



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAMERINO

School of Advanced Studies

DOCTORAL COURSE IN

Computer Science and Mathematics

XXXIV cycle

**L'EQUITÀ DEL SISTEMA SCOLASTICO: UN'ANALISI
REALIZZATA A PARTIRE DAI DATI INVALSI 2013-2019**

PhD Student

Carmina Laura Giovanna Pinto

Supervisors

Prof. Roberto Giambò

Co- supervisors

Prof.ssa Sonia L'Innocente

ANNO ACCADEMICO 2021-22

Questa tesi di Dottorato va a concludere un percorso di ricerca di tre anni durante i quali ho potuto confrontarmi e approfondire temi connessi al mondo della scuola e dell'educazione.

Questa esperienza è stata affascinante e spero lasci una traccia a chi dopo di me ne voglia approfondire i contenuti sia di natura socioeducativa che in ambito matematico.

Desidero ringraziare innanzitutto il Prof. Roberto Giambò e la prof.ssa Sonia l'Innocente che con sapiente pazienza hanno saputo essere per me importanti guide e punti di riferimento.

Vorrei anche ringraziare il dott. Fabrizio Quadrani, responsabile Area Sistemi Qualità e sviluppo organizzativo dell'Università di Camerino e il rettore Prof. Claudio Pettinari che con il loro intervento hanno permesso che si desse il via a questo lavoro di ricerca avviando e sottoscrivendo la procedura di impegno di riservatezza ai sensi dell'art. 4, comma 2, del regolamento (ue) n. 557/2013 della commissione del 17 giugno 2013 di attuazione regolamento (ce) n. 223/2009 del Parlamento europeo e del Consiglio delle statistiche europee per quanto riguarda l'accesso riservato a dati a fini scientifici.

Ringrazio INVALSI e il Presidente Dott. Ricci che hanno permesso con il rilascio dei dati e il confronto costante durante i seminari a cui ho partecipato come relatrice di poter studiare e avvicinarmi al mondo della ricerca educativa e vivere la scuola non solo come docente ma anche come studiosa dei fenomeni sociali che la caratterizzano.

Desidero, infine, ringraziare la mia famiglia che mi ha supportato e sopportato nei momenti di difficoltà dandomi la forza necessaria per continuare e la mia famiglia di origine il cui impegno e moralità sono stati sempre di esempio per me e un faro anche nei momenti di smarrimento.

Carmina Laura Giovanna Pinto

Jesi, 27 maggio 2022

Sommario

INDICE DELLE TAVOLE	5
INDICE DELLE FIGURE	6
INTRODUZIONE	12
1. DEFINIZIONE DI EQUITÀ E METODI PER VALUTARLA	18
1.1 Introduzione.....	18
1.2. Definizione di equità nel sistema scolastico.....	18
1.3 L'indice di A. Sen e il suo utilizzo nelle valutazioni INVALSI.....	21
1.4 Esempi di studio dell'equità scolastica	34
1.5 Il background e la segregazione relativa al dato di cittadinanza	36
1.6 – Esempio di studio di correlazione tra dati	41
CAPITOLO 2. LA RILEVAZIONE INVALSI.....	48
2.1 Introduzione.....	48
2.2 I dati a disposizione	49
2.3 Caratteristiche essenziali del disegno di campionamento.....	52
2.4 Allocazione del campione.....	55
2.5 Caratteristiche dei file dati in esame	61
CAPITOLO 3. LA VALUTAZIONE DEL SISTEMA SCOLASTICO ITALIANO IN RIFERIMENTO ALLE COMPETENZE IN MATEMATICA NEL PERIODO DAL 2013-14 AL 2018 -19.....	62
3.1 Introduzione.....	62
3.2 Le indagini internazionali e le competenze in matematica	62
3.3 L'INVALSI e la rilevazione nazionale sugli apprendimenti: quali i campi di osservazione in matematica?	68
3.4 La situazione italiana in riferimento alle competenze in matematica nei dati dal 2013- 14 al 2018 -19	70
3.4.1 La distribuzione geografica	70
3.4.2 La distribuzione degli studenti per genere.....	72
3.4.3. La distribuzione degli studenti per cittadinanza	83
3.4.4 La distribuzione degli studenti per regolarità	87
3.4.5 I risultati in matematica per livello socioeconomico - culturale.....	93
3.5 La valutazione degli Istituti scolastici.....	104
3.5.1 Come si calcola il valore aggiunto?.....	104
3.6.2 Perché il valore aggiunto è importante?.....	105
3.6.2 L'effetto scuola, l'effetto di contesto, l'effetto pavimento.....	110

CAPITOLO 4. LA VALUTAZIONE DEL SISTEMA SCOLASTICO MARCHIGIANO IN RIFERIMENTO ALLE COMPETENZE IN MATEMATICA NEL PERIODO DAL 2013-14 AL 2018 -19 E A SEGUITO DEL PERIODO DI DIDATTICA A DISTANZA PER LA PANDEMIA DA COVID – 19	113
4.1 Introduzione	113
4.3 La distribuzione degli studenti per genere	125
4.4 La distribuzione degli studenti per cittadinanza	129
4.5 La distribuzione degli studenti per regolarità	132
4.6 Differenze rilevate a seguito del periodo di didattica a distanza per la pandemia da Covid - 19 nei risultati delle prove di matematica per l’anno scolastico 2018 -19 e 2020-21	134
4.6.1 Il learning loss e la DAD	138
4.6.2 Le domande di ricerca scopo di questo studio	139
4.7 La dispersione scolastica esplicita e implicita come indicatore di iniquità del sistema scolastico italiano e marchigiano	163
CAPITOLO 5: IL CAMPIONAMENTO MULTI - STADIO E I MODELLI DI REGRESSIONE MULTILIVELLO	172
5.1 Introduzione	172
5.2 Il disegno di rilevazione INVALSI e i modelli di regressione multilivello	174
5.3 Il modello ANOVA (Analysis of Variance)	177
5.3.1 ANOVA a una via o unidirezionale ed F-test	178
5.3.2 ANOVA a due criteri di classificazione (due vie)	190
5.3.3 ANOVA a due vie con interazione	196
5.3.4 Il modello ANOVA a effetti casuali	201
5.3.5 Modello ANOVA a due livelli con covariate di primo livello e intercetta casuale	208
5.3.6 Effetti entro e tra i gruppi ed effetto di contesto come esempio di modello ANOVA a due livelli con covariate di primo livello a intercetta casuale	211
5.3.7 La procedura per la stima del valore aggiunto seguita dall’INVALSI e il modello di regressione multilevel	216
5.3.8 Esempio di valutazione dell’equità di una scuola	222
CONCLUSIONI	223
Bibliografia	230

INDICE DELLE TAVOLE

- Tav. 1 – Indici di debolezza ed eccellenza scolastica - Dati regionali a confronto – Anno sc. 2010-11*
- Tav. 2 – Indici di segregazione - Dati regionali a confronto – Anno sc. 2010-11*
- Tav. 3 - Presenza allievi di origine immigrata per Area geografica (classe I sec. I gr.)*
- Tav. 4 - Percentuale di risposte corrette per Area geografica e Regioni*
- Tav. 5 – Indici per la valutazione dell'indice di correlazione*
- Tav. 6 – Sottopopolazioni individuate dal grado scolastico e dalla tipologia di scuola*
- Tav. 7 – Tabella di riferimento per la notazione di base ed esempi di utilizzo*
- Tav. 8 - Allocazione del campione nella scuola secondaria di primo grado classi III: anno 2018/19-Fonte Dati Invalsi - estratta dal libro " Le metodologie di campionamento e scomposizione della devianza nelle rilevazioni nazionali dell'INVALSI"*
- Tav. 9 – Distribuzione percentuali livelli di competenza nelle Prove Invalsi di Matematica -Grado 13 - Anni sc. 2018/19 e 2020/21 – Dati Campione – Fonte Dati Invasi*
- Tav. 10 – Distribuzione percentuali livelli di competenza nelle Prove Invalsi di Matematica -Grado 13 - Anni sc. 2018/19 e 2020/21 – Dati censuari – Fonte Dati Invalsi*
- Tav. 11 – Distribuzione percentuali livelli di competenza nelle Prove Invalsi di Matematica - Grado 8 -Anni sc. 2018/19 e 2020/21 – Dati campione – Fonte Dati Invalsi*
- Tav. 12 – Confronto tra i dati di andamento tra gli anni dal 2004 al 2019 tra le percentuali di popolazione in possesso almeno del Diploma di scuola secondaria di primo grado e quella in possesso di almeno il Diploma di scuola secondaria di secondo grado*
- Tav. 13 – Dispersione scolastica nella secondaria di I grado in corso d'anno e nel passaggio all'anno successivo per la regione MARCHE (dettaglio provinciale) - a.s.2017/2018 e passaggio all'a.s.2018/2019 – Fonte dati MI - Elaborazioni dati su Anagrafe Nazionale degli Studenti*
- Tav. 14 – Dispersione scolastica nella secondaria di II grado in corso d'anno e nel passaggio all'anno successivo per la regione MARCHE (dettaglio provinciale) - a.s.2017/2018 e passaggio all'a.s.2018/2019 – Fonte dati MI - Elaborazioni dati su Anagrafe Nazionale degli Studenti*
- Tav. 15 – Esempio del test F di Fisher o analisi della varianza (ANOVA) – tabella delle misure*
- Tav. 16 – Tabella dell'ANOVA a una via – esempio studio*
- Tav. 17a - Tavola Distribuzione F per $\alpha = 0,05$ e gradi di libertà (v_1, v_2)*
- Tav. 17b - Tavola Distribuzione F per $\alpha = 0,05$ e gradi di libertà (v_1, v_2)*
- Tav. 18 - Esempio di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) - Modello ad effetti fissi*
- Tav. 19 – Tabella di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) - Modello ad effetti fissi – esempio studio*
- Tav. 20 - Esempio di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) con repliche e fattore di interazione*
- Tav.21 - Esempio di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) con repliche e fattore di interazione – esempio studio*
- Tav.22 - Esempio di ANOVA II a effetti casuali*
- Tav.23 - Esempio di studio longitudinale su "Effetto di contesto"*
- Tav.24 - Esempio di studio - Variabili considerate per il calcolo del valore aggiunto – Dati campionari*
- Tav. 25 - Stime delle componenti della devianza relative all'anno 2019 per ripartizione geografica, grado scolastico e disciplina Matematica -Fonte dati Invalsi*

INDICE DELLE FIGURE

Fig. 1 – Condizione di accesso alla didattica digitale e performance degli studenti prima della pandemia

Fig. 2 – Analisi di politiche e strutture dei sistemi educativi come elementi di stratificazione, standardizzazione e supporto

Fig. 3 – Tabella dati ordinati - Esempio

Fig. 4 – Rappresentazione grafica della Curva di Lorenz

Fig. 5 – Rappresentazione grafica del coefficiente di Gini come rapporto tra l'area compresa tra la curva di perfetta eguaglianza e la curva di Lorenz (Area di colore celeste) e l'area del triangolo $OAB = 1/2$ Fonte <https://www.gironi.it/blog/indice-di-gini-come-calcolarlo/>

Fig. 6 – Rappresentazione grafica del coefficiente di Gini - Fonte Wikipedia

Fig.7- Distribuzione percentuale di alunni con cittadinanza non italiana nelle regioni a.s. 2010/2011

Fig. 8 - Alunni con cittadinanza non italiana entrati per la prima volta nel sistema scolastico italiano, per regione e ordine di scuola. A.s. 2010/11

Fig. 9 -Performance media regionale in Matematica rispetto a quella nazionale

Fig. 10 – Esempi di grafici di correlazione

Fig.11 – Confronto tra le rilevazioni del Campione Nazionale Probabilistico e la Rilevazione Censuaria – Fonte Dati INVALSI

Fig.12 - Punteggi nelle prove INVALSI, anno scolastico 2018/19: scomposizione della devianza per livello, materia e macroarea – Fonte Banca d'Italia su elaborazione dati INVALSI

Fig. 13 - Schema di calcolo - Domini di stima

Fig. 14 - Schema di definizione della stratificazione al primo stadio

Fig. 15 - Il modello di curriculum di TIMSS

Fig. 16 – Serie storica dei punteggi medi in matematica – Fonte: Elaborazione OPENPOLIS – CONIBAMBINI su dati OCSE PISA

Fig.17 - Applicazione pratica del modello di alfabetizzazione matematica secondo PISA

Fig. 18 – Percentuale di alunni che non raggiungono il livello 3 in Matematica per grado scolare

Fig. 19 – Grafico delle risposte al quesito "A che età ti sei interessato alle STEM?" - Fonte European Girls in STEM – MICROSOFT

Fig. 20 – Confronto dati relativi a giovani laureati STEM, divari di genere in tutta l'Unione europea - FONTE: elaborazione OPENPOLIS - Con i Bambini su dati Eurostat

Fig. 21 - Livello di competenza numerica degli studenti delle classi II della scuola secondaria di secondo grado per genere, regione e ripartizione geografica - Anno scolastico 2017/2018 -Fonte: dati Invalsi, cit. in rapporto Bes 2018

Fig.22 - Distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento per Genere Matematica - Licei scientifici – Anno sc. 2017-18

Fig.23 – Grafico che mostra la correlazione inversa tra percentuale di donne laureate STEM e indice di parità di genere – Fonte Sole 24 Ore su dati UNESCO e Global Gender Gap Index 2016

Fig. 24 – Risultati nelle prove Invalsi di matematica evidenziati per genere – Anno sc. 2016-17

Fig. 25 - Studenti ISCRITTI e IMMATRICOLATI nell'anno accademico 2020/2021 per Ateneo e Sesso – Fonte dati: Ministero dell'Università e della Ricerca- Ufficio di Statistica -<http://ustat.miur.it/>

Fig. 26 -Percentuali di alunni che raggiungono il livello 5 per genere e grado scolare

Fig. 27 - *Giovani che abbandonano prematuramente gli studi- Serie storica Marche (2004/2016) - Fonte: Istat, Rilevazione sulle forze di lavoro*

Fig. 28 - *Alunni con cittadinanza non italiana (valori assoluti) - AA.SS. 1983/1984 - 2018/2019 – Fonte MI*

Fig. 29 - *Tasso di scolarità per classe di età, cittadinanza e genere - A.S. 2018/2019 ("Fonte: Ministero dell'Istruzione – Ufficio Gestione Patrimonio Informativo e Statistica")*

Fig. 30 - *Tasso di presenza degli studenti con cittadinanza non italiana - A.S. 2018/2019 ("Fonte: Ministero dell'Istruzione – Ufficio Gestione Patrimonio Informativo e Statistica")*

Fig. 31- *Composizione percentuale degli studenti per cittadinanza e regione – A.S. 2018/2019 in relazione con i dati degli studenti con cittadinanza non italiana in rapporto al totale degli studenti per regione (valori percentuali) – A.S. 2018/2019 2019 ("Fonte: Ministero dell'Istruzione – Ufficio Gestione Patrimonio Informativo e Statistica")*

Fig. 32 - *Distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento per regolarità in Matematica – Anno sc.2017-18*

Fig.33 - *Distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento per Regolarità Matematica Licei scientifici – Anno sc. 2017- 18*

Fig. 34 – *Dati sull'abbandono scolastico nella Regione Marche Anni sc. 2015/16 e 2016/17- Fonte Uff. Statistica Regione Marche - <http://statistica.regione.marche.it/>*

Fig.35 – *Grafico che rappresenta il fenomeno dell'“effetto pavimento” – Prove di matematica – Grado 5 a.s.2013-14 – Regione Marche Fonte Dati Invalsi*

Fig.36 – *Grafico che rappresenta il fenomeno dell'“effetto di contesto” – Fonte Dati Invalsi*

Fig. 37 – *Grafico di composizione dell'indicatore ESCS*

Fig. 38 – *I risultati nelle Prove Invalsi 2018-19 in relazione con l'indicatore ESC – Fonte Invalsi Open*

Fig. 39 - *Distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento per Quartili ESCS Matematica Licei scientifici*

Fig. 40 – *Percentuale di partecipazione in Italia ai programmi tecnici e professionali nella secondaria superiore*

Fig. 41 - *Popolazione in età 30-34 anni che ha conseguito un livello di istruzione 5 e 6 (Isced97) in percentuale sulla popolazione nella stessa classe di età*

Fig. 42– *Percentuale di popolazione in età 20-24 anni che ha conseguito almeno il diploma di scuola secondaria superiore nel periodo 2004 – 2018 – Fonte <http://statistica.regione.marche.it/>*

Fig.43 - *Composizione dei risultati di una prova*

Fig. 44 - *I risultati di nativi e stranieri – Grado 13- Fonte Dati Invalsi*

Fig.45 – *Percentuale dei livelli per le classi – Grado 13Secondo Istituto professionale -Provincia di MC*

Fig. 46 – *La distribuzione degli alunni nei livelli di competenza negli Istituti Professionali per ripartizione geografica - Fonte Dati Invalsi*

Fig. 47 – *Tabella di Autovalutazione riguardo il valore aggiunto*

Fig. 48- *Restituzione congiunta dell'effetto scuola e del punteggio osservato – Fonte Invalsi Open*

Fig. 49 - *Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2013-14*

Fig. 50 - *Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2014-15*

Fig. 51 - *Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2015-16*

Fig. 52 - *Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2016-17*

Fig. 53 - Risultati in Matematica – Grado 8: distribuzione percentuale degli studenti nei livelli – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2018

Fig. 54 - Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2018

Fig. 55 - Risultati in Matematica – Grado 8: distribuzione percentuale degli studenti nei livelli – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

Fig. 56 - Risultati in Matematica – Grado 10: distribuzione percentuale degli studenti nei livelli – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

Fig. 57 - Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Grado 10 – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

Fig. 58 - Risultati in Matematica – Grado 13: distribuzione percentuale degli studenti nei livelli – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

Fig. 59 - Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Grado 13 – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

Fig. 60- Andamento nel settennio 2013/14 – 2018/19 degli esiti medi in Matematica della Regione Marche rispetto alla media nazionale – Grado 2 – Fonte Dati Invalsi

Fig. 61- Andamento nel settennio 2013/14 – 2018/19 degli esiti medi in Matematica della Regione Marche rispetto alla media nazionale – Grado 5 – Fonte Dati Invalsi

Fig. 62- Andamento nel settennio 2013/14 – 2018/19 degli esiti medi in Matematica della Regione Marche rispetto alla media nazionale – Grado 8 – Fonte Dati Invalsi

Fig. 63- Andamento nel settennio 2013/14 – 2018/19 degli esiti medi in Matematica della Regione Marche rispetto alla media nazionale – Grado 10 – Fonte Dati Invalsi

Fig. 64- Gender gap Prove Invalsi di Matematica 2018/19 – Fonte Invalsi Open

Fig. 65 - Gender gap Prove Invalsi di Matematica 2018/19 –Grado 13 - Distribuzione regionale - Fonte Invalsi Open

Fig. 66- Risultati degli alunni maschi e femmine in Matematica per Grado 2 – Triennio 2013/14 – 2015/16- Regione Marche – Fonte Dati Invalsi

Fig. 67- Risultati degli alunni maschi e femmine in Matematica per Grado 5 – Triennio 2013/14 – 2015/16- Regione Marche – Fonte Dati Invalsi

Fig. 68- Risultati degli alunni maschi e femmine in Matematica per Grado 8 – Triennio 2013/14 – 2015/16- Regione Marche – Fonte Dati Invalsi

Fig. 69- Risultati degli alunni maschi e femmine in Matematica per Grado 10 – Triennio 2013/14 – 2015/16- Regione Marche – Fonte Dati Invalsi

Fig. 70 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo nativi "- Grado 2 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

Fig. 71 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo nativi " - Grado 5 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

Fig. 72 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo nativi " - Grado 8 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

Fig. 73 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo nativi " - Grado 10 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

Fig. 74 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo regolari " - Grado 2 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

Fig. 75 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo regolari" - Grado 5 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

Fig. 76 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo regolari" - Grado 8 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

Fig. 77 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo regolari" - Grado 10 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

Fig. 78 – Schema timing relativo alle ordinanze regionali e DPCM emesse a seguito dell'emergenza epidemiologica da Covid – 19 (anno sc. 2019/20)

