonanze musicali"¹³¹, non deve sorprendere che vi manchi qualsivoglia elemento di corrispondenza con i fenomeni acustici legati alla consonanza.

Rivolgendoci dunque a questi ultimi, ricordiamo¹³² che gli armonici successivi formano rapporti multipli con il suono fondamentale, rappresentati dalla serie dei numeri d'ordine 1, 2, 3, 4, Se invece consideriamo gli intervalli formati dagli armonici successivi tra loro, questi danno la serie equivalente dei rapporti epimori:

$$\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$$

che rappresentano musicalmente l'ottava, la quinta, la quarta, la terza maggiore, la terza minore, etc. ovvero gli intervalli interni all'ottava nell'ordine della loro generazione armonica. Per quanto abbiamo visto le due serie forniscono l'insieme delle possibili "risonanze" ottenibili dividendo una corda assegnata in un punto corrispondente a un qualunque sottomultiplo della sua lunghezza e considerando poi entrambe le modalità di divisione descritte sopra.

Detto altrimenti, al rapporto multiplo $nv:v$ (l'intervallo tra il suono di una corda libera che vibra con frequenza v e quella di una sua porzione ottenuta prenden-

do l' n -esima parte della sua lunghezza) corrisponde il rapporto epimorio $nv:(nv-v) = (nv:v):((n-1)v:v)$ (l'intervallo tra il suono di una corda libera e quella della porzione complementare all' n -esima parte della sua lunghezza). Evidentemente v è la massima misura comune di nv e $(n-1)v$.

Così, il "solo nome" potrebbe rappresentare, a livello sonoro, l'altezza v del suono fondamentale su cui è costruita la serie degli armonici, nella fattispecie l'altezza prodotta dalla corda libera del canone (*proslambanòmenos*), ovvero l'"unità di misura" del sistema d'intonazione.

L'affermazione del proemio che le note di un intervallo consonante formano insieme una sola fusione (*μία κρᾶσις*) è anch'essa compatibile con l'identificazione degli intervalli consonanti con quelli prodotti dagli armonici di un solo suono, quello della corda libera¹³³. In particolare, l'ordinamento delle consonanze sulla base della "semplicità" dei rapporti che le rappresentano ne sarebbe una diretta conseguenza¹³⁴.

In questa interpretazione, il postulato sulle consonanze nel proemio della SC sarebbe dunque il risultato di un processo di astrazione a partire dal fenomeno acustico fondamentale della risonanza che, a sua volta, come abbiamo visto più sopra, si può ritenere fosse stato consapevolmente osservato ed elaborato sotto vari aspetti¹³⁵. Il risultato di tale processo di astrazione è stato l'identificazione di un'ampia classe d'intervalli di riferimento, ben più estesa di quella effettivamente utilizzabi-

¹³³ Nella parte finale della "parafrasi" del proemio della SC che Teone attribuisce ad Adrasto (cfr. *supra*, p. 23) si associa esplicitamente la consonanza con la risonanza simpatetica, la quale a sua volta, per quello che abbiamo visto, è direttamente legata agli armonici.

¹³⁴ È interessante vedere come alcuni dei principali scrittori di armonica successivi al crollo culturale, come Tolomeo e Nicomaco, avendo perso il contatto con le basi fenomenologiche della teoria, discutano diversi criteri di eleganza per classificare quali tra i rapporti multipli ed epimorici, sino da ritenere "migliori". Ad esempio nello stesso capitolo 5 dell'*Armonica*, Tolomeo classifica i rapporti ritenendo "migliori" quelli nei quali la differenza tra il termine maggiore e il termine minore è uguale alla parte più grande possibile del termine minore: in 2:1 la differenza coincide con il termine minore, in 3:2 ne è la metà, in 4:3 un terzo, etc. Altre speculazioni di analogo tenore riguardo all'ordinamento delle consonanze si trovano in Boezio, *De institutione musica*, II 18-19-20, la cui fonte è appunto Nicomaco.