Fig. 79 – Difficoltà rilevate tra gli studenti non raggiunti dalla DAD

Fig. 80 – Modalità di didattica a distanza – a.s. 2020/21- Fonte: Elaborazione Banca d'Italia su dati INVALSI

Fig. 81 - Studenti per condizioni di accessibilità- Fonte Elaborazione Banca d'Italia su dati INVALSI

Fig. 82- Performance degli studenti marchigiani prima della Pandemia - Fonte Elaborazione Banca d'Italia su dati INVALSI

Fig. 83 – Percentuale di studenti che a seguito della DAD avrebbero bisogno di un sostegno nello studio- Fonte Save the Children

Fig. 84 - Fattori che possono contribuire all'effetto negativo esercitato dal ricorso alla DAD sui risultati degli studenti Fonte: *The likely impact of COVID-19 on education: Reflections based on the existing literature and recent international datasets.*

Fig.85 – Confronto tra le percentuali di studenti marchigiani che raggiungono un determinato livello di competenza rispetto al dato nazionale e di area geografica – Gradi 8 e 13 – Fonte INVALSI OPEN

Fig.86 – Confronto tra le percentuali di studenti marchigiani che raggiungono livelli di competenza adeguati rispetto al dato nazionale e di area geografica – Gradi 8 e 13_ Fonte INVALSI OPEN

Fig. 87 – Articolo sugli esiti Prove Invalsi 2020/21 - Fonte: Cronache maceratesi

Fig. 88 -I risultati in matematica per livelli di competenza - Grado 13 – a.s. 2020/21- Fonte Dati INVALSI

Fig. 89 - I risultati in matematica per livelli di competenza - Grado 13 – a.s. 2018/19 - Fonte Dati INVALSI

Fig. 90 – Confronto tra i livelli di competenza raggiunti nelle Prove Invalsi di Matematica – Grado 13 - nei periodi pre e post pandemia da Covid -19 – Dati Campione- Fonte Dati Invalsi

Fig. 91 – Confronto tra i livelli di competenza raggiunti nelle Prove Invalsi di Matematica – Grado 13 - nei periodi pre e post pandemia da Covid -19 – Dati Censuari- Fonte Dati Invalsi

Fig. 92 – I risultati in matematica per livelli di competenza - Grado 8 – a.s. 2020/21 - Fonte Dati INVALSI

Fig. 93 – I risultati in matematica per livelli di competenza - Grado 8 – a.s. 2018/19 - Fonte Dati INVALSI

Fig. 94 – Confronto tra i livelli di competenza raggiunti nelle Prove Invalsi di Matematica – Grado 8 - nei periodi pre e post pandemia da Covid -19 – Dati Campione- Fonte Dati Invalsi

Fig. 95 – Confronto tra i livelli di competenza raggiunti nelle Prove Invalsi di Matematica – Grado 8 - nei periodi pre e post pandemia da Covid -19 – Dati Censuari - Fonte Dati Invalsi

Fig. 96 - Percentuale di studenti che non raggiungono i traguardi nazionali (Livello di non sufficienza) - Dati relativi alle prove di Matematica della Regione Marche rispetto ai dati nazionali - Grado 13

Fig. 97 – Grafico che mostra il peggioramento medio in Matematica (Grado 13) con la curva che si sposta verso sinistra e il picco della campana di Gauss in corrispondenza di un valore al disotto di 200. – Fonte dati INVALSI

Fig. 98 - Percentuale di studenti che non raggiungono i traguardi nazionali (Livello di non sufficienza) - Dati relativi alle prove di Matematica della Regione Marche rispetto ai dati nazionali - Grado 8 _Fonte dati INVALSI

Fig. 99 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Ancona - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 100 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Ancona - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 101 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Ascoli Piceno - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 102 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Ascoli Piceno - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 103 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Fermo - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 104 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Fermo - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 105 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Macerata - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 106 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Pesaro - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 107 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Pesaro - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 108 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Urbino - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 109 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_ Istituto: Urbino - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 110 – Andamento del punteggio medio conseguito nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 2 – Periodo dall' a.s.. 2013/14 all'a.s. 2020/21 - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 111 – Andamento del punteggio medio conseguito nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 5 – Periodo dall' a.s.. 2013/14 all'a.s. 2020/21 - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 112– Andamento del punteggio medio conseguito nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 5 – Periodo dall' a.s.. 2013/14 all'a.s. 2020/21 - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 113 – Confronto tra i punteggi medi conseguiti nelle prove Invalsi di Matematica prima della pandemia e dopo la pandemia per ciascun grado 2-5-8-13 - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Fig. 114 – Comparazioni giorni di presenza tra 8 capoluoghi di provincia – a.s. 2020/21 rispetto a ciascuno grado scolastico – Fonte Save the Children

Fig. 115 – Giovani dai 18 ai 24 anni d'età che abbandonano prematuramente gli studi– Serie storica triennio 2018-2020 – Regione Marche - Fonte Dati ISTAT

Fig. 116 – Abbandoni anticipati – Confronto dati Europa -Fonte Eurostat Statistic Explained

Fig. 117 – Abbandoni anticipati 2018 – Confronto dati Europa -Fonte Eurostat Statistic Explained

Fig. 118 – Dati a confronto nel periodo dal 2004 al 2019 tra le percentuali di popolazione in possesso almeno del Diploma di scuola secondaria di primo grado e quella in possesso di almeno il Diploma di scuola secondaria di secondo grado - Fonte sito <http://statistica.regione.marche.it/statistiche-per-argomento/istruzione-formazione> della Regione Marche su elaborazione dati ISTAT

Fig. 119 – Incidenza degli ELET tra gli stranieri a seconda dell'età all'arrivo in Italia – Fonte dati ISTAT

Fig. 120 – I cinque “tasselli della dispersione” – Fonte Rapporto “La dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 aa.ss. 2018/2019 - 2019/2020”

Fig. 121 – - L'abbandono complessivo (%) in serie storica: aa.ss. 2013/2014-2014/2015 - aa.ss.2018/2019-2019/2020 – Fonte Rapporto “La dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 aa.ss. 2018/2019 - 2019/2020” su dati : MI - DGSIS - Gestione Patrimonio Informativo e Statistica - ANS

Fig. 122 – Valori percentuali della dispersione scolastica implicita – Fonte Editoriale “La dispersione scolastica implicita” su dati Invalsi 2019

Fig. 123 - Percentuali di abbandono complessivo nella scuola secondaria di II grado (%) aa.ss.2018/2019 - 2019/2020 - Fonte Rapporto “La dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 aa.ss. 2018/2019 - 2019/2020” su dati: MI - DGSIS - Gestione Patrimonio Informativo e Statistica - ANS

Fig. 124 - Percentuale alunni in difficoltà al termine della III classe sec. di primo grado -Fonte dati Invalsi

Fig. 125 – Esempio di struttura gerarchica nelle rilevazioni INVALSI: studenti, classi, scuole

Fig. 126 – Grafici rappresentativi di Omoschedasticità ed Eteroschedasticità – tratti da Assunzioni – Lezione n. 6 – Prof. Marcello Gallucci – Università Bicocca di Milano

Fig. 127 – Rappresentazione grafica di H_0 e H_1 - Tratto da “L'Analisi della Varianza ANOVA”

Fig.128 - Curve di distribuzione della variabile F al variare dei gradi di libertà v_1 e v_2

Fig.129 – Grafico di distribuzione delle misure oggetto di esempio studio con indice di asimmetria $A= 1,83$ e indice di curtosi $C = 3,74$

Fig. 130 – Esempio di calcolo di area nella distribuzione di Fisher

Fig. 131 – Esempio di struttura gerarchica nelle rilevazioni INVALSI a due livelli: studenti, classi

Fig. 132 – Rappresentazione del modello di regressione lineare tratto da Corso di Statistica- Inferenza a cura di S. Iacobelli

Fig. 133 – Confronto tra l'andamento del punteggio di matematica nelle prove INVALSI dello studente 3486140 nel suo percorso di studi 2013-2019 e le medie dei punteggi delle classi di appartenenza

Fig. 134 – Esempio di grafico che rappresenta la regressione bivariata (o semplice)

Fig. 135 – Esempio di grafico che rappresenta la regressione bivariata (o semplice) data dall'equazione (5.43)

Fig. 136 – Esempio di grafico che rappresenta la regressione multipla -Tratto da Metodologia della ricerca in psicologia clinica - Dott. Luca Filipponi

Fig. 137 -Grafico che rappresenta un esempio di valutazione delle scuole

INTRODUZIONE

La questione dell'equità di un sistema educativo è collegata a fenomeni quali abbandono, dispersione e under performance (scarso rendimento) che, in alcuni contesti territoriali, sono addirittura allarmanti. Un sistema educativo può essere definito equo quando tutti gli studenti, indipendentemente dalle caratteristiche personali, dal contesto familiare e dalle condizioni socioeconomiche di partenza, hanno le stesse opportunità di apprendimento e hanno accesso alle stesse risorse educative, possono cioè sviluppare i propri talenti e raggiungere il loro pieno potenziale, indipendentemente dal loro background. Troppo spesso si utilizzano i termini di uguaglianza ed equità come se rappresentassero lo stesso concetto e invece essi si riferiscono a considerazioni e contesti diversi. Uguaglianza è un concetto che presuppone un giudizio di valore oggettivo, che prescinde cioè a chi viene applicato. Equità, invece, è un concetto che presuppone un giudizio di valore soggettivo che ne determina e influenza l'applicazione. Davanti alla legge siamo tutti uguali e, quindi, a prescindere dalla nostra soggettività essa viene applicata con i medesimi parametri definiti ex ante. Di fronte al processo di apprendimento ognuno ha di fronte il proprio percorso, quello adatto a sé, quello che gli permette di esprimersi al meglio anche grazie a strumenti compensativi, ambienti e situazioni stimolo, finestre di dialogo con sé stessi e il mondo circostante, opportunità queste di sviluppo cognitivo e acquisizione di competenze disciplinari e trasversali a cui il sistema scolastico è chiamato a rispondere nel suo mandato istituzionale. Qui si parla di un'uguaglianza formale per il diritto allo studio così come sancito dall'art.34 della Costituzione Italiana, ma anche di un'equità sostanziale nelle opportunità offerta a *“tutti e ciascuno”* [1], potenziando come definita dalla dott.ssa Martini *“la cultura dell'accessibilità, della solidarietà, della*

partecipazione e dell'appartenenza riducendo le insidie e i rischi dell'esclusione scolastica e sociale”, in modo da garantire un adeguato livello di equità nel sistema scolastico.

Come evidenziato dalla dott.ssa Angela Martini [2], il concetto di equità educativa è innanzitutto connesso all'idea di eguaglianza delle opportunità dove anche la pedagogia speciale diviene pedagogia ordinaria, per cui un sistema scolastico può considerarsi “giusto” e “inclusivo” se riesce a permettere ai propri studenti l'accesso ai più alti livelli d'istruzione e alle professioni più appetibili, indipendente dalle condizioni di contesto di provenienza degli stessi e dai limiti connessi a difficoltà personali fisiche e psichiche. Si ha quindi assenza o carenza di equità ogni volta che gli esiti del sistema d'istruzione sono correlati alle condizioni di contesto e alle caratteristiche d'ingresso per gruppi diversi di soggetti. Quando si parla di scuola equa come giusta e inclusiva ci si riferisce a un sistema che ne assicuri i contenuti, l'organizzazione e la sua applicazione non solo, come richiamato da Benadusi, Giancola, Viteritti [3] nel loro articolo, in maniera “*formale e a breve termine*”, ma in una logica di sostenibilità in maniera formale, sostanziale e funzionale al miglioramento continuo a cui ogni sistema scolastico deve adeguarsi, anche perché sollecitato dagli obiettivi del Goal 4 dell'Agenda 2030. Si tratta di individuare in modo sistemico quali indicatori monitorare anche nel passaggio tra gradi scolastici, per far sì che il sistema possa prevedere un pacchetto di interventi di natura metodologico-didattica e organizzativa per far fronte a eventuali situazioni carenza di equità nelle pari opportunità.

Il gruppo di ricerca Groupe Européen de Recherche sur l'Équité des Systèmes Educatifs (GERESE) [4], aveva già nel 2003 individuato quattro aree di attenzione per il raggiungimento degli obiettivi di equità con un forte richiamo all'istruzione e alla formazione come parametri di benessere ed equità sociale.

Come ricorda il Prof. Benadusi [5] nel suo articolo “*Politiche dell'educazione e sistemi di welfare*” e poi, anche, richiamato nel working paper “*La questione dell'equità scolastica in Italia - Analisi delle performance in scienze dei quindicenni della scuola secondaria superiore*” [6] lo stesso gruppo di ricercatori Gerese nel rapporto presentato alla Commissione Europea aveva individuato tre categorie di indicatori in grado di stimare e monitorare i livelli di equità dell'educazione:

- diseguaglianze interindividuali come, ad esempio, individuate dall'essere posticipatorio e quindi non con un percorso regolare;
- diseguaglianze tra gruppi o intercategoriale come, ad esempio, individuate dall'essere straniero di prima o seconda generazione;
- mancato raggiungimento di soglie minime di apprendimento come, ad esempio, individuate dai benchmark di riferimento: contenimento dell'abbandono scolastico al di sotto del 10% dei ragazzi in età scolare, conseguimento di una laurea da parte di almeno il 40% dei 30-34enni, superamento della soglia del 12,5% della partecipazione della popolazione adulta ad attività di istruzione/formazione.

Il mancato raggiungimento di soglie minime di apprendimento è connesso con lo studio dell'intensità di povertà educativa e quindi con la mancanza di competenze che sono troppo spesso funzione delle condizioni di contesto. L'Istituto INVALSI, prendendo spunto dagli studi del gruppo di ricerca GERESE, a partire dall' a. s. 2008-09, ha iniziato a misurare le competenze di base (partendo da comprensione scritta, grammatica e Matematica) mediante rilevazioni censuarie e campionarie. È stata presa in considerazione la variabilità del background sociale degli studenti e il disegno del campione (il cui contenuto e metodica verrà approfondito nel paragrafo 2.1) considera la variabilità suddivisa in tre parti: tra scuola, tra classi e all'interno delle classi. Tale ripartizione risulta idonea per studiare a livello di territorio se una regione tende a “segregare”, nelle stesse scuole o classi, studenti con livelli di

background simili, considerando ad esempio il parametro della cittadinanza. Questo è il motivo per cui si analizzano i sistemi scolastici regionali tenendo conto anche di quest'ultimo parametro, nell'analisi della distribuzione tra scuole della popolazione scolastica.

Per monitorare l'equità di un sistema scolastico regionale, si fa riferimento come suggerito da Patrizia Falzetti e Roberto Ricci [7] a un indicatore complessivo, sintesi di altri tre indicatori che misurano i livelli di competenza posseduti dagli studenti, il livello di segregazione socioeconomica e il livello di integrazione.

INVALSI già nel 2010 aveva iniziato una valutazione dell'equità educativa del sistema scolastico italiano utilizzando gli indici che Amartya Sen [8] aveva elaborato e riportato in *Poverty: An Ordinal Approach to Measurement*, a partire dagli anni Settanta, per studiare il fenomeno della povertà intesa non solo come scarsità di risorse economiche ma, come ribadito da Morlaix [9], scarsità di competenze educative di base, fondamentali per l'esercizio di una cittadinanza attiva e consapevole. D'altra parte, già Meuret [10] nel 2001 affermava la proporzionalità del livello di equità scolastica rispetto alla percentuale di studenti in possesso di un certo livello di competenze di base.

Il contributo fondamentale di Amartya Sen è stato quello di fornire il riferimento concettuale per misurare la povertà, tenendo conto simultaneamente di tre parametri: il tasso di povertà, il grado di povertà, la variabilità nella distribuzione del reddito tra i poveri.

INVALSI partendo, quindi, da questo tipo di impostazione, ha studiato la povertà educativa utilizzando e adattando l'indice di Sen, monitorando i seguenti parametri:

- il tasso di allievi in possesso di livelli di apprendimento al di sotto della soglia definita come minima;
- l'intensità della povertà educativa definita come la somma delle distanze dei punteggi conseguiti da questi allievi rispetto alla soglia minima;

- la diversità tra i punteggi conseguiti.

Attraverso la letteratura nazionale e internazionale e la documentazione relativa ai seminari tenuti dall'INVALSI, questo lavoro di ricerca è partito dall'analisi degli obiettivi delle prove standardizzate Invalsi e di come esse si sviluppino nelle rilevazioni ICC (Indagine Campionaria di Controllo) e IS (Indagine Standard), con la definizione del disegno di campionamento e delle basi metodologiche che hanno permesso il passaggio dai punteggi ai livelli descrittivi di competenza, nonché gli approfondimenti sulla variabilità negli esiti all'interno della classe, tra classi nel medesimo istituto e tra istituti. Lo scopo è stato di studiare e documentare detta variabilità come stima dell'equità del sistema scolastico italiano con particolare riguardo alle indagini in matematica in riferimento a parametri come regolarità, cittadinanza e genere e con riferimento particolare ai dati rilevati per la Regione Marche. L'INVALSI (Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema di Istruzione e Formazione, vedi D.Lgs. 286/2004), che ha tra i suoi compiti, come stabilito anche dal D.P.R.n. 80/2013 e dal decreto legislativo n. 62/2017, quella di "effettuare controlli periodici e sistematici sulle conoscenze e competenze degli studenti" dà, infatti, anche nel Rapporto 2019 [11], una chiave di lettura dei dati come espressione proprio del livello di equità del sistema scolastico, mediante lo studio della variabilità dei risultati tra le diverse scuole e classi, caratterizzando l'analisi con i dettagli regionali. L'analisi dell'equità del sistema scolastico italiano, si spiega, poi, in questo lavoro mediante lo studio dei dati che utilizza la metodologia rappresentata dall'analisi multilivello che tiene in considerazione la struttura gerarchica dei dati stessi in esame.

Nel Capitolo 1 sarà fornita una prima definizione di equità nel sistema scolastico e dei metodi di studio e valutazione utilizzati da INVALSI.

Nel Capitolo 2 si darà una descrizione e definizione dei dati a disposizione e del disegno di campionamento. Sarà definita la procedura di allocazione del campione e verranno esplicitate le caratteristiche dei file dati in esame.

Nei Capitoli 3 e 4 si darà ampio spazio all'analisi dei dati in possesso e oggetto di studio per fornire una chiave di lettura del sistema scolastico italiano e marchigiano in riferimento alle competenze in matematica nel periodo dal 2013-14 al 2018 -19 e rispetto ai parametri di genere, cittadinanza e regolarità. In particolare, sarà analizzato il rapporto tra gli effetti della didattica a distanza, a seguito della pandemia da Covid -19 negli anni scolastici 2019/20 e 2020/21, e gli esiti nelle prove INVALSI di matematica.

Nel Capitolo 5 sarà dato spazio alla descrizione del metodo di analisi statistica con riferimento ai modelli multilivello lineari, evidenziandone aspetti interpretativi e problemi di stima, evidenziandone l'utilità nell'ambito dell'istruzione.

Nel Capitolo 6 sarà affrontato il nesso tra variabilità dei risultati nelle prove standardizzate ed equità del sistema scolastico.

Il lavoro si concluderà con alcune considerazioni riguardo la concreta possibilità che si attui l'equità nel sistema scolastico italiano e marchigiano e quali siano i possibili margini di miglioramento.

1. DEFINIZIONE DI EQUITÀ E METODI PER VALUTARLA

1.1 Introduzione

In questo capitolo, dopo aver dato una definizione di equità nel sistema scolastico con riferimento anche all'Agenda 2030, al fine di studiare le principali caratteristiche dei sistemi scolastici regionali in termini di equità, si fa riferimento agli studi desunti dalla letteratura che hanno come riferimento gli indicatori di povertà individuati da A. Sen, di segregazione sociale e di segregazione degli studenti partendo da quello derivante dal background migratorio.

1.2. Definizione di equità nel sistema scolastico

Tra gli obiettivi di sviluppo sostenibile dell'Agenda Onu 2030 c'è l'educazione di qualità come opportunità di apprendimento permanente lungo tutto l'arco della vita, come garanzia di una vita soddisfacente e produttiva per tutti gli individui e per la realizzazione di un modello di sviluppo sostenibile che miri a superare la sfida dell'integrazione e permetta a tutti di avere accesso a una educazione di qualità e alle stesse opportunità formative, indipendentemente dalla nazionalità e dal contesto socio-economico di origine.

In generale si può affermare che un sistema educativo è tanto più equo quanto più riesce a ridurre il fenomeno della segregazione scolastica che si identifica con la povertà educativa mediante due parametri complementari: il divario di povertà di apprendimento (differenza del proprio livello di apprendimento dalla soglia minima) e la gravità della povertà di apprendimento (ovvero quanto sia grande detta differenza). Comprendere i cambiamenti nei gradi e livelli che definiscono la disuguaglianza nell'apprendimento fornisce un quadro del livello medio di apprendimento e della distribuzione dei gradi di sottodimensionamento dei livelli adeguati dell'apprendimento tra quelli al di sotto della soglia definita come minima.

Il contesto socioeconomico, purtroppo, continua a essere un fattore determinante per il rendimento degli studenti: scarso rendimento, abbandono precoce dell'istruzione o della formazione ed esclusione sociale sono ancora fattori determinanti per l'accesso alle pari opportunità di apprendimento e quindi a conseguenti esiti coerenti con i propri bisogni formativi e aspettative di vita. L'attuale crisi COVID-19 ha rafforzato la necessità di migliorare l'equità nell'istruzione poiché il passaggio all'apprendimento a distanza e la perdita di ore di insegnamento in presenza hanno messo in evidenza le difficoltà di garantire stili di insegnamento e metodologie, pratiche educative e approcci di natura inclusiva e attenti alle necessità degli studenti svantaggiati e con bisogni educativi speciali, aggravando di fatto le disuguaglianze esistenti. D'altra parte, il ricorso alla didattica a distanza, veicolata dalla didattica digitale, senza adeguato supporto ha di fatto ampliato le divergenze nelle opportunità di apprendimento e nell'acquisizione di competenze. Se si osserva, ad esempio, il grafico in fig. 1 estrapolato dal Rapporto annuale della Banca d'Italia "L'economia delle Marche" [12] si evidenzia che, dai dati forniti dall'INVALSI riferiti all'anno scolastico 2018-19 per il GRADO 10, gli studenti marchigiani privi delle condizioni ideali di accesso

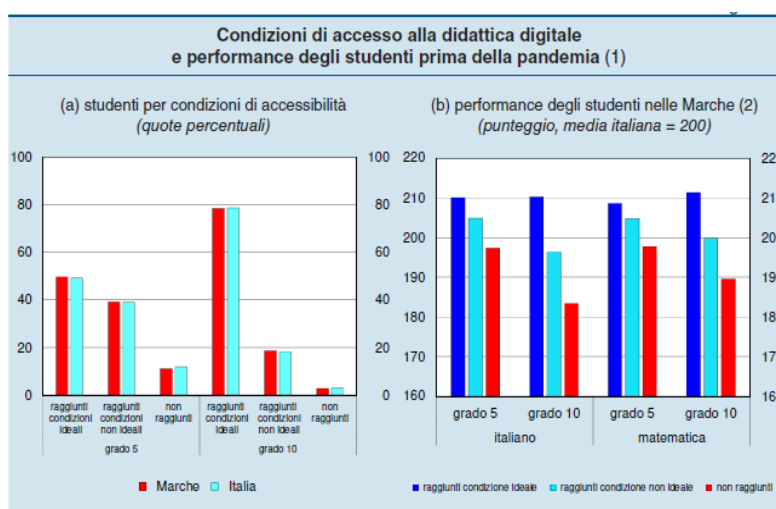
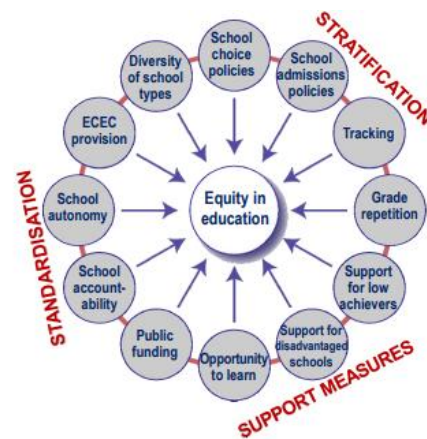


Fig. 1 – Condizione di accesso alla didattica digitale e performance degli studenti prima della pandemia

Fonte: Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione (Invalsi). Cfr. nelle Note metodologiche ai Rapporti annuali regionali sul 2020 la voce Emergenza Covid-19 e il ricorso alla didattica a distanza.
 (1) Elaborazioni sui dati riferiti alla popolazione degli studenti delle classi quinte della scuola primaria (grado 5) e delle classi seconde delle scuole secondarie di secondo grado (grado 10). Anno scolastico 2018-19. – (2) I punteggi ai test sono in scala di Rasch con media italiana pari a 200.

alla didattica digitale pari circa a un quinto del totale degli studenti di pari grado - mostravano livelli di performance in matematica inferiori alla media nazionale già prima della pandemia, dimostrando di fatto che condizioni limitate di accessibilità alla didattica digitale nelle scuole secondarie di secondo grado era già una condizione favorevole a situazioni di segregazione socioculturale amplificate da periodi di sospensione della didattica in presenza.

I principali risultati presentati nella Eurydice Brief **“Equity in school education in Europe Structures, policies and student performance”** [13], mostrano che a livello sistemico diverse caratteristiche in modalità e grado diversi possono influenzare l'equità nell'istruzione scolastica. In questo rapporto l'equità è affrontata in termini di inclusività e imparzialità, facendo riferimento a tre tipi di dati: informazioni sulle politiche, la struttura e l'organizzazione dei sistemi educativi europei, dati desunti da indagini internazionali sulle performance e caratteristiche degli studenti (PISA, PIRLS e TIMSS) e dati statistici raccolti da Eurostat. Utilizzando metodi di analisi statistica bivariata e multivariata - usati per analizzare simultaneamente più caratteri e di cui si approfondiranno in parte i contenuti nel cap.5 -, il rapporto valuta l'impatto di queste caratteristiche a livello di sistema sull'equità educativa. In questo Rapporto, completato nell'ottobre 2020, politiche e strutture dei sistemi educativi sono analizzate come parte di un più ampio quadro che include elementi individuati da parametri di stratificazione, standardizzazione e supporto, come mostrato nella fig. 2 a fianco.



Source: Eurydice.

Fig. 2 – Analisi di politiche e strutture dei sistemi educativi mediante parametri di stratificazione, standardizzazione e supporto

Il parametro relativo alla stratificazione definisce quantitativamente e qualitativamente il raggruppamento degli studenti in classi, in diverse tipologie di scuole, secondo i piani di studio o in base alle loro capacità, interessi o altre attitudini. Il parametro relativo alla standardizzazione misura i livelli di qualità all'interno di un sistema educativo. Il parametro relativo al supporto definisce le misure di sostegno traguardate a promuovere l'equità e a limitare lo svantaggio.

Tra le diciassette azioni per gli Obiettivi di Sviluppo Sostenibile dell'Agenda 2030 c'è l'obiettivo 4 - un'istruzione di qualità, come presupposto per il miglioramento della vita delle persone, come garanzia per un'istruzione inclusiva e di qualità per tutti e per la promozione dell'apprendimento permanente. La stessa Agenda 2030 dell'ONU, in coerenza con il principio "*Leave no one behind*", affronta il tema delle disuguaglianze attraverso un ampio insieme di Obiettivi per lo Sviluppo Sostenibile (Sustainable Development Goals – SDGs) che collegano le principali dimensioni dei divari e la loro interdipendenza collegando al Goal 10 - Ridurre l'ineguaglianza all'interno di e fra le nazioni, altri 8 obiettivi di sviluppo sostenibile tra cui lotta alla povertà (SDG1) e istruzione e apprendimento (SDG4).

1.3 L'indice di A. Sen e il suo utilizzo nelle valutazioni INVALSI

L'indice di Sen, di cui già si è parlato in premessa, viene utilizzato da INVALSI per la misura della povertà educativa ed è espresso dalla seguente formula:

$$(1.1) \quad S = T[I + (1 - I)G]$$

Dove T è il tasso di studenti deboli in una certa area e rappresenta la percentuale degli allievi sotto la soglia $z = m_a$, identificata con il decimo percentile della distribuzione nazionale dei

punteggi della prova di Italiano e della prova di Matematica e I indica la misura dell'intensità della debolezza scolastica, ossia la somma delle distanze individuali (divario di competenza individuale rispetto alla soglia minima z) di ciascun allievo con una preparazione sotto la soglia z dalla soglia medesima. G rappresenta il coefficiente di Gini della distribuzione del reddito dei poveri di cui si approfondirà la definizione di seguito.

A tal proposito val la pena richiamare il significato statistico del decimo percentile, ricordando che oltre alla mediana, che rappresenta il punto di mezzo di un insieme di dati ordinati, vengono usati anche altri indici di posizione non centrale soprattutto per ampi insiemi di dati; tali indici dividono le distribuzioni in determinate percentuali detti quartili, quantili e percentili. I percentili dividono la distribuzione in 100 parti e il decimo percentile $P_{0.1}$ lascia alla sua sinistra il 10% degli elementi della distribuzione. Più in generale Richard A. Johnson [14] definisce il $100p$ -esimo percentile come quel valore $p \in [0,1]$ per cui una frazione pari a p del totale delle osservazioni è minore o uguale e almeno $(1-p)$ delle osservazioni è maggiore o uguale rispetto a questo medesimo valore. In pratica possiamo dire che il $(100)p$ -esimo percentile divide "approssimativamente" la sequenza ordinata degli N dati in due parti: i primi Np valori e i successivi $N(1-p)$. Ad esempio, un particolare tipo di percentile è la *mediana* corrispondente al cinquantesimo percentile della distribuzione.

Come descritto da Richard A. Johnson [14], la seguente regola permette un calcolo semplificato del kp -esimo percentile:

1. Dopo aver ordinato gli n dati della distribuzione in ordine crescente, si calcola il prodotto $k=np$.
2. Se $k=np$ è un intero, si calcola la media del k -esimo e del $(k+1)$ -esimo valore; se $k=np$ non è un intero, si arrotonda all'intero successivo e si individua il valore dell'osservazione corrispondente.

Per definire la soglia z , quindi, bisogna calcolare il decimo percentile p che in decimale è pari a 0.10.

Nel caso di dati raggruppati in classi, come spiegato da Murray R. Spiegel [15], per calcolare il k -esimo percentile, prima di tutto, bisogna determinare la classe di appartenenza. Data la distribuzione delle frequenze, bisogna quindi:

- calcolare le frequenze;
- calcolare le frequenze cumulate;
- calcolare le frequenze cumulate relative;
- determinare la classe in corrispondenza della quale la frequenza cumulata relativa sia maggiore di 0.5.

Utilizzando il metodo dell'interpolazione, indicata con $[x_{i-1}, x_i]$ tale classe (detta anche classe mediana) e con f_c^i e f_c^{i-1} i valori delle frequenze cumulate relative, corrispondenti rispettivamente a detta classe e alla sua precedente; per trovare il valore del decimo percentile si applica la seguente formula:

$$(1.2) P_{0.10} = x_{i-1} + (x_i - x_{i-1}) (0.10 - f_c^{i-1}) / (f_c^i - f_c^{i-1})$$

Ritornando agli studi di Sen [8] sulla povertà, che sono stati da premessa a quelli sulla povertà educativa, conviene prima di tutto definire i concetti di soglia di povertà e specificare sugli indici più utilizzati in un'ottica di valutazione di un fenomeno multidimensionale. Ad esempio, in Italia l'ISTAT [16] si riferisce alla linea di povertà z nota come International Standard of Poverty Line (ISPL) che definisce "povera" una famiglia di due componenti con una spesa per consumi inferiore o uguale alla spesa media per consumi pro-capite e utilizza dei correttivi in caso di famiglie di diversa composizione. L'ISTAT [16] utilizza, poi, per esprimere gli aspetti della povertà come *diffusione* e *gravità* due indici: l'incidenza H (*Head count ratio*, H

= q/N) e cioè il rapporto tra il numero di famiglie (individui) il cui reddito è al di sotto della linea di povertà (q) e il numero di famiglie (individui) residenti (N). Tale indice H è compreso tra 0 e 1, per cui se $H = 0$ = non ci sono poveri; se $H = 1$ sono tutti poveri. L'altro indice considerato è I e cioè l'intensità (*Income Gap Ratio*, $I = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \frac{(z-y_i)}{z}$, con $y_i =$ reddito dell'*i*esimo individuo o famiglia; $z =$ soglia di povertà) che misura il grado di povertà, cioè di quanto, in termini percentuali, la spesa media mensile delle famiglie povere è inferiore alla linea di povertà, descrivendo la distanza media del reddito dei poveri dalla linea di povertà. I è compreso tra 0 e 1 per cui se $I = 0$ nessuno è al di sotto della linea di povertà; se $I = 1$ tutti i redditi dei poveri sono uguali a zero. Tale misura è, quindi, capace di descrivere la distanza del reddito y_i di ogni soggetto povero dalla soglia di povertà ed è espressa in termini matematici dalla formula

$$(1.3) g_i \equiv z - y_i, \text{ considerando i soli valori } y_i \leq z.$$

La media della distribuzione “di tutti i divari” g_i è data quindi da:

$$(1.4) \bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^q (z-y_i)}{q} = \frac{\sum_{i=1}^q g_i}{q}.$$

Tale valore \bar{g} rapportato alla soglia di povertà z , definisce appunto l'indice di intensità denominato *Income Gap Ratio* dato da:

$$(1.5) I = \frac{\bar{g}}{z}$$

Un ulteriore sviluppo della relazione (1.5) si ha considerando i seguenti passaggi:

$$(1.6) I = \frac{\sum_{i=1}^q g_i}{qz} = \frac{\sum_{i=1}^q (z-y_i)}{qz} = \frac{1}{qz} (\sum_{i=1}^q (z - y_i)) = \frac{1}{qz} (qz - \sum_{i=1}^q y_i) = 1 - \frac{1}{z} (\sum_{i=1}^q \frac{y_i}{q}) = 1 - \frac{\mu_q}{z}$$

con μ_q che indica la media dei redditi della sola sottopopolazione povera di dimensione q .

Un altro indice per misurare l'entità del fenomeno povertà è il *poverty gap*, ossia il rapporto tra la somma dei *poverty gap* individuali considerati in proporzione alla linea di povertà z e l'ammontare N dell'intera popolazione di riferimento, ovvero:

$$(1.7) PG = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^q \frac{g_i}{z} = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^q (z - y_i)}{z}$$

che se $z - y_i = 0$ se $y_i > z$, potrebbe anche essere definito dalla seguente:

$$(1.8) PG = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N (z - y_i)}{z}$$

fornendo, in questa forma, una stima della quantità di risorse necessarie per eliminare la povertà, ossia come evidenziato da Baldini e Toso [17] per eliminare il divario di quelli che si trovano al di sotto della linea di povertà.

Dallo sviluppo della (1.7) si ottiene:

$$(1.9) PG = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^q (z - y_i)}{z} = \frac{1}{N} \frac{(qz - \sum_{i=1}^q y_i)}{z} = \frac{1}{N} \frac{q(z - \frac{\sum_{i=1}^q y_i}{q})}{z} = \frac{q}{N} \frac{(z - \mu_q)}{z} = H * I$$

E quindi il *poverty gap* risulta pari al prodotto tra le due misure I e H , assumendo valori compresi tra $= 0$ e 1 , come prodotto di entrambi indici I e H “normalizzati” proprio perché, come già anticipato, anch'essi espressi con valori tra 0 e 1 .

Il PG assume valore 1 solo nel caso di “massima indigenza” dell'intera popolazione, ossia solo quando $y_i = 0$ per $i = 1, \dots, N$ mentre assume valore 0 solo se per tutti i soggetti poveri si annullasse il divario del proprio reddito individuale dalla soglia z di povertà, ovvero se $y_i = z$ per $i = 1, \dots, N$.

Prima di arrivare alla formula (1.1), nel suo lavoro *Poverty: An Ordinal Approach to Measurement* [8] A. Sen utilizza proprio il concetto di linea di povertà per definire un

ordinamento che gli permette di suddividere le unità osservate nei due gruppi dei “poveri” e dei “non poveri” e analizza i due indici I e H, arrivando a proporre, infine, quello che oggi conosciamo come indice di Sen. Nel suo articolo A. Sen propone una impostazione assiomatica per cui un indice di povertà deve soddisfare l’ $A_f = \text{Assioma di Focus}$ per cui deve essere indifferente alla distribuzione di reddito tra i soggetti non poveri, l’ $A_{md} = \text{Assioma di Monotonia Debole}$ per cui deve essere inversamente proporzionale alla diminuzione del reddito di un soggetto povero, l’ $A_{td} = \text{Assioma di Trasferimento Debole}$ per cui deve essere direttamente proporzionale all’aumento della disuguaglianza nella distribuzione di reddito dei poveri e $A_s = \text{Assioma di Simmetria}$ per cui deve essere invariante ad una qualsiasi permutazione nella distribuzione dei redditi. Sen considera una comunità S di n persone. L’insieme delle persone con reddito non superiore a x è chiamato $S(x)$. Se z è “la soglia di povertà”, cioè il livello di reddito al quale inizia la povertà, $S(z)$ è l’insieme dei “poveri”. $S(\infty)$ è, ovviamente, l’insieme di tutti, cioè S .

Il divario di reddito g_i di ogni individuo i è proprio, come già descritto, la differenza tra la soglia di povertà z e il suo reddito. Ovviamente, g_i è non negativo per i poveri e negativo per gli altri.

Per giungere alla definizione dell’indice di povertà, Sen parte da una definizione generale basandosi su un ordinamento tra poveri come funzione iniettiva $f: Q \rightarrow \{1, 2, \dots, q\}$ per cui se $f(i)$ è la posizione dello i -esimo povero e $f(j)$ è la posizione dello j -esimo povero allora $f(i) < f(j)$ se e solo se $g_i(y, z) < g_j(y, z)$, con $g_i(y, z)$ che rappresenta il divario del reddito dello i -esimo povero nella distribuzione dei redditi y dalla soglia z di povertà; quindi, più bassa è la posizione, minore è il divario del proprio reddito dalla soglia di povertà; allora, ad esempio, la persona povera più vicina alla soglia di povertà avrà posizione 1. Sen, poi, utilizza un sistema di pesi non negativi in funzione della posizione di ciascun povero e, infine, un assioma

di normalizzazione, pervenendo alla seguente formula che definisce appunto l'Indice di povertà:

$$(1.10) S = H [I + (1-I) G]$$

dove G è il coefficiente di Gini della distribuzione del reddito dei poveri. Tale coefficiente, introdotto dallo statistico italiano Corrado Gini, è una misura della disuguaglianza di una distribuzione e descrive in che modo (omogeneo o disomogeneo) il reddito o la ricchezza siano distribuite tra la popolazione di un Paese; è un numero compreso tra 0 (= perfetta eguaglianza nella distribuzione del reddito) e 1 (= perfetta disuguaglianza).