¹³⁵ In questo quadro è interessante osservare come il fenomeno degli armonici sarebbe stato riscoperto in età moderna – da John Wallis, Francis Robartes, Joseph Saveur e altri – con modalità del tutto analoghe a quelle ipotizzate qui per l'antica scienza acustica, cfr. *supra*, nota 68 e (DOSTROVSKY 1975), pp. 204-206.

¹²⁸ Cfr. *supra*, nota 109.

¹²⁹ (ACERBI 2007), pp. 695-701.

¹³⁰ Tolomeo, *Armonica*, I 5, p. 11.13-17 Düring.

¹³¹ Nel cui commento Porfirio inserisce il proemio e le prime 16 proposizioni della SC.

¹³² Cfr. *supra*, pp. 23-24 e note 84-85.

le nei diversi contesti particolari, dalla quale selezionare quelli più adatti per la costruzione delle scale musicali¹³⁶.

4. MISURE E APPARECCHI SONORI

Un ingrediente dell'ipotesi alla base della *SC*, in accordo con l'interpretazione illustrata sopra, sarebbe la frequenza assoluta prodotta da una corda libera posta in vibrazione. Se anche la teoria conseguente riguarda soltanto gl'intervalli, e dunque i rapporti tra frequenze, può essere comunque interessante chiedersi se si fosse pensato a come misurarla. Ma quali potevano essere stati gli strumenti per eseguire misure di questo tipo?

Apriamo una breve parentesi. Le teorie scientifiche, come abbiamo visto, sono modelli teorici di fenomeni, spesso osservati attraverso l'intermediazione di strumenti appositamente costruiti allo scopo di riprodurle, con buona approssimazione, solo gli aspetti che s'intendono modellizzare. In età ellenistica si sviluppa anche un tipo di tecnologia "scientifica", strettamente connessa con la scienza esatta¹³⁷, progettata sulla base dei risultati ottenuti sul piano teorico al fine di produrre fenomeni nuovi, oppure al fine di ottenere prestazioni o eseguire misurazioni altrimenti inaccessibili. Uno degli esiti più pronunciati del crollo culturale è stato proprio quello di scindere il legame tra teorie scientifiche e tecnologia, facendo apparire i prodotti sopravvissuti della tecnologia ellenistica, spesso straordinariamente avanzati¹³⁸, come strumenti ideati perlopiù per destare meraviglia e stupefazione.

¹³⁶ I tre schemi di divisione dell'ottava riportati nella nota 114 forniscono altrettanti esempi di selezione d'intervalli da tale classe di riferimento, e altri ne sono stati proposti nella manualistica antica. Lo schema proposto nella *SC*, in cui gli intervalli generatori sono solo la quarta e la quinta, si basa quindi soltanto sui primi quattro termini della serie degli armonici (i cui numeri d'ordine formano la famosa *τετρακτίς*). Con il nome di "scala pitagorica" esso resterà in uso almeno fino al Rinascimento, soprattutto nel canto monodico e nelle prime pratiche di *organum* polifonico. Lo schema detto di Tolomeo, basato sui primi sei termini della serie, è stato invece ripreso all'inizio dell'età moderna nel contesto della cosiddetta riforma zarliniana dell'armonia, soprattutto per la semplicità dei suoi intervalli di terza e di sesta che meglio si adattavano alla musica polifonica (cfr. *supra*, pp. 8-9). Per altro Zarlino, nutrito anch'egli dalla tradizione neo-platonica, giustificò la sua proposta con argomenti puramente numerologici: un *senario* zarliniano al posto del *quaternario* pitagorico.

¹³⁷ Cfr. (RUSSO 1996), cap. 4.

¹³⁸ Basti pensare a dispositivi come la cosiddetta *macchina di Anticitera*, scoperto in un relitto più di un secolo fa (cfr. (JONES 2017)). Oltre alle straordinarie realizzazioni tecnologiche di Archimede, ben note nella tarda antichità erano le macchine semoventi descritte nel trattato *Sulla costruzione degli automi* di Erone di

È vero che alcuni strumenti, come la vite di Archimede, per le loro caratteristiche di semplicità e funzionalità al tempo stesso, hanno continuato per secoli ad essere utilizzati in vari contesti. Così il canone, lo strumento principe per studiare gli intervalli musicali, anche quando la scienza armonica ha smesso di produrre risultati originali, ha continuato ad essere utilizzato come strumento didattico per illustrare gli esiti delle antiche teorie¹³⁹. Tuttavia, forse anche per un ulteriore effetto inibitorio dovuto all'elezione della musica speculativa a componente centrale della compagine culturale tardo antica¹⁴⁰, degli apparecchi sonori che potevano aver coadiuvato lo sviluppo della scienza acustica, o che potevano esserne stati i prodotti, non c'è rimasta quasi alcuna traccia.

D'altra parte, come molti strumenti concettuali utilizzati dalla scienza moderna si sono rivelati all'analisi storica rielaborazioni da antiche teorie, allo stesso modo possiamo chiederci se certi strumenti pensati per il controllo di particolari fenomeni da modellizzare non possano anch'essi essere stati derivati da analoghi strumenti utilizzati nella scienza antica.

Ora, in età moderna il problema della determinazione della frequenza assoluta fu affrontato da vari autori, tra i quali Marin Mersenne, Christiaan Huyghens e Robert Hooke. Vennero ad esempio eseguiti esperimenti con corde così lunghe da poterne contare direttamente le oscillazioni¹⁴¹, e non è ovviamente troppo ardito pensare che analoghe prove potessero essere state effettuate anche dagli antichi scienziati. Un metodo alternativo, messo a punto da Hooke, utilizzava invece ruote dentate. Esso si basa sull'osservazione che se una ruota dentata viene posta in rotazione attorno a un asse e si pone contro i suoi denti l'orlo di una linguetta di legno, di cartone o di metallo, al passaggio di ognuno dei denti, essa compirà un'oscillazione completa mettendo in vibrazione l'aria circostante. Se la rotazione è sufficientemente rapi-

Alessandria (II sec.), una tarda descrizione compilativa di alcune opere tecnologiche di Filone di Bisanzio (III sec a.C.). In campo musicale, spicca l'invenzione dell'organo idraulico da parte del maestro di Filone, Ctesibio (si veda ad es. L. Beschi, *L'organo idraulico* (hydraulis): una invenzione ellenistica dal grande futuro, in (MARTINELLI 2009), pp. 247-270).

¹³⁹ Non è andata così per un altro ingegnoso strumento, correlato al canone, descritto da Tolomeo (*Armonica*, II, 2) col nome di *elicon* (τὸ καλούμενον ὄργανον ἐλικῶνα), che consentiva la determinazione numerica simultanea delle principali consonanze.

¹⁴⁰ Cfr. *supra*, nota 89.

¹⁴¹ Mersenne descrive tali esperimenti nella sua monumentale opera *Harmonie Universelle* (1636). Hooke li eseguì per la Royal Society nel 1664, cfr. (GOUK 1980), pp. 577-578.

da, la successione di colpi tende a confondersi in un suono (certamente assai impuro) la cui altezza cresce con la velocità di rotazione: il numero di vibrazioni della linguetta in un dato intervallo di tempo, e dunque la frequenza del suono emesso si ottiene direttamente dal numero di rotazioni della ruota moltiplicato per il numero dei suoi denti¹⁴².

Vi sono alcuni elementi che, se pure assai labili, spingono ad ipotizzare che uno strumento di questo tipo potrebbe essere stato usato in età ellenistica.