Per ogni persona $i < q$, ci sono esattamente $(q + 1 - i)$ persone tra i poveri con un livello di reddito almeno pari a quello della persona i . Se si indica con g_i la distanza del reddito y_i di ogni soggetto povero dalla soglia z di povertà, nel caso particolare in cui tutti i poveri hanno lo stesso reddito y^* e, quindi, lo stesso divario di reddito rispetto alla soglia z , allora si può indicare univocamente con $g^* = z - y^*$, per cui l'espressione $\sum_{i=1}^q g_i (q + 1 - i) = g^*q(q+1)/2$. Considerando quindi un assioma di normalizzazione per cui se tutti i poveri hanno lo stesso reddito allora l'indice di povertà $S = H \cdot I$, allora con $g_i = z - y_i$:

$$(1.11) S = \left(\frac{q}{N}\right)\left(\frac{g^*}{z}\right) = \left(\frac{q}{N}\right)\left(\frac{2}{q(q+1)z} \sum_{i=1}^q g_i (q + 1 - i)\right) = \frac{2}{(q+1)Nz} \sum_{i=1}^q g_i (q + 1 - i)$$

Considerato il coefficiente di Gini G della distribuzione di Lorenz dei redditi dei poveri, di cui approfondiremo in seguito i contenuti, espresso dalla seguente relazione:

$$(1.12) G = \frac{1}{2q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q |y_i - y_j| \text{ dove } \bar{g} \text{ rappresenta il reddito medio dei poveri.}$$

Dovremo provare che

$$(1.13) G = 1 + \frac{1}{q} - \frac{2}{q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q (q + 1 - i) y_i$$

e cioè bisognerà arrivare a dimostrare la seguente uguaglianza:

$\frac{1}{2q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q |y_i - y_j| = 1 + \frac{1}{q} - \frac{2}{q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q (q+1-i)y_i$ e cioè la seguente:

$$(1.14) \quad G = \frac{1}{2q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q |y_i - y_j| = 1 + \frac{1}{q} - \frac{2}{q^2 \bar{g}} (q+1) \sum_{i=1}^q y_i + \frac{2}{q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q y_i = \frac{q+1}{q} - \frac{2(q+1)}{q^2 \bar{g}} q \bar{g} + \frac{2}{q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q y_i = -\frac{q+1}{q} + \frac{2}{q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q y_i$$

Dalla (1.14) ciò che dovremo arrivare a dimostrare è la seguente:

$$(1.15) \quad \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q |y_i - y_j| = -2\bar{g} q(q+1) + 4 \sum_{i=1}^q y_i = -2(q+1) \sum_{i=1}^q y_i + 4 \sum_{i=1}^q y_i = 2 \sum_{i=1}^q (2i - q - 1) y_i$$

Quindi se riusciremo a dimostrare la (1.15), avremo provato che vale la seguente:

$$(1.16) \quad G = \frac{1}{2q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q |y_i - y_j| = 1 + \frac{1}{q} - \frac{2}{q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q (q+1-i)y_i \text{ e cioè la (1.13).}$$

Per dimostrare la (1.15), permutiamo gli indici j in modo che $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \dots \leq y_q$. Allora

fissato i si ha che $|y_i - y_j| = \begin{cases} y_i - y_j, & \text{se } j < i \\ y_j - y_i, & \text{se } j \geq i, \end{cases}$

e dunque sempre fissato i si ha che: $\sum_{j=1}^q |y_i - y_j| = \sum_{j < i} (y_i - y_j) + \sum_{j \geq i} (y_j - y_i) =$

$$= (i-1)y_i - \sum_{j < i} y_j + \sum_{j \geq i} y_j - (q-i+1)y_i = (2i-2-q)y_i - \sum_{j < i} y_j + \sum_{j \geq i} y_j, \text{ da cui sommando}$$

su i , si ottiene:

$$(1.17) \quad \sum_{i=1}^q (\sum_{j=1}^q |y_i - y_j|) = \sum_{i=1}^q (2i-2-q)y_i + \sum_{i=1}^q (-\sum_{j < i} y_j + \sum_{j \geq i} y_j).$$

Il secondo termine della (1.17) $\sum_{i=1}^q (-\sum_{j < i} y_j + \sum_{j \geq i} y_j) = (y_1 + y_2 + \dots + y_q) + (-y_1$

$$+ y_2 + \dots + y_q) + \dots + (-y_1 - y_2 - \dots - y_{q-1} + y_q) = [1 - (q-1)]y_1 + [2 - (q-2)]y_2 + \dots + qy_q =$$

$$= (2-q)y_1 + (4-q)y_2 + \dots + (2i-q)y_i + \dots + (2q-q)y_q = \sum_{i=1}^q (2i - q) y_i \text{ e, quindi}$$

ritornando alla (1.17) si ha: $\sum_{i=1}^q (\sum_{j=1}^q |y_i - y_j|) = \sum_{i=1}^q (2i - 2 - q)y_i +$

$\sum_{i=1}^q (2i - q) y_i = \sum_{i=1}^q (4i - 2 - 2q) y_i = 2 \sum_{i=1}^q (2i - 1 - q) y_i$ si ottiene quindi la
(1.15).

Dalla (1.13) $G = 1 + \frac{1}{q} - \frac{2}{q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q (q + 1 - i) y_i$ si ottiene che:

$$(1.18) \quad -2 \sum_{i=1}^q (q + 1 - i) y_i = q^2 \bar{g} \left(G - \frac{q+1}{q} \right)$$

A questo punto considerata la quantità S definita dalla (1.11)

$$S = \frac{2}{(q+1)Nz} \sum_{i=1}^q g_i (q + 1 - i)$$

e combinando con i risultati dati dalla (1.18) si ottiene:

$$\begin{aligned} (1.19) \quad S &= \frac{2}{(q+1)Nz} \sum_{i=1}^q g_i (q + 1 - i) = \frac{1}{(q+1)Nz} \{ 2 \sum_{i=1}^q z(q + 1 - i) + \\ &\quad + [-2 \sum_{i=1}^q (q + 1 - i) y_i] \} = \\ &= \frac{1}{(q+1)Nz} = \{ 2zq(q + 1) - 2z \sum_{i=1}^q i + [q^2 \bar{g} \left(G - \frac{q+1}{q} \right)] \} = \\ &= \frac{1}{(q+1)Nz} 2zq(q + 1) - 2z \frac{q(q+1)}{2} + q^2 \bar{g} \left(G - \frac{q+1}{q} \right) = \\ &= \frac{1}{(q+1)Nz} \left[zq(q + 1) + \left(G - \frac{q+1}{q} \right) q^2 \bar{g} \right] = \\ &= \frac{q}{N} \left[1 + \frac{\bar{g}}{z} \left(\frac{q}{q+1} G - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

Ricordando le espressioni (1.5) e (1.6) e ricordando che $H = \frac{q}{N}$ la formulazione dell'indice cui

Sen diventa:

$$(1.20) \quad S = H \left[1 + (1 - I) \left(\frac{q}{q+1} G - 1 \right) \right] \sim H [1 - (1 - I) (G - 1)] \text{ per } q \longrightarrow \infty$$

$$\text{il rapporto } \frac{q}{q+1} \longrightarrow 1$$

$$\text{Ma allora (1.21) } S \sim H[1 + G - 1 + IG + I] = H [I + (1 - I) G]$$

dove, appunto, G è il coefficiente di Gini della distribuzione del reddito dei poveri e calcolato sui redditi inferiori alla linea di povertà. Gli indici che compongono S variano tra 0 e 1. S è uguale a 0 se tutti i nuclei familiari o gli individui hanno un reddito superiore alla soglia di povertà; S è, invece, uguale a 1 se tutti hanno un reddito nullo.

Il collegamento con il coefficiente di Gini consente di dare un'interpretazione geometrica dell'indice di Sen, mediante la curva di Lorenz che consente di rappresentare graficamente la quota di reddito totale percepita da una frazione aggregata di popolazione ordinata per livelli non decrescenti di reddito. La curva di Lorenz è la relazione che lega ciascuna quota aggregata della popolazione con la corrispondente quota del reddito totale posseduta. Per formulare in termini matematici la definizione della curva di Lorenz, prima di tutto bisogna ordinare gli individui per livelli non decrescenti di reddito $y(i)$, in modo tale che $y(1) \leq y(2) \leq \dots \leq y(N)$. Poi si determina la quota di persone con redditi inferiori o uguali al reddito posseduto dall' n -esima persona, ovvero n/N , e la corrispondente frazione del reddito totale,

$$(1.22) \quad \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^N y_i}$$

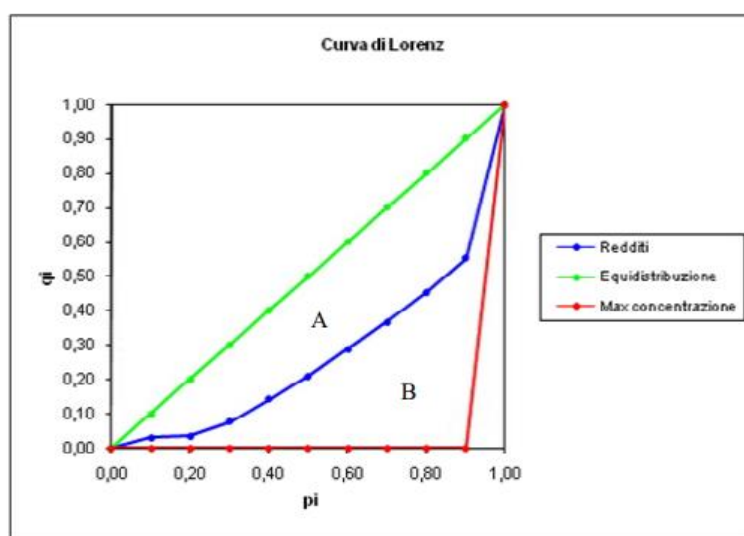


Fig. 4 – Rappresentazione grafica della Curva di Lorenz

La curva di Lorenz, curva di natura esperenziale, sarà l'insieme dei punti di coordinate:

$$\left(\frac{n}{N}; \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^N y_i} \right), \text{ dove } 1 \leq n \leq N \text{ e } L(0) = 0 \text{ e } L(1) = 1$$

Per costruire la curva di Lorenz sull'asse verticale, quindi, riportiamo le percentuali di reddito delle famiglie e sull'asse orizzontale invece le percentuali di famiglie. Si otterrebbe una distribuzione che segue un andamento come rappresentato dalla bisettrice del primo e terzo quadrante $y = x$, per cui a medesime percentuali famiglie corrispondono medesime percentuali di reddito. La curva di Lorenz, invece, rappresenta la distribuzione effettiva del reddito che nella realtà non segue l'andamento di perfetta uguaglianza tra variabile dipendente e variabile indipendente espressa dall'equazione $y = x$. Lo scarto della curva di Lorenz dalla curva di perfetta eguaglianza (cioè dalla retta $y = x$), costituisce la misura della disuguaglianza nella distribuzione del reddito come rappresentato nella fig. 4 sottostante tratta dall'esercitazione n. 3 di Politica economica [18]:

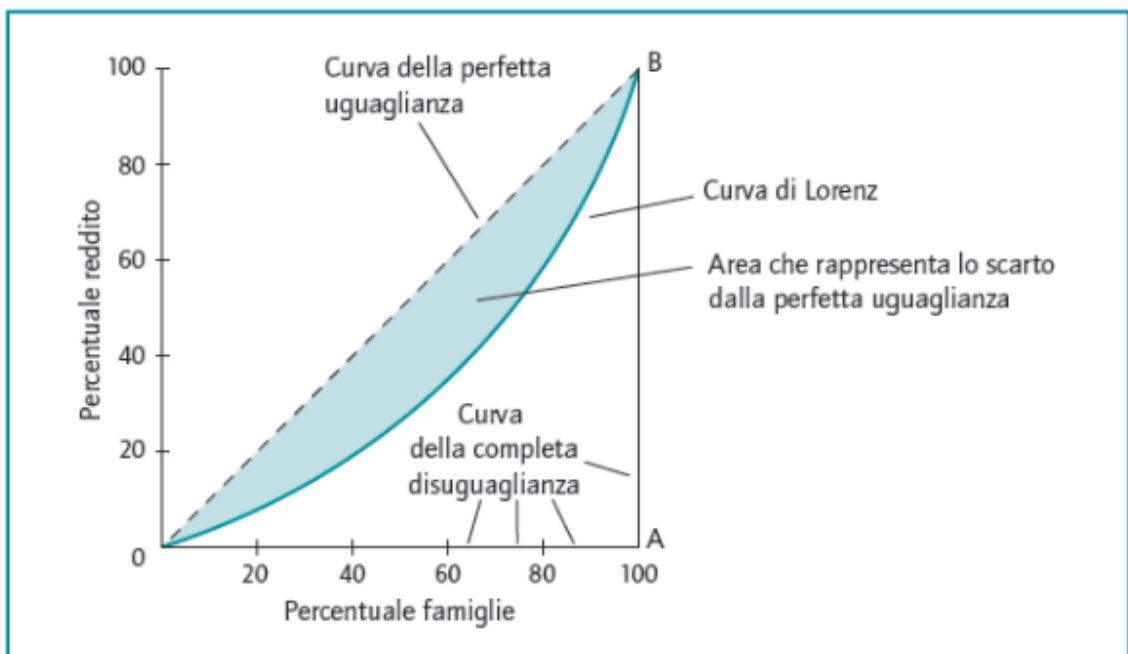
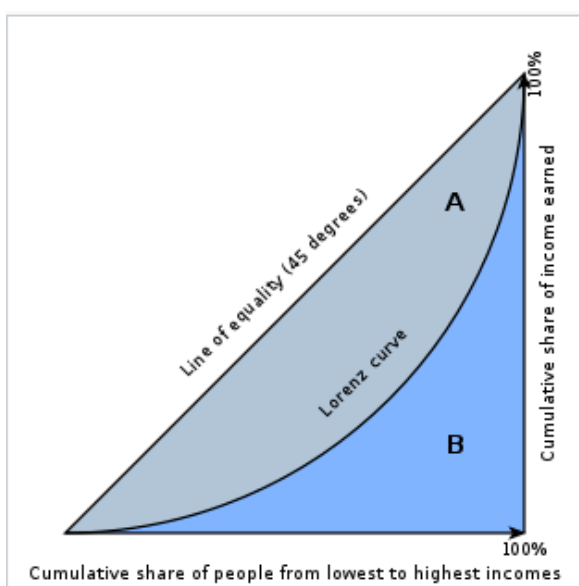


Fig.54 – Rappresentazione grafica del coefficiente di Gini come rapporto tra l'area compresa tra la curva di perfetta eguaglianza e la curva di Lorenz (Area di colore celeste) e l'area del triangolo $OAB = 1/2$

Fonte <https://www.gironi.it/blog/indice-di-gini-come-calcolarlo/>

La definizione matematica, quindi, del coefficiente di Gini si riferisce alla curva di Lorenz della distribuzione ed è legata all'area compresa fra la linea di perfetta uguaglianza e la curva di Lorenz. Il coefficiente di Gini è definito come il rapporto fra l'area compresa tra la linea di perfetta uguaglianza e la curva di Lorenz (A) (fig. 6) e l'area totale sotto la linea di perfetta uguaglianza (A+B), ossia $G = A/(A+B)$. Siccome l'intervallo sull'asse va da 0 a 1, allora $A+B=1/2$ e dunque il coefficiente di Gini è anche uguale a $G=2A=1-2B$.



Se la curva di Lorenz è rappresentata dalla funzione $Y= L(x)$ allora il valore di G può essere ricavato attraverso il seguente calcolo integrale:

$$(1.23) G= 1 - 2 \int_0^1 L(x) dx$$

Fig. 6 – Rappresentazione grafica del coefficiente di Gini - Fonte Wikipedia

In riferimento agli studi che Invalsi ha fatto attraverso l'indice di Sen dato da:

$$(1.10) S = H [I + (1 - I) G]$$

, utilizzato in questo caso per la misura della povertà educativa, divenendo:

$$(1.24) S= T [I + (1-I) G]$$

dove T, come già anticipato, rappresenta la percentuale di allievi sotto la soglia z e la variabile I indica la misura dell'intensità della debolezza scolastica, ossia la sommatoria delle distanze individuali (divario di competenza rispetto alla soglia minima z) $g_i = y_i - z$ di ciascun

allievo i con una preparazione sotto la soglia z dalla soglia medesima. Tale indice I è definito in termini matematici mediante la seguente formula:

$$(1.25) \quad I = \sum_{i \in S(z)} \frac{g_i}{q \cdot z}$$

Con $S(z)$ che è l'insieme con cardinalità q degli individui al di sotto di z , $g_i = z - y_i$ dove y_i è il punteggio in italiano (o il punteggio in matematica) di un individuo $i \in S(z)$.

Il coefficiente di Gini, in questo caso è in grado di misurare la dispersione dei risultati per gli studenti più deboli ed è definito dalla:

$$(1.13) \quad G = 1 - \frac{2}{q^2 \bar{g}} \sum_{i=1}^q y_i (q + 1 - i) + \frac{1}{q}$$

Con \bar{g} che è la media del punteggio in italiano (o del punteggio in matematica) degli studenti appartenenti a $S(z)$. Il coefficiente di Gini varia tra 0 (in questo caso rappresenta la massima omogeneità, come ad esempio il caso di studenti che ottengono tutti lo stesso punteggio) e 1 (massima eterogeneità).

In maniera analoga per il calcolo dell'indice S , utilizzato in precedenza per la misura della povertà educativa con la variabile I che rappresentava la misura l'intensità della debolezza scolastica, è possibile definire in maniera speculare rispetto alle variabili I , T e G e calcolare un indicatore di eccellenza (E). In questo caso T è il tasso di studenti non deboli in una certa area e rappresenta la percentuale P degli allievi sopra la soglia $z = m_a$ identificata con il decimo percentile della distribuzione nazionale dei punteggi della prova di Italiano e della prova di Matematica.

La differenza tra questi due indici S e E è, quindi, considerata come misura di equità. Le regioni vengono confrontate sull'indice di eccellenza insieme al livello medio di prestazione in Lettura e in Matematica.

1.4 Esempi di studio dell'equità scolastica

In riferimento, ad esempio, agli esiti delle prove SNV 2010-11 [19] di Matematica delle classi prima della scuola secondaria di primo grado (Grado 6) e seconda della scuola secondaria di secondo grado (Grado 10) - classi scelte perché rappresentative di due snodi molto importanti nel ciclo d'istruzione di un allievo - si rilevano i seguenti dati relativi all'indice di debolezza (S) e dall'indice di eccellenza (E) come di seguito riportati nella Tav. 1. Da questo esempio di studio si evidenzia una forte variabilità fra le regioni italiane e il primo dato rilevante è l'alto numero di regioni del Mezzogiorno che hanno indice di debolezza (S) nettamente superiore a quello nazionale e allo stesso tempo indici di eccellenza E piuttosto bassi.

Se si osservano, infatti, gli indici di debolezza, in riferimento alle classi prima della scuola secondaria di primo grado e seconda scuola sec. di secondo grado, le regioni che presentano un indice di debolezza scolastica (S) superiore alla media nazionale per la prova di matematica sono le regioni del Sud e le Isole, mentre in riferimento alla regione Marche tale indice è al di sotto del valore nazionale per entrambi i gradi scolastici. Un altro aspetto è messo in luce dall'analisi congiunta dell'indice S e della variabile I, che misura l'intensità della povertà educativa per gli allievi che hanno livelli di competenza sotto la soglia minima. Il valore nazionale, sempre riferito all'anno sc. 2010-11, per il grado 6 è pari a 0.26, per il grado 10 è pari a 0.21, mentre ad esempio per le Marche è rispettivamente pari a 0.24 e 0.22.