Possiamo innanzitutto ricordare la lunga tradizione di automata, macchine autocinetiche e “autofoniche” di vario tipo, tramandate nei testi antichi, e riviventi ancora nei testi e nella prassi bizantina ed araba prima, e poi, attraverso la riscoperta umanistica, anche nel mondo barocco e moderno. I modelli di questa tradizione risalgono senza eccezioni agli apparecchi della tecnologia scientifica ellenistica, e almeno due di essi, descritti entrambi da Erone¹⁴³, contengono dispositivi che potevano essere utilizzati anche nell’ipotetico strumento per la misura della frequenza assoluta: innanzitutto l’odometro, un apparecchio che serviva a contare un grande numero di giri di una ruota (come un contachilometri). Si può pensare che una sua versione semplificata potesse consi-

stere in un semplice meccanismo demoltiplicatore utilizzabile per contare il numero di giri della ruota sorgente degli impulsi sonori. C’è poi l’automa “cinematografico” detto quadro vivente della saga di Nauplio, in cui ad ogni scena corrispondono suoni adeguati all’azione: dai rumori dei mestieri di carpenteria al rombo di tuono. Un semplice dispositivo, analogo a quello che si trova alla base della ruota di Hooke, trasforma il moto rotatorio di una ruota dentata in uno lineare alternato (come quello di una linguetta che produca impulsi sonori).

Avendo dunque a disposizione gli strumenti tecnici per costruire un simile apparecchio, vi sono pochi dubbi sul fatto che i “matematici” ellenistici vi avrebbero pensato se soltanto si fossero posti il problema di misurare frequenze assolute.

Per completare questa fuga speculativa, possiamo anche chiederci se nelle sperimentazioni acustiche pre-ellenistiche fossero già stati ideati apparecchi che riprodussero in qualche modo la semplice idea sonora che si trova alla base della ruota di Hooke (e del suo ipotetico antenato ellenistico). A quanto sappiamo dalle scarsissime fonti, come il già menzionato brano di Teone¹⁴⁴, altri dispositivi, oltre alle corde tese, erano serviti per fare esperimenti di acustica, come dischi, canne e vasi¹⁴⁵. Al termine della descrizione di Teone vengono poi menzionati i seguaci di Archita ed Eudosso, i quali avrebbero sostanzialmente confermato gli esiti principali delle ricerche dei predecessori¹⁴⁶. Si può quindi pensare che tra queste conferme vi fosse quella di verificare sperimentalmente l’affermazione, che conosciamo esplicitamente

¹⁴² Curiosamente, negli stessi anni di Hooke, un metodo analogo era stato messo a punto da Huyghens (C. Huyghens, *Oeuvres*, XIX, 375-376, cfr. anche (DOSTROVSKY 1975), pp. 199-201). Ma la serie delle riscoperte di questa semplice idea per misurare la frequenza assoluta non era finita: la *ruota di Hooke* viene infatti spesso chiamata *ruota di Savart*, in quanto attribuita al fisico e medico francese Felix Savart (1791-1841), che si occupò anche di acustica e che aveva tradotto antiche opere dal greco. Può essere anche interessante osservare che proprio in concomitanza con lo sviluppo di questo metodo, Hooke riportò nel suo diario un colloquio con William Holder e Christopher Wren nel quale aveva cercato di spiegar loro la sua concezione del suono: “my notion of sound, it was nothing but strokes within a determinate degree of velocity” e, inoltre, che “it was non vibration in a puls of sound” ((GOUK 1980), pp. 583-584). Probabilmente Hooke intendeva dire che il suono è costituito da una successione di compressioni e rarefazioni che solo nel loro insieme concorrono a formare un’onda longitudinale che ne determina la propagazione. Resta il fatto che i termini usati da Hooke ricordano molto da vicino l’antica idea sulla formazione e la propagazione del suono come una di serie d’impulsi, lanciati come proiettili, tanto più rapidamente quanto più acuto è il suono stesso. Quest’immagine è espressa ad esempio in uno dei pochi frammenti certamente attribuibili ad Archita (cfr. (HUFFMAN 2005), cap. 1), ed è poi stata rielaborata in varia guisa negli sviluppi successivi.