Tav. 1 – Indici di debolezza ed eccellenza scolastica - Dati regionali a confronto – Anno sc. 2010-11

	S = Indice di debolezza scolastica (SNV a.s. 2010-11)	I = Intensità della povertà educativa (SNV a.s. 2010-11)	T = % di studenti al di sotto la predetta soglia minima	S =Indice di debolezza scolastica (SNV a.s. 2010-11)	I = Intensità della povertà educativa (SNV a.s. 2010-11)	T = % di studenti al di sotto la predetta soglia minima	E = Indice di eccellenza scolastica (SNV a.s. 2010-11)	
REGIONE	Matematica Classe I sec. di primo grado – Grado 6			Matematica Classe II sec. di secondo grado - Grado 10			Matematica Classe I sec. di	Matematica Classe II sec. di secondo
Valle d'Aosta	1.85	0.25	5.70	0.90	0.16	4.13	1.80	1.92
Piemonte	2.37	0.25	7.30	0.99	0.16	4.61	1.65	1.36
Liguria	2.40	0.24	7.49	2.40	0.25	6.91	1.84	2.07
Lombardia	1.74	0.25	5.36	0.91	0.20	3.35	2.11	2.57
Prov. Aut. Bolzano (Lit.)	1.24	0.26	3.69	0.44	0.13	2.53	1.88	0.86
Prov. Aut. Trento	1.21	0.23	3.89	0.67	0.18	2.63	2.37	2.90
Veneto	1.52	0.24	4.69	0.57	0.19	2.21	1.94	3.28
Friuli- Venezia Giulia	1.06	0.24	3.29	0.69	0.23	2.24	2.40	2.51
Emilia- Romagna	2.22	0.24	6.89	1.26	0.19	5.01	1.77	2.54
Toscana	2.11	0.25	6.26	2.11	0.21	7.09	1.78	1.49
Umbria	2.03	0.23	6.83	1.74	0.19	6.89	1.49	1.33
Marche	1.99	0.24	6.18	1.83	0.22	6.13	1.65	1.91
Lazio	2.27	0.24	7.03	3.02	0.25	8.49	1.16	1.24
Abruzzo	2.29	0.24	7.01	2.02	0.21	7.12	1.20	1.34
Molise	2.87	0.27	7.98	2.13	0.20	8.08	1.33	1.50
Campania	5.39	0.28	14.24	2.78	0.22	9.39	0.82	1.30
Puglia	3.67	0.28	9.74	1.98	0.22	6.80	1.56	1.60
Basilicata	2.89	0.27	7.93	2.23	0.20	8.42	1.10	0.77
Calabria	5.65	0.30	13.85	3.27	0.21	11.56	0.64	0.55
Sicilia	5.92	0.30	14.59	3.11	0.21	10.92	0.58	0.84
Sardegna	5.05	0.28	13.42	4.41	0.23	13.75	0.63	0.64
ITALIA	3.12	0.26	10.00	2.01	0.21	10.00	1.45	1.72

Da un'analisi, quindi, congiunta di tali indici si evidenzia per il Grado 6, una situazione particolarmente critica in Campania, Calabria e Sicilia e Sardegna dove per la Matematica, l'indice I che misura l'intensità della debolezza scolastica varia da 0.28 a 0.30, e le percentuali di studenti al di sotto la predetta soglia minima, rispetto all'intero Paese, sono rispettivamente

pari a 14.24, 13.85, 14.59 e 13.42 con il dato nazionale fermo al 10.00; per il Grado 10, invece, le regioni con situazioni critiche risultano essere Calabria, Sicilia e Sardegna con l'indice I che misura l'intensità della debolezza scolastica che varia da 0.21 a 0.23, mentre le percentuali di studenti al di sotto la predetta soglia minima, rispetto all'intero Paese, sono rispettivamente pari a 11.56, 10.92 e 13.75 con il dato nazionale fermo, anche per il grado 10, al 10.00. Se si considera l'indice E, ovvero le eccellenze, i risultati mostrano un numero elevato di regioni con bassi livelli a cui anche il Lazio e Bolzano (lingua italiana) sembrano non sottrarsi, dimostrando una diffusa difficoltà nei territori regionali a promuovere adeguatamente le eccellenze all'interno delle proprie scuole.

Tuttavia, i livelli di competenza così misurati come nell'esempio esposto riferiti all'anno scolastico 2010 – 11, non possono essere utilizzati come unica misura della capacità di un sistema scolastico di rispondere in modo adeguato ai bisogni formativi ed educativi, sebbene ne rappresentino, il primo obiettivo istituzionale; né tanto meno sono in grado di rappresentare quanto sia equo un sistema scolastico. Per descrivere e fornire un quadro più dettagliato organico e completo dei sistemi educativi regionali italiani, è opportuno considerare altri indicatori come il background e la segregazione relativa al dato di cittadinanza.

1.5 Il background e la segregazione relativa al dato di cittadinanza

I sistemi educativi regionali sono considerati più equi se l'incidenza della varianza del background misurato dall'indicatore Economic-social-cultural-status (ESCS) tra scuole e tra classi rispetto alla varianza totale del background è inferiore a quella dell'intero Paese. L'indicatore ESCS – l'Economic, Social and Cultural Status – di cui verrà trattato un approfondimento nel paragrafo 3.5 - definisce lo status sociale, economico e culturale delle famiglie degli studenti che partecipano alle Prove INVALSI e ad altre ricerche internazionali. La definizione di detto indicatore così come espressa da Campodifiori et al. [20] è costruita in

base al titolo di studio, all'occupazione dei genitori, ed al livello di benessere economico-culturale in cui vive l'alunno ed è in grado di individuare il vantaggio economico, sociale e culturale delle famiglie degli studenti. Tale indice assume valore zero quando lo studente ha un ESCS pari a quello nazionale, positivo quando si trova in una situazione migliore e negativo nel caso opposto. In quest'ottica se le prime due componenti della varianza (varianza dell'ESCS tra scuole e tra classi) sono relativamente piccole, è possibile sostenere che una certa regione è stata maggiormente in grado di distribuire tra le scuole studenti di diversa estrazione sociale ed economica, aspetto questo molto importante per dare a tutta la popolazione studentesca medesime opportunità di istruzione e contesti variamente composti. L'interazione tra alunni, infatti, gioca comunque un ruolo nella definizione dei risultati scolastici, anche se meno rilevante rispetto alle caratteristiche individuali quali background socioeconomico e migratorio, mentre un ambiente "segregato" limita le interazioni possibili, confinandole a quelle tra individui appartenenti allo stesso gruppo. A tal proposito è utile considerare il concetto di indice di segregazione che misura il grado di concentrazione o segregazione di un 'gruppo' rispetto alla popolazione complessiva rappresentato dall'indice di segregazione di Gorard. Tale indice misura il livello di segregazione di un "gruppo" (es. alunni con cittadinanza non italiana di prima o seconda generazione), rispetto alla popolazione complessiva dell'area analizzata e utilizza la differenza tra la proporzione di un particolare gruppo in una singola sottozona e la proporzione di tutti i membri del gruppo nella stessa sottozona. L'indice di segregazione di Gorard [21] varia da 0 (nessuna segregazione) a 1 (massimo di segregazione) ed è rappresentato dalla seguente formula:

$$(1.26) \quad SG = \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_{i \in Sc(i)} \left(\left| \frac{F_i}{F} - \frac{ST_i}{ST} \right| \right) \right)$$

dove $Sc(i)$ è l'insieme delle scuole appartenenti a una stessa area di studio, F_i è il numero di studenti immigrati nella scuola i , ST_i è il numero totale di studenti nella scuola i – ricompresa nell'area di studio - , F è il numero totale di studenti immigrati presenti nell'area sottoposta a studio e ST è il numero totale di studenti nella medesima area considerata.

Tale indice può essere utile nell'analisi del fenomeno sociale dell'immigrazione e nelle situazioni di segregazione che possono determinarsi in alcuni territori regionali , influenzando di fatto sui dati di esito nelle prove standardizzate. INVALSI, infatti, considera tra i motivi di segregazione anche lo status di immigrazione come fattore di complessità in relazione con i diversi aspetti con cui interagisce. La struttura socio - economica, la distribuzione della popolazione, i livelli generali di sostenibilità e benessere della vita, propri di ogni area territoriale, influenzano fortemente la distribuzione degli immigrati e delle loro famiglie, con conseguenze anche sulle percentuali di presenza nelle classi.

Ritornando all'esempio di studio precedente, se si considerano i dati riferiti all'anno scolastico 2010-11, in riferimento alla distribuzione percentuale di alunni con cittadinanza non italiana nelle regioni riportato nel Rapporto nazionale A.s. 2010/2011 – Fondazione Iniziative e Studi Sulla Multietnicità – ISMU - **Alunni con cittadinanza non italiana. Verso l'adolescenza** [22] così riassunti nel seguente grafico (fig.7):

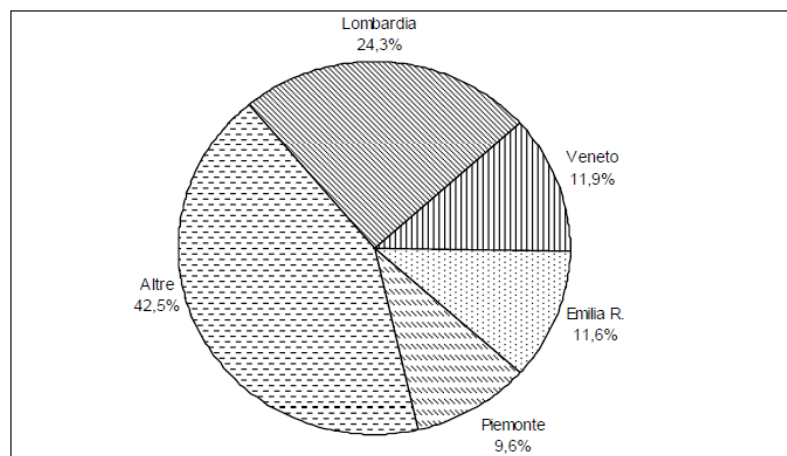


Fig.7- Distribuzione percentuale di alunni con cittadinanza non italiana nelle regioni a.s. 2010/2011

Fonte: Miur - Fondazione Ismu

e ai dati, per il medesimo anno scolastico, relativi alla presenza di alunni neoentrati nel sistema scolastico italiano (fig. 8).

Regione	Primaria		Sec. I grado		Sec. II grado		Totale	
	V.a.	Per 100 alunni con cni	V.a.	Per 100 alunni con cni	V.a.	Per 100 alunni con cni	V.a.	Per 100 alunni con cni
Piemonte	933	3,8	628	4,2	303	2,1	1.864	3,5
Valle d'Aosta	15	2,9	6	1,9	9	3,4	30	2,7
Lombardia	3.223	5,0	1.892	4,9	1.320	4,0	6.435	4,8
Trentino A.A.	138	2,5	52	1,5	48	1,7	238	2,0
Veneto	1.594	5,1	902	4,7	521	3,3	3.017	4,5
Friuli V.G.	234	4,1	198	5,3	128	3,2	560	4,1
Liguria	276	4,1	264	5,5	104	1,9	644	3,8
Emilia R.	1.558	5,3	1.234	6,9	821	4,1	3.613	5,4
Toscana	1.232	6,2	733	5,9	386	2,9	2.351	5,2
Umbria	283	5,0	146	4,1	111	3,0	540	4,2
Marche	320	3,6	230	4,1	217	3,5	767	3,7
Lazio	1.103	4,6	782	5,1	833	5,1	2.718	4,9
Abruzzo	205	4,9	165	5,9	99	3,7	469	4,8
Molise	40	8,4	23	7,3	23	6,9	86	7,6
Campania	664	11,0	409	10,3	270	6,1	1.343	9,3
Puglia	561	10,9	277	9,1	166	5,1	1.004	8,8
Basilicata	76	10,8	31	7,3	34	8,1	141	9,1
Calabria	356	9,9	259	10,5	145	6,0	760	9,0
Sicilia	731	9,7	335	7,1	167	4,1	1.233	7,6
Sardegna	131	8,7	81	7,8	66	6,6	278	7,9
<i>Italia</i>	<i>13.673</i>	<i>5,4</i>	<i>8.647</i>	<i>5,5</i>	<i>5.771</i>	<i>3,8</i>	<i>28.091</i>	<i>5,0</i>

Fonte: Miur - Fondazione Ismu

Fig. 8 - Alunni con cittadinanza non italiana entrati per la prima volta nel sistema scolastico italiano, per regione e ordine di scuola. A.s. 2010/11

è interessante confrontarli con i dati riportati nella seguente Tav. 2 che evidenziano i risultati dell'analisi dei due tipi di segregazione – per i gradi 6 e 10, anno sc. 2010-11 - quella socioeconomica e quella relativa alla cittadinanza. Utilizzando l'incidenza (in percentuale) delle componenti della varianza ESCS sulla sua varianza totale ESCS come proxy della segregazione socioeconomica nel sistema scolastico, si perviene alla seguente tabella dati (Tav.2). Se - come appena detto - i sistemi educativi regionali si possono considerare più equi se l'incidenza della varianza del background misurato dall'indicatore ESCS (Economic-social-cultural-status) tra scuole e tra classi rispetto alla varianza totale del background è inferiore a quella dell'intero Paese, dai dati appena riportati si può rilevare che la maggior parte della varianza ESCS è all'interno delle classi, e non tra scuole e classi. In particolare, per quanto riguarda la Regione Marche l'incidenza della variabilità tra scuole per il grado 6 è quattro volte inferiore a quella nazionale; mentre quella tra classi è poco superiore al valore nazionale.

Per il grado 10, invece, l'incidenza della varianza del background misurato dall'indicatore ESCS (Economic-social-cultural-status) tra scuole è 6 punti inferiore rispetto a quella nazionale e quella tra classi 2 punti superiore.

Tav. 2 – Indici di segregazione - Dati regionali a confronto – Anno sc. 2010-11

INDICI DI SEGREGAZIONE- Grado 6				INDICI DI SEGREGAZIONE- Grado 10				
	Segregazione socio – economica			Segregazione e relativa alla cittadinanza	Segregazione socio – economica			Segregazione e relativa alla cittadinanza
	Variabilità delle componenti ESCS sulla variabilità totale ESCS (%)				Variabilità delle componenti ESCS sulla variabilità totale ESCS (%)			
	Tra scuole	Tra classi	All'interno delle classi		Tra scuole	Tra classi	All'interno delle classi	
REGIONE								
Valle d'Aosta	11.25	-	88.75	0.45	28.35	-	71.65	0.52
Piemonte	4.52	12.25	83.24	0.34	13.77	6.73	79.50	0.34
Liguria	26.46	4.65	68.89	0.33	22.67	6.32	71.00	0.40
Lombardia	11.3	9.72	78.98	0.31	18.62	5.25	76.14	0.36
Prov. Aut. Bolzano (l.it.)	10.26	8.28	81.46	0.35	16.35	-	83.65	0.33
Prov. Aut. Trento	4.18	11.9	83.93	0.43	7.02	9.95	83.03	0.37
Veneto	11.89	3.68	84.43	0.28	19.14	6.02	74.84	0.44
Friuli-Venezia Giulia	10.04	6.35	83.61	0.33	17.28	8.22	74.49	0.37
Emilia-Romagna	16.54	4.72	78.74	0.28	18.50	7.43	74.07	0.34
Toscana	14.68	5.58	79.74	0.49	19.27	8.36	72.37	0.40
Umbria	3.8	10.1	86.1	0.27	21.39	5.01	73.60	0.39
Marche	4.85	9.68	85.46	0.27	12.97	9.40	77.64	0.34
Lazio	28.61	6.44	64.95	0.37	19.66	7.21	73.13	0.40
Abruzzo	6.58	10.97	82.45	0.35	11.36	11.25	77.39	0.39
Molise	3.18	11.49	85.33	0.45	15.54	8.29	76.17	0.40
Campania	24.62	14.06	61.32	0.66	17.43	9.51	73.07	0.50
Puglia	13.05	10.72	76.22	0.49	16.45	10.08	73.47	0.51
Basilicata	4.87	11.00	84.13	0.62	17.84	6.17	75.99	0.57
Calabria	12.07	10.47	77.46	0.55	16.36	7.78	75.86	0.43
Sicilia	17.47	10.07	72.46	0.57	18.00	7.10	74.91	0.49
Sardegna	10.78	11.42	77.81	0.61	14.52	11.43	74.05	0.59
ITALIA	18.92	8.81	72.27	0.45	18.79	7.60	73.62	0.45

In questo esempio di studio riferito ai dati rilevati all'anno sc. 2010- 11, si può affermare che per quell'anno scolastico non fosse rilevante nella Regione Marche il problema di segregazione socioeconomica per entrambi i gradi. In riferimento, poi, agli indici di segregazione relativi alla cittadinanza che per la Regione Marche sono pari a 0.28 (Grado 6) e 0.32 (Grado 10), si può affermare che per entrambi i gradi di scuola si rileva, per il medesimo anno scolastico, un minimo livello di segregazione. Nella Regione Marche, inoltre, anche per il Grado 10 si registra un basso livello di segregazione relativo alla cittadinanza, anche se per l'anno sc. 2010 – 11 si rilevava una percentuale bassa di scuole con zero alunni non italiani (5,3%) e percentuali tra le più alte di quelle con incidenza di alunni stranieri tra il 15% e il 30% (20.4%) e sopra il 30% (oltre il 5.3%).

1.6 – Esempio di studio di correlazione tra dati

Infine, si può completare questo esempio di studio con quello di correlazione tra dati. Ritornando ai dati riportati nella Tav. 1 sembra non esserci correlazione tra gli indici di debolezza scolastica (1.99 – Grado 6 e 1.83 – Grado 10) per la Regione Marche e le alte percentuali di alunni con cittadinanza non italiana iscritti nelle scuole marchigiane nell'anno sc. 2010 -11. Eppure, nel rapporto *“I minori stranieri nelle scuole italiane, tra disuguaglianze e diritto”* [23] si legge che i minori stranieri sono maggiormente esposti al rischio di povertà educativa sia a causa di barriere linguistiche e culturali che possono ostacolare il processo di apprendimento, sia rispetto alle condizioni di disuguaglianza sociale dovute alle condizioni economiche della famiglia di origine. In tal senso lo studio indotto da questa tesi vuole evidenziare, tra l'altro, il ruolo fondamentale della scuola nel processo di integrazione degli alunni con bisogni educativi speciali - come anche per gli alunni immigrati - sia per la funzione di socializzazione che essa svolge, sia per la natura del suo compito istituzionale che si sostanzia, oggi più che mai, nel ricercare modalità, strumenti e procedure per promuovere

l'equità nel sistema scolastico. La scuola, prima agenzia educativa, promuove lo sviluppo dell'apprendimento e di quelle conoscenze e abilità fondamentali per la partecipazione alla vita collettiva e per l'inserimento nel mondo del lavoro. L'efficacia e il grado di inclusività del sistema scolastico determinano l'apporto qualificante definito «**EFFETTO SCUOLA o VALORE AGGIUNTO**». Il valore aggiunto è quel valore che l'INVALSI nell'Area 1-Rilevazioni Nazionali - Invalsi Open [24] chiama «*una misura del cambiamento*», è il contributo specifico che una scuola contribuisce a dare all'apprendimento dei suoi alunni, al netto del condizionamento esercitato su di esso dai fattori esterni al suo operato, è cioè l'output del processo insegnamento – apprendimento, di cui è responsabile il sistema scuola. Un elemento di complicazione nel calcolo del valore aggiunto è dato dal fatto che dalla ricerca in campo educativo in generale e, da quella sull'effetto della scuola in particolare, è emerso che il livello di apprendimento di uno studente in un dato momento non è influenzato solo dalle sue caratteristiche personali (genere, condizione sociale, ecc.) e dal suo grado di capacità e preparazione all'inizio di un ciclo d'istruzione, ma anche dalle caratteristiche e dal livello medio delle competenze possedute dagli alunni della sua classe e della sua scuola. In altri termini, sussiste un “*effetto di contesto*” o di composizione del gruppo di cui un alunno fa parte, che condiziona in una qualche misura il suo stesso apprendimento. Questo implica che il progresso di un alunno sarà tanto minore quanto più il livello medio del gruppo del quale fa parte è basso e omogeneo. Inoltre, come riportato nel Rapporto_prove_INVALSI_2019 [11], se l'effetto di contesto è da riferirsi direttamente al contesto classe, da esso derivano altri effetti indiretti come, per esempio, quello relativo ai comportamenti e alle scelte metodologiche e di approccio didattico messe in atto dagli insegnanti, che si trovano ad agire in modo diverso a seconda degli alunni che hanno di fronte, adeguando a essi anche i criteri, indicatori e descrittori di valutazione. A tal proposito, in riferimento ai dati relativi al Grado 6, a. s. 2010/11

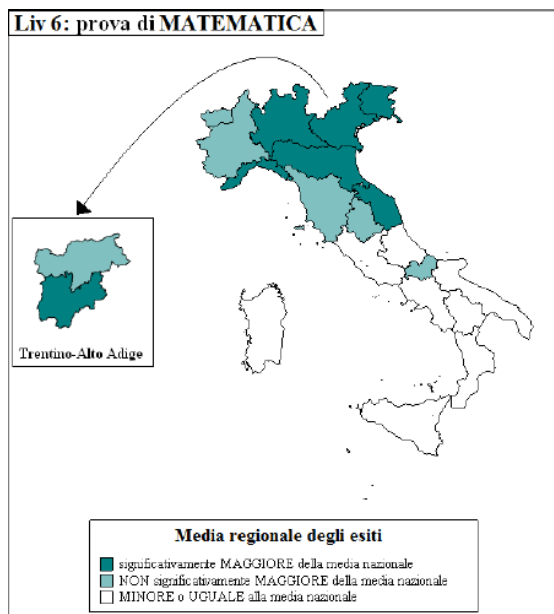
tratti dal Rapporto “Servizio Nazionale di Valutazione 2010-11” [19] che evidenziano nella prima Tav.3 l’incidenza di immigrati di prima e seconda generazione:

Tav. 3 - Presenza allievi di origine immigrata per Area geografica (classe I sec. I gr.)