¹⁴³ Automi per realizzare vari tipi di teatrini sono descritti nell’opera di Erone *Sulla costruzione degli automi*. Una descrizione dell’odometro si trova invece nell’opera *Dioptra*. Per un quadro generale rimando nuovamente a [Russo 1996], cap. 4.

¹⁴⁴ Teone di Smirne, *Esposizione*, cit., 59-60-61, vedi anche *supra*, nota 13.

¹⁴⁵ Come abbiamo già accennato (cfr. *supra*, nota 87), la testimonianza di Teone si riferisce in particolare ad esperimenti attribuiti a Laso di Ermione (VI-V sec a.C.), in cui vasi uguali ma riempiti di liquido in varia proporzione venivano usati come strumenti per riprodurre le risonanze in modo controllato. Sappiamo poi che più tardi vennero invece *progettati* vasi di forme e dimensioni opportune per *produrre* determinati effetti di risonanza da utilizzare nei teatri ellenistici. Quanto una simile possibilità potesse divenire oscura, quando non connotata da aspetti magico-religiosi, agli occhi dei dominatori sopravvenuti con il crollo culturale, si può evincere da un passo di Vitruvio in cui, parlando della progettazione acustica dei teatri greci, si racconta che Lucio Mummio, il vincitore della lega achea, “*distrutto il teatro di Corinto, portò a Roma questi vasi-risuonatori di bronzo, e li dedicò come decima della preda nel tempio della Luna*” (*De architectura*, V, v, §8).

¹⁴⁶ *Ibid* (61, 12-16): *οἱ δὲ περὶ Εὐδοξὸν καὶ Ἀρχύταν τὸν λόγον τῶν συμφωνιῶν ἐν ἀριθμοῖς ᾤοντο εἶναι, ὁμολογοῦντες καὶ αὐτοὶ ἐν κινήσειν εἶναι τοὺς λόγους καὶ τὴν μὲν ταχέϊαν κίνησιν ὄξειαν εἶναι ἅτε πλήττουσαν συνεχῆ καὶ ὠκύτερον κεντοῦσαν τὸν ἀέρα, τὴν δὲ βραδείαν βαρεῖαν ἅτε ὠθεστέραν οὖσαν.*

attestata per la prima volta proprio in Archita, che il suono diviene più acuto all'aumentare della frequenza degli impulsi che lo producono¹⁴⁷. Ora, da alcune fonti sappiamo che Archita, colui che “per primo trattò metodicamente di meccanica, servendosi di principi matematici”¹⁴⁸, aveva ideato alcuni “giocattoli” meccanici, tra cui una colomba in grado di volare e una sorta di strumento musicale, detto *πλαταγή*, che, come riferisce Aristotele, si poteva dare ai bambini affinché, usandolo, non rompessero gli altri oggetti di casa¹⁴⁹. Il nome dello strumento rimanda a vari significati tra cui “battito”, “scatto”, “crepitio”, etc. e si è pertanto pensato che lo strumento inventato da Archita fosse qualcosa di simile alle nacchere o ai crotali. D'altra parte, come osservava Vincenzo Capparelli¹⁵⁰, “giocattoli di tal genere erano comuni in Grecia da tempo ben anteriore ad Archita, e poi ci voleva un meccanico della forza di Archita per escogitare di tali giocattoli? Di Archita a cui si fanno risalire le origini della meccanica, che poi avrebbe avuto in Archimede il grande continuatore?” Sembra più sensato ed interessante supporre, con il Capparelli, che il *πλαταγή* di Archita fosse lo strumento consistente in una ruota dentata che girando fa scattare una linguetta di legno o di altro materiale, cosicché la rotazione più o meno rapida della ruota genera suoni (crepitanti) di diversa altezza¹⁵¹. Si tratterebbe cioè di uno strumento assimilabile alla troccola, un idiofono musicale diffuso ancora oggi, soprattutto in Italia meridionale, per funzioni religiose o feste popolari.