	ITALIANI	IMMIGRATI I GENERAZIONE	IMMIGRATI II GENERAZIONE	Dati mancanti
Nord Ovest	82,8	8,2	6,5	2,5
Valle D'Aosta	86,0	6,8	7,1	0,0
Piemonte	83,6	8,6	6,3	1,4
Liguria	80,1	9,3	4,0	6,7
Lombardia	82,9	7,9	6,9	2,4
Nord Est	82,6	9,0	6,5	1,8
Prov. Aut. Bolzano (L. it.)	75,8	16,4	7,9	0,0
Prov. Aut. Trento	86,3	6,2	4,8	2,7
Veneto	81,8	9,0	6,9	2,4
Friuli-Venezia Giulia	84,6	9,1	5,2	1,1
Emilia-Romagna	82,8	9,3	6,7	1,2
Centro	86,3	7,5	4,0	2,1
Toscana	85,3	7,5	5,6	1,6
Umbria	82,1	12,1	5,8	0,0
Marche	84,9	9,0	6,1	0,0
Lazio	87,9	6,5	2,3	3,3
Sud	94,3	1,6	1,6	2,6
Abruzzo	84,3	5,9	3,4	6,5
Molise	94,8	2,9	2,2	0,2
Campania	95,2	1,0	1,3	2,5
Puglia	95,6	1,1	1,3	1,9
Sud Isole	94,7	1,5	1,5	2,2
Basilicata	97,0	2,1	0,9	0,0
Calabria	90,9	2,2	1,0	5,9
Sicilia	95,6	1,3	1,9	1,2
Sardegna	95,8	1,1	1,2	1,8
Italia	88,0	5,6	4,1	2,3

e dai dati riportati nella Tav. 4 di percentuali di risposte corrette (Italiano e Matematica) per Regioni e Area geografica, riassunta anche dalla fig. 9 seguente che rappresenta le performance media regionale in Matematica rispetto a quella nazionale, si può provare a misurare l’effetto di contesto e cioè verificare se esiste una correlazione tra questi dati utilizzando le formule (1.27) detto indice di correlazione di Pearson e (1.28) detto coefficiente di correlazione o covarianza normalizzata:

$$(1.27) \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (1.28) \quad \rho_{X,Y} = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_x * \sigma_y}$$



, dove ρ indica il valore del coefficiente di correlazione, che è un parametro privo di unità di misura e compreso tra -1 e 1. Più ρ si avvicina a zero, più la correlazione lineare è debole, mentre un valore ρ positivo è indice di una correlazione positiva e un valore ρ negativo è indice di una correlazione negativa.

Fig.9- Performance media regionale in Matematica rispetto a quella nazionale

Tav. 4 - Percentuale di risposte corrette per Area geografica e Regioni

Regione	ITALIANO			MATEMATICA		
	Lim. inf.	Media	Lim. sup.	Lim. inf.	Media	Lim. sup.
Nord Ovest	64,2	64,7	65,1	48,8	49,9	51,0
Valle D'Aosta	64,3	64,8	65,2	44,7	46,9	49,1
Piemonte	61,9	63,7	65,5	45,7	48,8	52,0
Liguria	65,2	65,2	65,3	47,7	48,8	49,8
Lombardia	64,8	65,0	65,2	49,4	50,6	51,8
Nord Est	63,5	63,9	64,3	50,6	50,8	51,0
Prov. Aut. Bolzano (L. it.)	54,5	60,9	67,3	46,0	48,7	51,5
Prov. Aut. Trento	60,9	61,5	62,2	50,2	50,7	51,2
Veneto	62,9	63,7	64,5	51,0	51,2	51,4
Friuli-Venezia Giulia	63,9	64,8	65,6	51,3	52,0	52,7
Emilia-Romagna	64,3	64,5	64,6	49,6	50,0	50,4
Centro	63,1	64,2	65,2	46,6	48,0	49,4
Toscana	62,7	64,4	66,0	47,1	49,8	52,4
Umbria	61,1	62,4	63,8	46,0	48,4	50,8
Marche	65,7	66,3	67,0	51,2	51,2	51,3
Lazio	61,9	63,8	65,6	43,8	46,1	48,4
Sud	59,6	60,8	62,1	41,9	43,3	44,7
Abruzzo	60,4	62,4	64,4	44,7	46,4	48,0
Molise	57,9	62,5	67,1	42,0	47,3	52,5
Campania	59,2	60,1	61,0	40,3	42,0	43,6
Puglia	57,9	61,3	64,7	41,1	44,2	47,3
Sud Isole	57,1	57,7	58,4	39,1	40,5	42,0
Basilicata	57,2	61,1	64,9	41,2	45,1	49,1
Calabria	57,3	59,0	60,7	40,4	41,4	42,5
Sicilia	56,0	56,8	57,6	36,8	39,2	41,5
Sardegna	57,4	58,3	59,2	42,6	43,1	43,6
Italia	62,0	62,4	62,8	46,1	46,6	47,2

Le correlazioni si dicono " perfette " se assumono valori 1 e -1, una positiva e l'altra negativa. Due variabili perfettamente correlate si dice che hanno una relazione lineare perché, se inseriti in un grafico a dispersione, tutti i punti rappresentativi di dati possono essere collegati tra loro tramite una linea retta.

Richiamando per necessità di approfondimento alcuni concetti e formule utili allo studio dei dati in campo statistico, si definisce deviazione standard la radice quadrata della media dei quadrati degli scarti. La formula per il calcolo della deviazione standard è:

$$(1.29) \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Mentre la formula della varianza è data da:

$$(1.30) \quad \sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

La covarianza ci indica, invece, quanto sia “contemporanea” la variazione di due variabili. È interessante notare che, se le due variabili coincidono, ovvero $x=y$ la covarianza diventa la varianza di x .

La formula è data da:

$$(1.31) \quad \sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$

I valori che assume la covarianza non danno immediatamente il senso della variazione, mentre è di più immediata leggibilità e interpretazione statistica la correlazione.

Come già anticipato l'indice di correlazione di Pearson è dato dalla formula (1.27). Nel caso più in generale, dati due numeri aleatori X e Y , si dice coefficiente di correlazione o covarianza

normalizzata di X e Y il rapporto tra la covarianza e il prodotto delle deviazioni standard dei numeri aleatori definito dalla formula (1.28).

Il coefficiente di correlazione indica quanto X e Y sono dispersi attorno ad una certa retta. Nel caso in cui il coefficiente di correlazione assuma valori pari a ± 1 , vuol dire che tra i valori di X e di Y c'è, come già anticipato, un legame lineare. Questo significa che, tanto più i punti di X e Y sono sparpagliati, tanto più il coefficiente di correlazione è vicino allo 0. Nella fig. 10 alcuni esempi di grafici che rappresentano quanto appena descritto:

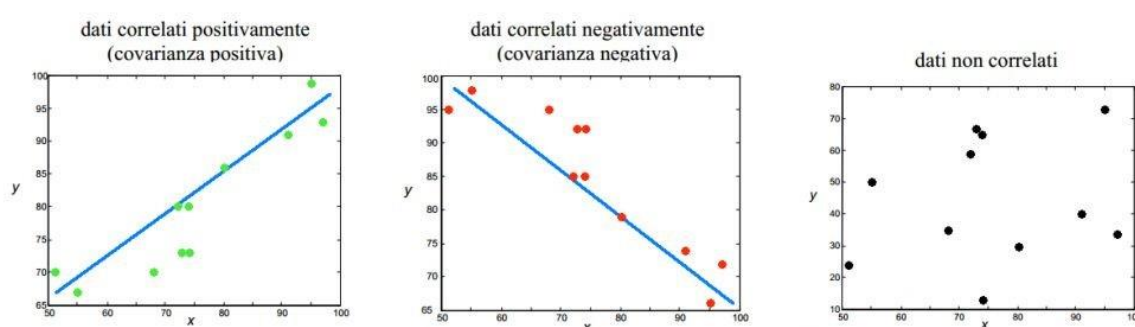


Fig. 10 – Esempi di grafici di correlazione

Si dimostrano le seguenti proprietà del coefficiente di correlazione:

Il coefficiente di correlazione è un numero compreso tra -1 e 1

$$-1 \leq \rho_{X,Y} \leq 1$$

Nel caso particolare in cui $\rho_{X,Y} = \pm 1$ esiste una relazione lineare tra X e Y ossia

$$\rho_{X,Y} = \pm 1 \Leftrightarrow \exists a, b \in \mathbb{R}: Y = aX + b$$

Si definisce in modo quantitativo **l'intensità di correlazione**, a seconda del valore del coefficiente angolare ρ , secondo la seguente Tab. 5 riassuntiva:

Tav. 5 – Indici per la valutazione dell'indice di correlazione

ρ	Intensità di correlazione
$0 \leq \rho \leq 0.2$	BASSA
$0.2 < \rho \leq 0.4$	MODERATA
$0.4 < \rho \leq 0.65$	ALTA
$0.65 < \rho \leq 1$	ALTISSIMA

Nel nostro caso stiamo ipotizzando che ci sia una correlazione tra l'incidenza media di alunni stranieri di prima generazione – scelta perché più significativa rispetto a quella di seconda generazione - e la percentuale di risposte corrette in Matematica, ponendo:

$x_i =$ percentuale media presenza di alunni stranieri di I generazione riferita a ciascuna regione;

$\bar{x} =$ percentuale media presenza alunni stranieri di I generazione, come dato nazionale;

$y_i =$ percentuale media di risposte corrette (Matematica) per Regioni e Area geografica

$\bar{y} =$ percentuale media nazionale di risposte corrette (Matematica)

Assumendo, cioè, come valore medio quello medio nazionale e come misure le rispettive medie regionali come valori rappresentativi delle realtà territoriali.

$$(1.32) \rho = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$(1.33) \rho = \frac{6290,9}{7234,8} = 0,9$$

Dai calcoli si deduce che l'intensità di correlazione essendo ≥ 0.65 è quindi ALTISSIMA. Questo risultato mostra l'esistenza di una forte correlazione positiva tra l'incidenza media di alunni stranieri di prima generazione nelle scuole e la percentuale di risposte corrette in Matematica.

CAPITOLO 2. LA RILEVAZIONE INVALSI

2.1 Introduzione

L'Istituto Nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione (INVALSI) è un Ente di ricerca e documentazione dotato di personalità giuridica di diritto pubblico e la sua attività istituzionale persegue i seguenti obiettivi:

- somministrare prove standardizzate di italiano, matematica e inglese di natura campionaria e censuaria per valutare le conoscenze e abilità degli studenti, la qualità complessiva dell'offerta formativa delle istituzioni scolastiche del territorio nazionale, e gestisce dal 2013 il Sistema Nazionale di Valutazione (SNV);
- studiare le cause dell'insuccesso e della dispersione scolastica con riferimento a parametri riferiti al contesto sociale, territoriale e di provenienza, a parametri come la regolarità, la cittadinanza, il genere e connesse alle diverse tipologie dell'offerta formativa;
- monitorare i livelli di apprendimento per la valutazione del valore aggiunto realizzato dalle scuole, anche in ottica di un miglioramento delle condizioni per assicurare un sistema più equo;
- svolgere attività di formazione sui processi di valutazione e di autovalutazione delle istituzioni scolastiche rivolta al personale docente e dirigente della scuola, svolta anche mediante il portale INVALSI OPEN;
- svolgere attività di ricerca anche che su mandato di enti pubblici e privati;
- promuovere la partecipazione dell'Italia a progetti di ricerca europea e internazionale in campo valutativo.

La collaborazione tra ISTAT e INVALSI si è intensificata negli ultimi anni e si è concentrata sulla ricerca metodologica per consolidare il rigore degli strumenti, la replicabilità e la trasparenza dei processi; si è focalizzata sulla rilevazione degli apprendimenti e sulle condizioni che potrebbero influenzarne i risultati e converge in un unico quadro di riferimento che permette di valutare con sempre maggiore precisione i risultati raggiunti, indicando agli operatori scolastici e ai policy maker gli ambiti in cui è necessario intraprendere azioni per il miglioramento.

2.2 I dati a disposizione

I dati che sono stati oggetto di studio per questa tesi si riferiscono alle rilevazioni nazionali INVALSI per gli anni scolastici dal 2013-14 al 2018 -19, con particolare riferimento alle prove di matematica e per i gradi 2-5-8-10 fino all'anno scolastico 2017-18 e, solo per l'anno scolastico 2018 -19, estesi anche al grado 13. La rilevazione sugli apprendimenti da parte dell'INVALSI è rivolta a tutte le scuole, statali e paritarie, comprendendo diversi gradi scolari:

GRADO 2: Seconda classe Scuola Primaria

GRADO 5: Quinta classe Scuola Primaria

GRADO 8: Terza classe Scuola Secondaria di primo grado

GRADO 10: Seconda classe Scuola Secondaria di secondo grado

GRADO 13 (rilevazione effettuata a partire dall'anno scolastico 2018-19): Quinta classe Scuola Secondaria di secondo grado

Essa è costituita dall'unione di due rilevazioni, una riferita a un campione nazionale probabilistico con presenza di osservatore esterno per controllare il *bias* e cioè la tendenza a deviare dal valore medio, l'altra censuaria e cioè effettuata in presenza degli insegnanti. La prima anche detta Indagine Campionaria di Controllo (ICC) è svolta, come anticipato, sotto il

controllo e la supervisione di personale esterno (osservatore esterno) al personale docente, nominato dagli UUSSRR competenti a seguito di bando.

IS Indagine Standard è, invece, una prova svolta su tutte le altre classi (non campione) sotto il controllo del personale docente interno alla scuola.

Prevedere all'interno della popolazione un campione nazionale probabilistico ha lo scopo di per raccogliere anche dati non affetti da sovrastime dovute al fenomeno del *cheating*, così come descritto nel grafico seguente (fig. tratto dal seminario “*Le metodologie di campionamento e scomposizione della devianza nelle rilevazioni nazionali INVALSI*” [25]):

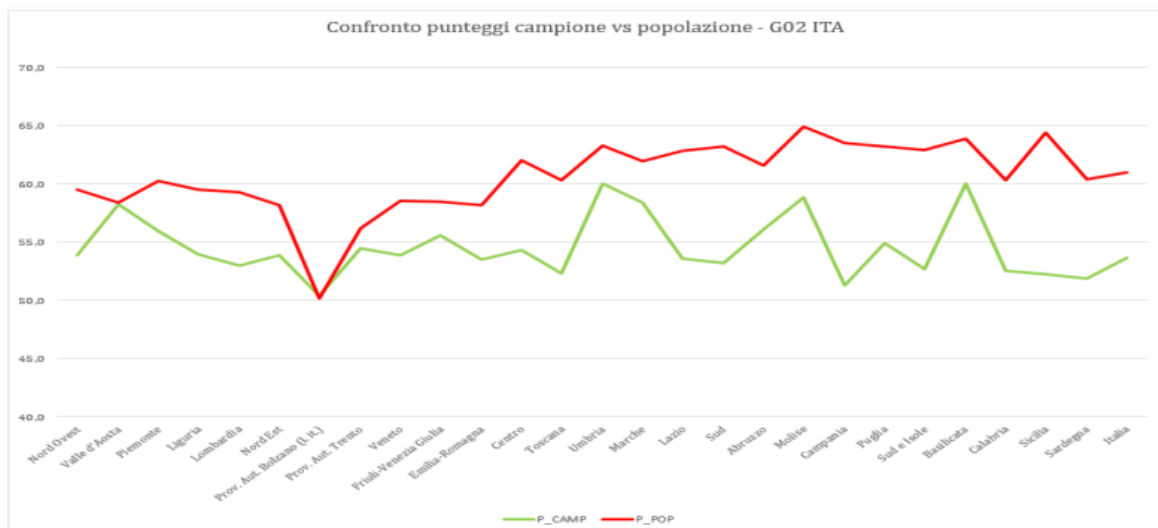


Fig.11 – Confronto tra le rilevazioni del Campione Nazionale Probabilistico e la Rilevazione Censuaria – Fonte Dati INVALSI

dove la linea rossa che rappresenta i dati riferiti alla rilevazione censuaria e la linea verde che rappresenta quella campionaria, solo per due eccezioni coincidono. La presenza di un osservatore esterno per le classi campioni ha lo scopo di garantire il rispetto delle procedure e di monitorare la correttezza della somministrazione delle prove nonché di riportare, per i gradi 2 e 5, su apposite schede elettroniche predisposte da INVALSI, le risposte fornite dagli alunni. Per i gradi 8 -10 e 13 le prove vengono somministrate tramite modalità Computer based testing (CBT), introdotte dal decreto legislativo n. 62 del 13 aprile 2017, e prevedono per i gradi 8 e

13 il rilascio di certificazione delle competenze per ciascuna disciplina, con evidenziato il posizionamento delle abilità in 5 livelli descrittivi per Italiano e Matematica, in 3 livelli corrispondenti al Quadro comune europeo di riferimento per la conoscenza delle lingue (QCER) per Inglese (Listening e Reading). Nei gradi 8-10-13, essendo quindi automatizzata l'acquisizione delle risposte, la funzione dell'osservatore esterno è a garanzia del corretto protocollo di somministrazione, per il quale ogni anno INVALSI pubblica anche manuali di riferimento. L'introduzione delle prove con modalità CBT ha migliorato i risultati anche censuari, limitando l'effetto del *cheating*, ma la rilevazione campionaria e le valutazioni conseguenti, pur se soggette all'errore di campionamento, rimangono comunque quelle meno esposte all'errore di misura derivante dal *cheating* che determina l'effetto di una sovrastima dei livelli effettivi di competenza.

L'ICC permette di fornire stime per definire i livelli descrittivi di apprendimento secondo i QdR. I livelli in italiano, matematica, inglese, che sono parte integrante della restituzione dei risultati sulla valutazione del sistema di istruzione e dei dati restituiti alle scuole, hanno lo scopo di supportare il processo di autovalutazione delle istituzioni scolastiche e fornire strumenti utili al progressivo miglioramento dell'efficacia dell'azione didattica. Come riportato nel Rapporto del 2018 [26] "*I livelli per la descrizione degli esiti delle prove INVALSI*", tali rilevazioni hanno il merito di agire su tre dimensioni: quella individuale con la restituzione allo studente di un feedback rispetto al grado di apprendimento e ai punti di forza posseduti in riferimento alla prova sostenuta; una dimensione micro di natura metodologica in quanto, restituendo dati su abilità e livelli di competenze degli alunni, fornisce al singolo insegnante e all'intera scuola spunti di riflessione sulle soluzioni didattiche e organizzative adottate; una dimensione macro di natura sistemica perché fornendo annualmente uno studio aggiornato del sistema scolastico può supportare il decisore politico

nelle scelte più opportune per interventi di miglioramento verso un sistema più equo a livello nazionale.

2.3 Caratteristiche essenziali del disegno di campionamento

Quando si progetta un disegno di campionamento bisogna definire per prima cosa l'oggetto di studio e di stima, formalizzandone i contenuti che faranno da guida per le scelte metodologiche successive.

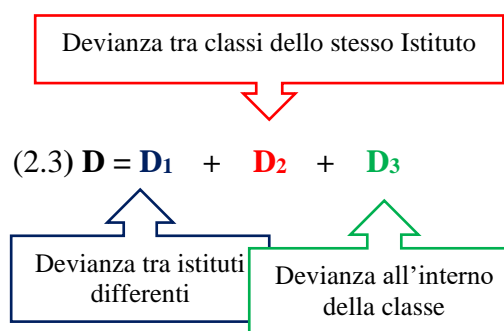
I due parametri che INVALSI con le sue rilevazioni intende stimare sono la media dei punteggi e cioè il rapporto come valore medio dato da:

$$(2.1) \bar{y} = \frac{Y}{A}$$

con Y che indica il totale dei punteggi di una certa prova e A il totale degli alunni che hanno sostenuto detta prova e la devianza D data da:

$$(2.2) D = \sum_h \sum_i \sum_j \sum_k (y_{hij} - \bar{y})^2$$

Il valore $Y = \sum_h \sum_i \sum_j \sum_k y_{hijk}$, con $K = \text{alunno}$, $j = \text{classe}$, $i = \text{istituto}$, $h = \text{regione}$, rappresenta la somma delle prove sostenute dagli alunni k della classe j dell'istituto i della regione h , mentre $A = \sum_h \sum_i \sum_j a_{hij}$ rappresenta il totale degli alunni che ha sostenuto dette prove, appartenenti alla classe j dell'istituto i della regione h . Il rapporto descritto dalla (2.1) è uno dei parametri target di riferimento e va studiato per ciascuna delle tre variabili di studio: le prove di italiano, di matematica e di inglese. La devianza D tra i punteggi, con la distinzione tra variabilità individuale all'interno della classe, da quella tra classi del medesimo istituto e quella tra istituti differenti è una quantità oggetto di studio relativa alla rilevazione campionaria ICC. Quest'ultima che ha lo scopo di fornire stime relative ai valori medi dei punteggi riportati nelle prove e alle differenti componenti della devianza D , che è definita e studiata attraverso la sua scomposizione in tre componenti:



L'importanza di riuscire a scomporre la devianza nelle sue tre componenti permette di studiare se gli esiti siano influenzati non solo dalle caratteristiche personali (determinando differenze nelle rilevazioni tra compagni di classe D_3), ma anche dalle composizioni dei gruppi classe (determinando differenze tra studenti di classi diversi in uno stesso Istituto scolastico D_2), dal frequentare un certo tipo di scuola (determinando differenze nelle rilevazioni tra studenti che frequentano Istituti diversi se pur collocati nel medesimo territorio). Un tale studio fornisce strumenti per la valutazione e il monitoraggio dell'equità del sistema scolastico, determinando i campi su cui poter agire per limitare la segregazione in classe e fra classi dello stesso Istituto e costruire ambienti di apprendimento più inclusivi, eterogenei, spazi come officine di metodo e di sviluppo cognitivo partecipato, dove la socializzazione delle competenze coinvolge tutti gli alunni, a prescindere dal loro background personale, familiare e di contesto. Non a caso nella Relazione Banca d'Italia [27] si evidenzia come l'analisi della variabilità degli esiti, connessa alla scomposizione della devianza totale dei punteggi nella devianza tra Istituti, tra classi entro i medesimi Istituti e tra studenti dentro ciascuna classe, influisca sugli esiti (fig.12),

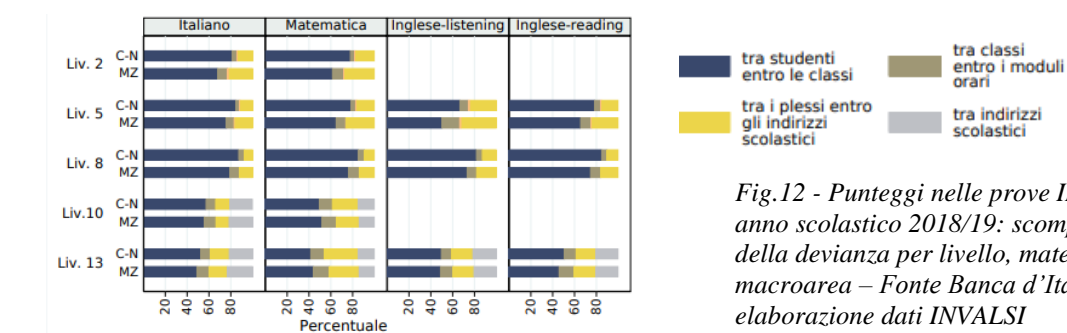


Fig.12 - Punteggi nelle prove INVALSI, anno scolastico 2018/19: scomposizione della devianza per livello, materia e macroarea – Fonte Banca d'Italia su elaborazione dati INVALSI

mostrando una connessione tra competenza misurata e allocazione degli alunni nei gruppi di appartenenza scolastica. Considerando che l’allocazione degli studenti nei vari Istituti scolastici riflette condizionamenti di natura familiare e territoriale, quella nelle classi è di competenza degli organi decisionali della scuola e in questa partita si gioca parte delle possibilità di una politica scolastica più equa e attenta a chi, in condizioni socio-economico-culturali deprivate, possa trovare nell’ambiente scolastico le condizioni per non vedere replicare e accentuare le diseguaglianze che già vive al di fuori.

Per completare, poi, il disegno di campionamento espressione di esigenze multivariate e multi-dominio, per le tre tipologie di prove (Italiano, Matematica, Inglese Reading e Inglese Listening) è stato necessario definire i domini di stima che sono stati individuati dall’incrocio tra le diverse aree territoriali e le sottopopolazioni di alunni relative alla tipologia di scuola e al grado scolare osservato. I principali domini di studio sono riferiti ai 22 domini territoriali rappresentati rispettivamente dall’ Italia, le province autonome di Trento e Bolzano (solo lingua italiana) e le restanti 19 regioni, a 7 tipologie di scuola e a 5 gradi scolastici. L’incrocio tra gradi scolari e tipologia di scuola porta a definire 13 distinte sottopopolazioni, così come descritto nelle seguenti tav. 6 e fig. 13

Tav. 6 – Sottopopolazioni individuate dal grado scolare e dalla tipologia di scuola

<i>Tipologia di scuola</i>	<i>Grado scolare</i>	<i>Sottopopolazione</i>
Scuola primaria	2°	1
	5°	2
Scuola secondaria di primo grado	8°	3
Licei scientifici	10°	4
	13°	5
Licei classici	10°	6
	13°	7
Altri licei	10°	8
	13°	9
Istituti tecnici	10°	10
	13°	11
Istituti professionali	10°	12
	13°	13

$$286 = \begin{cases} 22 \text{ aree (Italia, Regioni + Prov aut.)} \\ \times \\ 13 \text{ tipologie di scuola} \end{cases}$$

Fig.13 - Schema di calcolo - Domini di stima

Si ottengono, secondo lo schema di calcolo riportato in fig. 13, 286 domini di stima, ottenuti dal prodotto di 22 (domini territoriali: Italia e le 21 Regioni e province autonome) per 13 (sottopopolazioni). Per il piano di campionamento l'INVALSI ha ritenuto opportuno effettuare un campionamento a due stadi, con stratificazione al primo stadio. Al primo stadio di campionamento le scuole sono stratificate per tipologia, t , e regione, h , definendo la struttura del disegno di campionamento come nel grafico (fig.14) seguente:

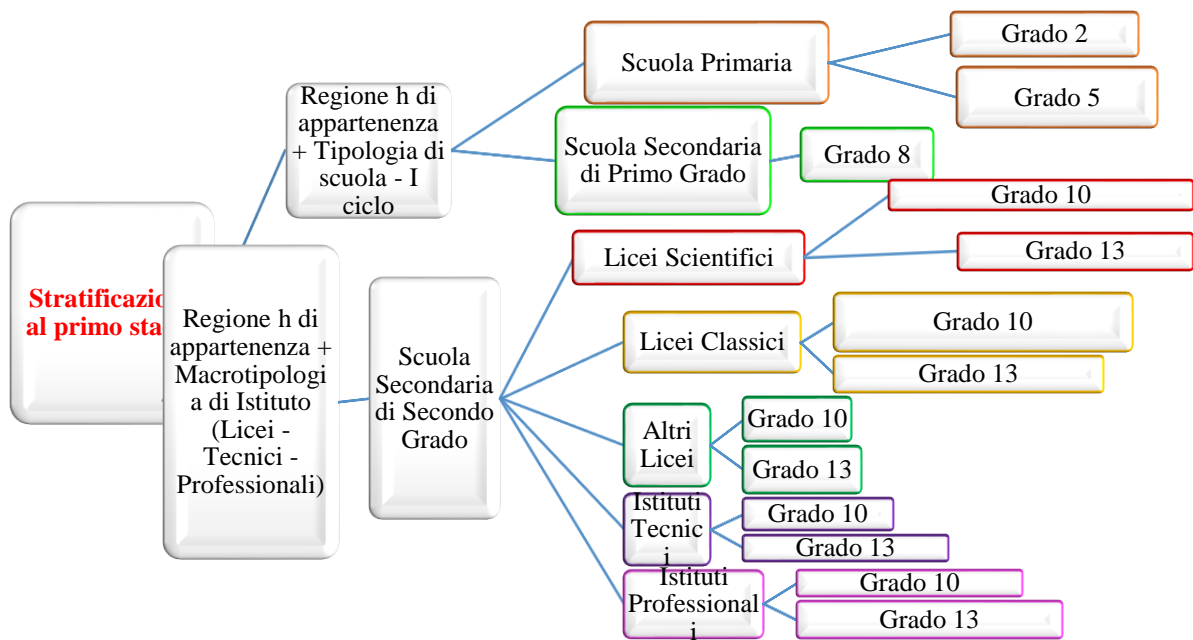


Fig. 14 - Schema di definizione della stratificazione al primo stadio

Il disegno di campionamento ha lo scopo di assicurare che i 286 domini di stima siano corrispondenti a uno strato o ottenuti mediante aggregazioni degli strati dell'indagine. In tal modo è possibile prevedere e programmare la numerosità campionaria nei domini di stima e tenere sotto controllo l'errore di campionamento in fase di disegno.

2.4 Allocazione del campione

Prima di iniziare questo paragrafo si fa riferimento alla notazione di base utilizzata di seguito per definire i parametri di interesse e riassunti nella Tav. 7:

Tav. 7 – Tabella di riferimento per la notazione di base ed esempi di utilizzo

Simbolo	Descrizione
t	tipologia di scuola: $t=1, \dots, 7$
r	singolo anno scolastico: $r=1, \dots, 13$; con $r=1, \dots, 5$ per $t=1$; $r=6, 7, 8$ per $t=2$; $r=9, \dots, 13$ per $t>2$
h	la regione o la provincia autonoma
i	il plesso scolastico (indicato in modo generico anche come scuola)
j	la sezione all'interno dell'istituto
k	il singolo alunno
A	l'insieme degli alunni e il numero di alunni
S	l'insieme delle strutture scolastiche a livello nazionale e regionale; a livello di singola scuola, indica i plessi o le sezioni e il numero delle strutture stesse
A e S	Tali insiemi possono essere accompagnati dai pedici t e r (nell'ordine) alla loro sinistra e con gli indici h, i e j (sempre nell'ordine) alla loro destra. La mancanza di un indice indica che la quantità rappresenta il totale rispetto all'indice mancante
ESEMPI DI UTILIZZO NOTAZIONE	
${}_{tr}A$	<i>Numero di alunni che frequentano per l'anno r la tipologia di scuola t</i>
${}_{tr}S$	<i>Numero di plessi scolastici per l'anno r nella tipologia di scuola t</i>
${}_{tr}A_{(h)}$	<i>Numero di alunni che frequentano per l'anno r la tipologia di scuola t nella regione o provincia autonoma (h)</i>
${}_{t}A_{(h)ij}$	<i>Numero di alunni che frequentano la sezione j nella scuola i di tipologia t nella regione o provincia autonoma (h)</i>
${}_{t}S_{(h)i}$	<i>Numero delle sezioni nella scuola i di tipologia t nella regione o provincia autonoma h</i>

La determinazione del numero ${}_{t}S_{(h)}$ di scuole campione in una determinata regione h e tipologia t , segue un processo che si svolge in due passi: dapprima viene definito a seguito di un'analisi costi – benefici il numero totale a livello nazionale di scuole da campionare per tipologia t ; poi si definisce mediante una allocazione di compromesso tra le seguenti due metodiche di allocazione, il campione regionale per tipologia di scuola t :

- un'allocazione proporzionale che privilegia accuratezza per la stima nazionale ma penalizza piccoli domini e quindi regioni/ province autonome con un basso numero di scuole;
- un'allocazione uguale che penalizza la stima nazionale e grandi regioni ma privilegia piccoli domini e quindi regioni/ province autonome con un basso numero di scuole.

Come esempio studio ci si riferisce alla tabella seguente Tav. 8 estratta dal libro” *Le metodologie di campionamento e scomposizione della devianza nelle rilevazioni nazionali dell’INVALSI* [28]“che descrive l’allocazione del campione nella scuola secondaria di primo grado classi III, anno sc. 2018/19 dove questo campione scelto è pari a 750 scuole, individuato a seguito di una analisi costi – benefici. Si è convenuto, quindi, per contenere l’errore di campionamento scorporare dalla prima allocazione (quella proporzionale) le due regioni/ province autonome con un numero di scuole al di sotto di 20 e di definire una dimensione campionaria, ${}_t S_{(h)}$, differenziata per tipologia di scuola, che preveda la suddivisione tra due sottoinsiemi di regioni: quelle Auto Rappresentative (AR), costituito dalle regioni con meno di 20 istituti scolastici che comprende la Valle d’Aosta, la Provincia autonoma di Bolzano (lingua italiana); quelle Non Auto Rappresentative (NAR), costituito dalle rimanenti 19 regioni/province.

All’insieme AR viene assegnato un campione ${}_t S_{AR}$ rappresentativo dell’insieme ${}_t S$ delle strutture scolastiche di tipologia t nella regione o provincia $h \in AR$ (Valle d’Aosta, la Provincia autonoma di Bolzano (lingua italiana)) con cardinalità:

$$(2.4) \quad {}_t S_{AR} = \sum_{h \in AR} {}_t S(h)$$

che nell’esempio che si propone è pari a $17 + 17 = 34$ scuole.

All’insieme NAR, con numero di scuole pari a ${}_t S_{NAR} = {}_t S - {}_t S_{AR} = 5804$ (Totale scuole) -34 (17 Valle d’Aosta + 17 Provincia autonoma di Bolzano) = 5770 viene assegnata la parte rimanente del campione nazionale con cardinalità: ${}_t S_{NAR} = {}_t S - {}_t S_{AR} = 750 - 34 = 716$.

Tav. 8 - Allocazione del campione nella scuola secondaria di primo grado classi III: anno 2018/19-Fonte Dati Invalsi - estratta dal libro "Le metodologie di campionamento e scomposizione della devianza nelle rilevazioni nazionali dell'INVALSI"

Regioni e Province autonome	Totale scuole	Totale alunni	Campione					
			Allocazione proporzionale tra le Regioni		Allocazione uguale tra le Regioni		Allocazione di compromesso $\beta_t = 0,3$	
			Scuole	CV% - Coefficient e di variazione	Scuole	CV% - Coefficient e di variazione	Scuole	CV% - Coefficient e di variazione
Valle D'Aosta	17	1165	17	0,4	17	0,4	17	0,4
Piemonte	394	38494	49	0,8	38	1	41	0,9
Liguria	144	12755	16	1,5	38	0,9	31	1
Lombardia	963	94446	119	0,5	38	0,9	62	0,7
Prov. Aut. Bolzano (l. it.)	17	1429	17	0,4	17	0,4	17	0,4
Prov. Aut. Trento	58	5734	7	1,8	38	0,5	29	0,7
Veneto	465	47322	60	0,7	38	0,7	45	0,7
Friuli-Venezia Giulia	123	10388	13	1,4	38	0,7	31	0,8
Emilia-Romagna	371	39804	50	0,8	38	0,8	42	0,8
Toscana	320	33150	42	0,9	38	0,9	39	0,9
Umbria	79	7831	10	1,7	38	0,6	30	0,8
Marche	156	13778	17	1,2	38	0,7	32	0,8
Lazio	560	53485	67	0,7	38	1	47	0,9
Abruzzo	134	11577	15	1,4	38	0,7	31	0,8
Molise	34	2589	3	3,2	32	0,2	23	0,6
Campania	594	65415	83	0,8	38	1,4	51	1,1
Puglia	354	40844	52	0,9	38	1	42	1
Basilicata	77	5317	7	2,3	38	0,7	29	0,9
Calabria	248	18776	24	1,4	38	1,1	34	1,2
Sicilia	525	51965	66	0,9	38	1,4	46	1,2
Sardegna	171	13755	17	1,5	38	0,9	32	1,1
TOTALE	5804	570019	750	0,2	750	0,3	750	0,3



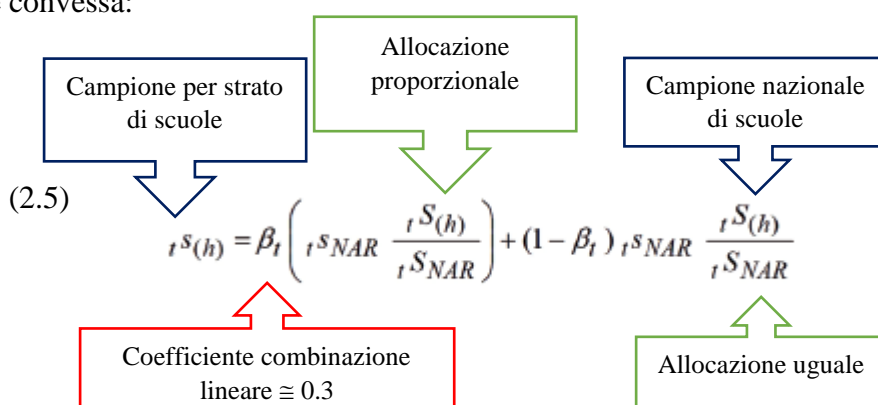
Il campione n_{NAR} di più complessa determinazione viene allocato tra le regioni dell'insieme NAR mediante una procedura di compromesso ottenuta mediante la combinazione dei due seguenti criteri di allocazione:

1. un'allocazione proporzionale, o anche detta allocazione ottima, che privilegia l'accuratezza della stima nazionale, ma penalizza piccoli domini (come, ad esempio,

le regioni che hanno meno di 20 Istituti Valle d'Aosta e Provincia autonoma di Bolzano).

2. un'allocazione uguale che penalizza a stima nazionale e quindi grandi domini e privilegia quelli piccoli come le Regioni con pochi Istituti.

Per arrivare a definire un'allocazione di compromesso, quindi, si utilizza la seguente equazione che traduce il criterio di compromesso e introduce il valore β_t , definito in modo tale che la dimensione campionaria assicuri che l'errore di campionamento, sia a livello nazionale che a livello regionale, non superi determinate soglie definite come accettabili per la pubblicazione dei dati. Mediante detto coefficiente β_t il cui valore è compreso tra 0 e 1, è possibile divenire a un dimensionamento del campione mediante la seguente combinazione lineare convessa:



Applicando detta formula (2.5), ad esempio alla regione Lazio, si ha la dimensione del campione per la regione Lazio = 0.3(69) + 0.7(38) = 47. Qualche volta il campione di compromesso viene modificato per alcune regioni con un margine di aumento della numerosità campionaria, ottenuto riducendo il numero di scuole nelle regioni nelle quali il coefficiente di variazione percentuale CV% risulta basso. Il coefficiente di variazione è un numero puro che si basa sul rapporto tra deviazione standard e media, è dato cioè dal rapporto della radice quadrata della varianza e la media, con la varianza che si ottiene dalla sommatoria delle differenze di ciascuna rilevazione dalla media, al quadrato.

I coefficienti di variazione della stima a livello regionale $CV_{(h)}$ e a livello nazionale CV fanno riferimento alla rilevazione dell'anno precedente, tranne che per quelli relativi al grado 13 in quanto per la rilevazione del 2018-19 venivano rilevati per la prima volta.