¹⁴⁷ Anche senza necessariamente misurare la frequenza assoluta. Su questo aspetto, tra le altre cose, Jan ha scritto ([Jan 1895], p. 134): *motus chordarum, quos κρᾶσμός dicit Nichomachus, veteres videbant et inde ab Archytæ temporibus numerabant*. Tuttavia, i dispositivi meccanici demoltiplicatori con cui poter misurare la velocità di rotazione di una ruota sono attestati solo dal III sec. a. C. Resta ovviamente plausibile, anche in assenza di fonti testuali dirette, che nel circolo di Archita fossero state fatte misure à la Merenne (cfr. *supra*, n. 141).

¹⁴⁸ Diogene Laerzio, *Vite dei filosofi*, VIII, iv, 83.

¹⁴⁹ Aristotele, *Politica*, VIII, 6, 1340b. Un *πλαταγή* è citato anche da Apollodoro (*Argonautiche*, II, 1055) come strumento usato da Ercole per scacciare uno stormo di uccelli con il forte rumore da esso prodotto.

¹⁵⁰ (CAPPARELLI 1944), pp. 638-639.

¹⁵¹ Un ulteriore indizio a favore di questa congettura proviene dall'etimologia: *πλατός* significa largo, mentre con *πλάτη* si indicava la pala del remo, o altri oggetti laminari. Il verbo *πλαταγέω* significa innanzitutto battere le mani, e *πλατυγίζω* far rumore battendo il remo contro l'acqua. Nei derivati collegati al suono rimane cioè l'idea che il suono sia prodotto da un oggetto piatto, come la linguetta del nostro ipotetico strumento.

In conclusione, la ricostruzione dell'antica acustica musicale resta un lavoro largamente incompiuto, le cui basi storiche ed epistemologiche, tuttavia, non possono prescindere dal quadro complessivo che ha visto l'avvicinarsi di fasi creative, crolli drammatici, oblio e riscoperte nell'intera storia della scienza.

Ringraziamenti

Sono grato ad Alessandro Della Corte, Stefano Polizzi e Lucio Russo per i molti preziosi suggerimenti, e in particolare a quest'ultimo, per essere costante ed insostituibile motivo d'ispirazione intellettuale.

BIBLIOGRAFIA

- ACERBI, F. (2007), *Introduzione in Euclide, Tutte le opere*, Bompiani, Milano, pp. 677-702.
- ARISTOTELE/FERRINI (2002), *Aristotele, Problemi*, Milano, Bompiani.
- ARISTOTELE/FERRINI (2008), [Aristotele], *I colori e i suoni*, Milano, Bompiani.
- BAILHACHE, P. (2001), *Une histoire de l'acoustique musicale*, CNRS Editions, Paris, 2001.
- BARBERA, A. (1984), *Placing Sectio Canonis in historical and philosophical contexts*, *The Journal of Hellenic Studies*, vol. 104, pp. 157-161.
- BARBERA, A. (1991), *The Euclidean Division of the Canon: Greek and Latin Sources*, *Greek and Latin music theory*, vol. 8 Lincoln: University of Nebraska Press.
- BARBIERI, P. (2001), “Galileo” *coincidence theory of consonances*, from Nicomachus to Saveur, *Recercare XIII*, 2001.
- BARKER, A. (1981), *Methods and Aims in the Euclidean “Sectio Canonis”*, *The Journal of Hellenic Studies*, vol. 101, pp. 1-16.
- BARKER, A. (1984), *Greek Musical Writings*, Vol. 1, «The Musician and Its Art», Cambridge University Press.
- BARKER, A. (1989), *Greek Musical Writings*, Vol. 2, «Harmonic and Acoustic Theory», Cambridge University Press.
- BRANCACCI, A. (2018), *La musica in età ellenistica*, *Lexicon Philosophicum*, Special Issue, 2018, pp. 279-300.
- BURKERT, W. (1972), *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- CAPPARELLI, V. (1944), *La sapienza di Pitagora*, 2 vol., Cedam.
- CAZDEN, N. (1980), *Consonance and Dissonance*, *IRASM* 11, 123-168.
- CINCAGLINI, C. (1991), *Le teorie acustiche dei Greci*, *Rend. Mor. Acc. Lincei* n. 9, v. 21, parte I. pp. 47-77, parte II. pp. 149-177.
- CINCAGLINI, C. (1998), *L'acustica in Archita*, *Maia*, *Rivista di lettere classiche*, fascicolo II, anno L.
- COHEN, H. (1984), *Quantifying Music. The science of music at the first stage of scientific revolution, 1580-1650*, Reidel Publ. Comp., Dodrecht, Boston, Lancaster.

- COELHO, V. (ed.) (1992), *Music and Science in the Age of Galileo*, Kluwer Academic Publishers, 1992.
- COHEN, M. R., DRABKIN, I. E. (1948), *A Source Book in Greek Science*, Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- COMMANDUCCI, R. (2016), "Il fascino della 'risonanza': viaggio di un'idea tra scienza, platonismo e qabbalah", in *Umanesimo e cultura ebraica nel Rinascimento italiano*, Angelo Pontecorboli Editore, Firenze, pp. 115-145.
- COMOTTI, G. (1979), *La musica nella cultura greca e romana*, E.D.T (Nuova ed. ampliata e riveduta).
- COMOTTI, G. (1991), "Pitagora, Ippaso, Laso e il metodo sperimentale", in *Harmonia Mundi: Musica e filosofia nell'antichità*, RW Wallace, B MacLachlan (a cura di), Biblioteca di Quaderni urbinati di cultura classica 5, Roma.
- CREESE, D. (2010), *The Monochord in Ancient Greek Harmonic Science*, Cambridge University Press.
- DOSTROVSKY, S. (1975), *Early Vibration Theory: Physics and Music in the Seventeenth Century*, Archive for History of Exact Sciences, Vol. 14, N. 3.
- DRAKE, S. (1970), *Renaissance music and experimental science*, Journal of the History of Ideas 31, No. 4, 483-500.
- DRAKE, S. (1975), *The role of music in Galileo's experiments*, Scientific American 232, No. 6.
- EMMANUEL, M. (1911), *Traité de la musique greque antique*, in *La Danse greque antique*, repr. Fac-sim, Slatkine, Genève, 1984.
- GOZZA, P. (a cura di) (1989), *La musica nella Rivoluzione Scientifica del Seicento*, Il Mulino.
- GOTTSCHALK, H. B. (1986), *The De Audibilibus and Peripatetic acoustics*, Hermes 96, 4, 435-460.
- GOUK, P. (1980), *The role of acoustic and music theory in the scientific work of Robert Hooke*, Annals of Science 37, 573-605.
- HOLDER, W. (1694), *A treatise of the natural grounds and principles of harmony* (trad. it. a cura di M. Zia, Diastema, 2014).
- HUFFMAN, C. (2005), *Archytas of Tarentum: Pythagorean, Philosopher and Mathematician King*, Cambridge University Press.
- ISOLA, S. (2016), "Mathematics" and "physics" in the science of harmonics, *Mathematica and Mechanics of Complex Systems*, vol. 4, n. 3-4 (2016), 213-234.
- ISOLA, S. (2021), *Musica, scienza e seconda natura*, Lexicon Philosophicum (2021), in stampa.
- JAN, Karl von (1895), *Musici scriptores Graeci*, Leipzig.
- JONES, A. (2017), *A Portable Cosmos: Revealing the Antikythera Mechanism*, Scientific Wonder of the Ancient World, Oxford University Press (trad. it, *La macchina del cosmo*, Hoepli, Milano, 2019).
- LALOY, L. (1900), *Un passage d'Euclide mal interprété*, Revue de philologie, de littérature et d'histoire anciennes, 24, pp. 236-241.
- LEVIN, F. (1990), *Unity in Euclid's "Sectio Canonis"*, Hermes, vol. 118, n. 4, pp. 430-443.
- LITCHFIELD, M. (1988), *Aristoxenus and Empiricism: A Reevaluation Based on His Theories*, Journal of Music Theory, vol. 32, n. 1, pp. 51-73.
- MARTINELLI, M. C. (a cura di) (2009), *La Musa dimenticata. Aspetti dell'esperienza musicale greca in età ellenistica*, Edizioni della Normale.
- MATHIESEN, Th. J. (1999), *Apollo's Lyre. Greek Music and Music Theory in Antiquity and the Middle Ages*, Lincoln-London, University of Nebraska Press, 1999.
- MENGE, H. (1916), *Eucl. Phaenomena et scripta musica edidit Henricus Menge*, Leipzig.
- MERIANI, A. (2016), *The Submerged Musicology of Ancient Greece*, in G. Colesanti, L. Lulli, *Submerged Literature in Ancient Greek Culture*, vol. 2, Case studies, pp. 325-338, Berlin - Boston De Gruyter.
- MONTGOMERY, H. C. (1959), *Amplification and High Fidelity in the Greek Theater*, The Classical Journal, vol. 54, n. 6, pp. 242-245.
- PALISCA, C. V. (1961), *Scientific Empiricism in Musical Thought*, in H. H. Rhys (Ed.), *Seventeenth Science and the Arts*, Princeton, NJ: Princeton University Press, pp. 91-137.
- PETRUCCI, F. M. (a cura di) (2012), *Teone di Smirne, Esposizione delle conoscenze matematiche utili per la lettura di Platone*, Accademia Verlag.
- POLYCHRONOPOULOS, S. et al. (2013), *Resonators in Ancient Greek Theatres*, Acta Acustica United with Acustica, 99, pp. 64-69.
- PRIVITERA, G. A. (1965), *Laso di Ermione, nella cultura ateniese e nella tradizione storiografica*, Edizioni dell'Ateneo.
- RUELLE, Ch.-Em. (1906), *Sur l'authenticité probable de la division du canon musical attribuée à Euclide*, R. Et. Gr. 19, pp. 318-320.
- RUSSO, L. (1996), *La rivoluzione dimenticata*, Feltrinelli, 1996 (VI ed. 2010).
- RUSSO, L. (2003), *Flussi e riflussi*, Feltrinelli, 2003 (II ed. 2020).
- RUSSO, L., SANTONI, E. (2010), *Ingegni minuti. Una storia della scienza in Italia*, Feltrinelli, 2010.
- RUSSO, L. (2013), *L'America dimenticata*, Mondadori Università, 2013 (II ed.).
- RUSSO, L. (2015), *Stelle, atomi e velieri*, Mondadori Università, 2015.
- RUSSO, L. (2018), *Perché la cultura classica*, Mondadori, 2018.
- RUSSO, L. (2021), *146-145 a.C.: Il crollo culturale*, in corso di pubblicazione.
- SAMBRURSKY, S. (1956), *The physical world of the Greeks*, Routledge.
- TANNERY, P. (1904), *Inauthenticité de la "Division du Canon" attribuée à Euclide*, Comptes Rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres IV, pp. 439-445.
- TIMPANARO CARDINI, M. (a cura di) (1962), *Pitagorici antichi. Testimonianze e frammenti*, La Nuova Italia Editrice, Firenze.
- WALKER, D. P. (1978), *Studies in Musical Science in the Late Renaissance*, London.
- WALLIS, J. (1677), *On the trembling of consonant strings, a new musical discovery*, Philosophical Transaction XII, 839-842.
- ZANONCELLI, L. (1990), *La manualistica musicale greca*, Guerini Studio.