Per i dati riferiti all'esempio introdotto, che si riferiscono all'anno scolastico 2018/19, i valori dei coefficienti di variazione fanno riferimento a quelli del grado 10 dell'anno scolastico precedente e cioè al 2017-18. I coefficienti di variazione percentuale $CV_{(h)}\%$ e $CV\%$ esprimono gli errori di campionamento percentuali stimati e sono espressi dai rapporti [29]:

$$(2.6) \quad CV_{(h)}\% = 100 \frac{\left(\frac{\sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}}{n-1} \right)}{\bar{y}}, \text{ con } i \in {}_i S_{(h)}$$

$$(2.7) \quad CV\% = 100 \frac{\left(\frac{\sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}}{n-1} \right)}{\bar{y}}, \text{ con } i \in {}_i S$$

Dell'esempio riportato è interessante rilevare le seguenti osservazioni:

— l'allocazione proporzionale che privilegia le grandi regioni, determina il valore minimo del coefficiente di variazione della stima nazionale pari allo 0,2%. Solo la regione Molise ha un valore del $CV\%$ superiore al 3%;

— l'allocazione uguale aumenta il coefficiente di variazione della stima nazionale che si attesta allo 0,3%, ma allo stesso tempo equilibra gli errori delle stime regionali. Nessuna regione presenta un $CV\%$ superiore all'1,4%;

— l'allocazione di compromesso mantiene sotto controllo il coefficiente di variazione della stima nazionale e si avvicina all'allocazione uguale sotto il profilo dell'andamento dei $CV\%$ regionali.

2.5 Caratteristiche dei file dati in esame

Per questo lavoro di ricerca sono stati richiesti tramite richiesta formale all'INVALSI i dati di esito relativi alle rilevazioni delle prove di matematica negli anni scolastici dal 2013-14 al 2018-19. I dati pervenuti da INVALSI erano con estensione .sav.

I file .SAV vengono spesso utilizzati per archiviare set di dati estratti da database e fogli di calcolo di Microsoft Excel e appartengono alla categoria Data Files utilizzata in sistemi operativi come Windows 11, 10, Windows 7, Windows 8 / 8.1, Windows Vista, Windows XP. Il file .sav è associato a SPSS Data File sviluppato da IBM, ha un formato Binary e appartiene alla categoria Data Files. Per poter utilizzare i dati acquisiti da INVALSI è stato necessario installare il programma SPSS e selezionarlo come programma predefinito per aprire i file .sav.

I file, poi, così aperti sono stati elaborati con il software Colectica per Microsoft Excel Standard Edition che è uno strumento gratuito per documentare i dati del foglio di calcolo utilizzando lo standard aperto per la documentazione dei dati. Per le formule è stato utilizzato MathType che è un software proprietario creato da Design Science che permette la creazione di notazioni matematiche inseribili in programma di videoscrittura, siti internet, presentazioni, e documenti in TeX, LaTeX e MathML.

CAPITOLO 3. LA VALUTAZIONE DEL SISTEMA SCOLASTICO ITALIANO IN RIFERIMENTO ALLE COMPETENZE IN MATEMATICA NEL PERIODO DAL 2013-14 AL 2018 -19

3.1 Introduzione

In riferimento alle competenze in matematica, la valutazione del sistema scolastico italiano si connette alle idee chiave suggerite dal Quadro di Riferimento (QdR) per le prove di valutazione dell'INVALSI di matematica. Tali riferimenti guidano la progettazione delle prove standardizzate e rappresentano le linee di percorso per le scelte didattiche e per la pianificazione di interventi metodologici, per l'acquisizione di competenze disciplinari specifiche e di metodo; inducono a focalizzare gli ambiti della valutazione e cioè quali aspetti (contenuti e processi) della matematica del primo e secondo ciclo della scuola sono oggetto della valutazione; promuovono la ricerca sui linguaggi della valutazione in termini di strumenti e criteri, nel confronto con quelli messi in campo dall'INVALSI nella costruzione delle prove.

Il Quadro di Riferimento (QdR) è definito in relazione con le finalità generali dell'INVALSI, che si sostanziano nella valutazione dell'efficacia e dell'efficienza del sistema scolastico, sia a livello nazionale che a livello regionale, ma fornendo anche indicazioni puntuali alle singole istituzioni scolastiche.

3.2 Le indagini internazionali e le competenze in matematica

Le principali indagini internazionali che studiano le competenze e le conoscenze della matematica con cui il quadro di riferimento INVALSI condivide vari aspetti sono: l'indagine IEA denominata TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study) e l'indagine OCSE denominata PISA (Programma per la valutazione internazionale degli studenti). Anche queste indagini, esaminando il rendimento di sottogruppi della

popolazione, contribuiscono a dare indicazioni di politica scolastica e, quindi, a contribuire per l'implementazione di sistemi scolastici più equi.

L'indagine TIMSS utilizza come INVALSI un disegno di campionamento a due stadi. Nel primo stadio vengono selezionate le scuole e nel secondo, all'interno di ciascuna scuola campionata, vengono estratte casualmente una o più classi.

L'indagine TIMSS misura la performance degli studenti relativamente alla IV classe della scuola primaria (quarto grado di scolarità) e III secondaria di I grado (ottavo grado di scolarità) e monitora l'implementazione dei curricula scolastici nei Paesi partecipanti all'indagine.

L'indagine viene condotta ogni quattro anni e il disegno di ricerca ha una dimensione longitudinale: gli studenti del quarto grado sono rivalutati quattro anni dopo, quando si trovano all'ottavo anno, in modo da monitorare l'efficacia di interventi tempestivi messi in atto a seguito degli esiti rilevati al quarto grado di scolarità.

Le valutazioni di matematica e scienze di TIMSS si basano su quadri di riferimento (framework) aggiornati ad ogni ciclo e comprendono circa 350 item al quarto anno e 450 item all'ottavo anno.

TIMSS come specificato nel Quadro di riferimento di TIMSS 2011 [30] utilizza il "curriculum" come principale schema teorico come riferimento per le strategie didattiche utilizzate e per identificare i fattori che possono influenzarne l'efficacia.

Nel sondaggio TIMSS vengono utilizzate tre paradigmi distinti di curriculum: "curricolo previsto o ufficiale " perché riferito a quello proposto dalle autorità; "curricolo realizzato" perché attuato dagli insegnanti in classe; "curricolo appreso" perché riferito a ciò che lo studente ha appreso effettivamente in termini di competenze e atteggiamenti (fig.15).

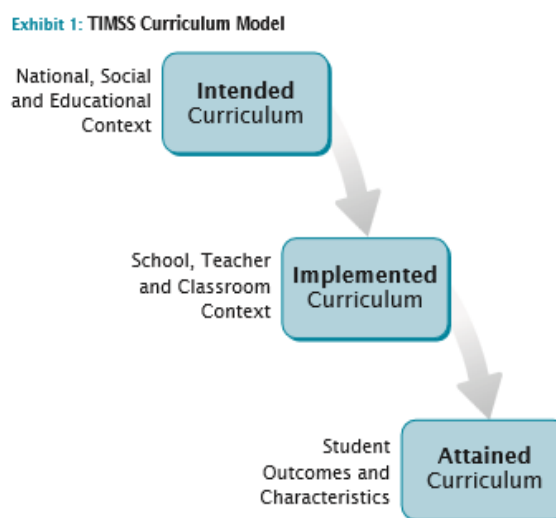


Fig. 15 - Il modello di curriculum di TIMSS

I profili TIMSS espressi nei domini dei contenuti sono da riferimento per individuare i punti deboli del curriculum. L'indagine TIMSS valuta una serie di situazioni di problem solving con circa due terzi degli item che richiedono agli studenti abilità di applicazione di algoritmi risolutivi e di capacità di ragionamento. Inoltre, le informazioni che si desumono riguardo gli esiti e i processi messi in atto per ogni singolo item costituiscono una risorsa per approfondimento metodologico e didattico da parte degli insegnanti.

I test sono costruiti tenendo conto di due diverse dimensioni: di contenuto e di processo cognitivo. I domini di contenuto sono per la matematica: numeri, geometria, algebra (solo per l'ottavo anno), dati e probabilità. A tal proposito nell'edizione del 2019 è stata proposta l'estensione della misura della scala di matematica del grado quarto.

TIMSS Numeracy valuta le conoscenze, le procedure e la risoluzione dei problemi fondamentali nei domini dei contenuti di numeri interi, frazioni, forme geometriche e misure. I Paesi che partecipano al quarto anno possono svolgere TIMSS Numeracy in aggiunta a TIMSS 2019 o solo TIMSS Numeracy. In entrambi i casi, i risultati del

rendimento di Numeracy saranno riportati sulla scala di matematica TIMSS 2019 [31].

L'Italia non partecipa a questa rilevazione.

I domini cognitivi sono:

- conoscenza: comprensione di fatti, concetti e procedure;
- applicazione: capacità di mettere in atto conoscenze e concetti acquisiti per risolvere problemi o rispondere a domande;
- ragionamento inteso come competenza di problem solving e cioè capacità di accettare le sfide ed essere capace di risolvere problemi anche in situazioni non familiari, contesti complessi e con algoritmi articolati.

PISA (Programme for International Student Assessment) è un'indagine internazionale che si svolge ogni tre anni con l'obiettivo di monitorare l'acquisizione e lo sviluppo di conoscenze e abilità essenziali da parte degli studenti quindicenni in modo da poter esercitare come cittadini consapevoli, la piena partecipazione alla vita economica e sociale del proprio Paese. Negli anni i livelli di competenza dei quindicenni italiani in matematica sono migliorati e il punteggio medio nel nostro Paese è aumentato tra il 2006 e il 2009, per poi rimanere stabile dopo il 2009, come rilevato da questo grafico (fig. 16) tratto dal rapporto “STEM, una sfida per l'Italia” [32].

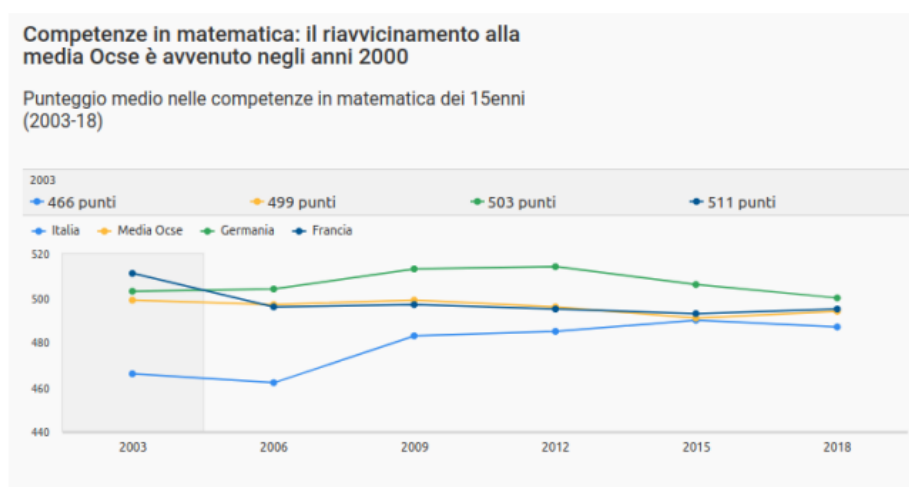


Fig. 16 – Serie storica dei punteggi medi in matematica – Fonte: Elaborazione OPENPOLIS – CONIBAMBINI su dati OCSE PISA

L'indagine PISA, la cui edizione 2021 a causa dell'emergenza sanitaria da COVID-19 è stata rimandata al 2022, rileva le competenze degli studenti in tre domini principali: Lettura, Matematica e Scienze. Ogni ciclo approfondisce una di queste tre competenze e nel 2022 la Matematica - il cui framework è illustrato nel PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK(DRAFT) [33] - rappresenterà l'ambito principale di rilevazione, ma saranno rilevate anche le competenze in Financial Literacy e Creative Thinking.

È la rilevazione più estesa a livello internazionale nel campo dell'educazione e offre a scuole, sistemi di istruzione e governi l'opportunità di individuare costantemente gli aspetti da poter migliorare, mediante un confronto fruttuoso tra il rendimento degli studenti e i contesti di apprendimento. Il test PISA non misura soltanto il livello di apprendimento negli studenti iscritti al percorso di istruzione obbligatoria, ma focalizza la sua attenzione sugli esiti a lunga scadenza ed esplicitati anche in altri contesti informali e non formali. Valuta cioè la capacità del sistema scolastico di innescare in ciascun individuo il circolo virtuoso dell'imparare ad imparare.

L'indagine PISA si propone, quindi, di verificare se, e in che misura, i giovani che lasciano la scuola dell'obbligo hanno acquisito le competenze ritenute essenziali per un apprendimento consapevole e permanente da spendere e continuare a sviluppare lungo tutto l'arco della vita. Quindi l'indagine PISA non si concentra sui diversi curricula scolastici, ma indaga nei giovani in obbligo scolastico le competenze di alfabetizzazione e modellizzazione matematica della realtà.

L'alfabetizzazione e la modellizzazione matematica della realtà è una competenza complessa che si connette alla capacità degli studenti di ragionare e di utilizzare concetti, procedure, fatti e strumenti matematici per descrivere, spiegare e prevedere determinati fenomeni. Questa concezione dell'alfabetizzazione e modellizzazione matematica sottolinea l'importanza che gli studenti sviluppino una solida comprensione dei concetti di

matematica teorica e dei vantaggi di essere impegnati in esplorazioni del mondo astratto della matematica, ma allo stesso tempo punta a sottolineare la necessità di contestualizzare i contenuti teorici per promuovere la motivazione all'apprendimento. Si avverte quindi la necessità di sviluppare la capacità degli studenti di contestualizzare lo studio della matematica, ed è quindi importante che svolgano esperienze significative al riguardo. D'altra parte, la motivazione ad apprendere la matematica aumenta quando ci si rende conto dell'importanza di questo apprendimento in relazione ad altre discipline e al mondo extrascolastico; quando si sviluppa la capacità di trasformare una situazione reale in una forma matematicamente gestibile, creando strutture e rappresentazioni matematiche, identificando le variabili e formulando ipotesi semplificative per aiutare risolvere qualunque problema/sfida. Nella fig. 17 è sintetizzata l'applicazione pratica del modello di alfabetizzazione matematica secondo PISA:

Challenge in the context of the real world

Content Categories: Quantity, Uncertainty, Change and Relationships, Space and Form
Context categories: Personal, Social, Occupational, Scientific

Mathematical thinking and action

Mathematical concepts, knowledge and skills.

Basic mathematical skills: Communication, Representation, Solution strategies, Mathematics, Reasoning and argumentation, Use of language and symbolic, formal and technical operations, Use of mathematical tools

Processes: Formulating, Employing, Interpreting /To evaluate

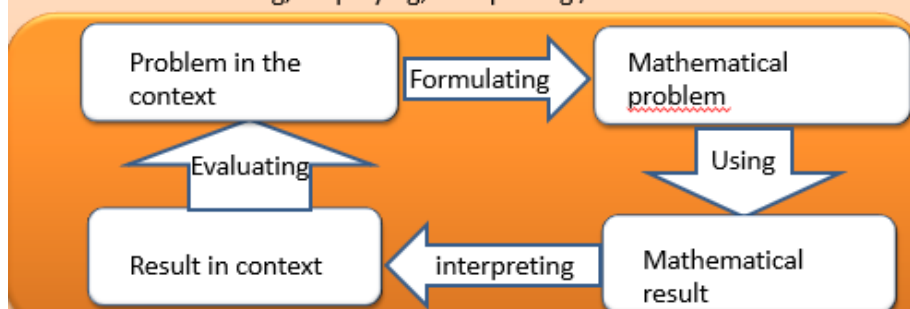


Fig.17 - Applicazione pratica del modello di alfabetizzazione matematica secondo PISA

3.3 L'INVALSI e la rilevazione nazionale sugli apprendimenti: quali i campi di osservazione in matematica?

I test INVALSI sono prove oggettive standardizzate somministrate a tutti gli studenti della scuola primaria (classi 2 e 5), della scuola secondaria di primo grado (classe 8) e della scuola secondaria di secondo grado (classi 10 e 13).

Per quanto riguarda la matematica le opportunità di apprendimento dovrebbero favorire lo sviluppo di due aspetti strettamente correlati:

uno finalizzato alla modellazione e alle applicazioni per leggere, interpretare la realtà e risolvere problemi della vita quotidiana; l'altro finalizzato allo sviluppo, alla riflessione e alla speculazione sui contenuti e processi propri della matematica le prove INVALSI di matematica si concentrano su due campi specifici:

1. i contenuti matematici, individuati a partire dagli ambiti della matematica previsti dalle Linee Guida Nazionali per il curriculum 2007 [34] e 2012 [35];
2. i processi cognitivi necessari alla risoluzione delle situazioni-problema proposte, con particolare attenzione ai quadri di riferimento delle indagini internazionali IEA-TIMSS [36] e OECD-PISA [37].

Per garantire la qualità della misurazione, tutti i test INVALSI vengono pretestati su campioni rappresentativi di studenti delle classi interessate alle prove di almeno 300-400 studenti per livello (nel caso delle superiori il pre-test viene svolto su un numero maggiore di alunni per tener conto dei vari indirizzi di studio). I risultati della "prova sul campo" vengono elaborati statisticamente secondo l'approccio classico e secondo l'approccio dell'IRT per stabilire le proprietà di misura dell'intero test e di ogni singolo item e poter procedere, su tale base, alla selezione ed eventuale correzione e ricalibrazione delle relative difficoltà.

L'oggetto della prova, come anticipato nell'introduzione di questo capitolo, fa riferimento al quadro teorico di riferimento (QdR) che definisce il valore informativo delle evidenze da misurare e ne definisce gli indicatori e i descrittori, chiarendo quali sono gli oggetti di valutazione e la struttura delle prove. Queste ultime non intendono valutare le conoscenze nozionistiche della disciplina ma affrontano gli aspetti della "formalizzazione matematica", ovvero la capacità di esprimere e utilizzare il pensiero matematico.

Anche i test di matematica contribuiscono alla valutazione del sistema educativo nazionale e regionale e la loro lettura serve a dare indicazioni anche al decisore politico riguardo a interventi di natura organizzativa e finanziaria, che possano venire incontro a esigenze di innovazione didattica e di aggiornamento professionale per i docenti che ogni giorno si trovano a confrontarsi con alunni con bisogni educativi speciali, ai quali è doveroso offrire una scuola più equa e inclusiva.

Le prove standardizzate di matematica esprimono la convinzione, più volte espressa anche da INVALSI nei vari seminari, riferita a una concezione della disciplina, non strettamente legata all'allenamento meccanico e all'apprendimento mnemonico, quanto piuttosto ai processi di razionalizzazione della realtà, mediante l'acquisizione della capacità di utilizzare modelli matematici come grafici e altre rappresentazioni simboliche. Le prove sono costruite in modo da valutare l'apprendimento della disciplina sotto un duplice aspetto:

- la matematica come strumento del pensiero;
- la matematica come disciplina con un proprio statuto epistemologico specifico.

La valutazione della matematica nelle prove INVALSI si articola in due dimensioni:

1. contenuti matematici;
2. i processi.

I contenuti sono organizzati in quattro aree, coerenti con i curricula nazionali, ma per la prova della scuola primaria Grado 2 vengono considerate solo le prime tre aree.

1. numeri;
2. spazio e figure;
3. dati e previsioni;
4. rapporti e funzioni.

In un'ottica di continuità e verticalità dei curricula, gli ambiti e i processi sono gli stessi dal Grado 2 (ad eccezione dell'area Relazioni e funzioni) al Grado 13. Le prove, quindi, sono sviluppate secondo un criterio di complessità progressiva dei contenuti matematici e dei processi cognitivi, in relazione al livello scolastico.

I dati INVALSI, in generale, hanno una duplice funzione:

1. Consentono di comprendere qual è l'andamento complessivo dei livelli di apprendimento degli alunni di una scuola - macrovalutazione - e/o di una classe - microvalutazione - nel corso degli anni, anche nel passaggio tra gli ordini scolastici (scuola primaria) e scuola secondaria di secondo grado), definendo così percorsi di autovalutazione incentrati sugli esiti e sui processi;
2. Consentono di comprendere e valutare l'azione didattica in un'ottica di MIGLIORAMENTO CONTINUO, focalizzando l'attenzione sui relativi processi funzionali alla didattica.

3.4 La situazione italiana in riferimento alle competenze in matematica nei dati dal 2013-14 al 2018 -19

3.4.1 La distribuzione geografica

Per quanto riguarda la distribuzione geografica il territorio nazionale viene suddiviso in cinque macroaree: Nord Ovest (Valle d'Aosta, Piemonte, Lombardia, Liguria), Nord Est (Provincia

Autonoma di Bolzano, Provincia Autonoma di Trento, Veneto, Friuli-Venezia Giulia, Emilia-Romagna), Centro (Toscana, Umbria, Marche, Lazio), Sud (Abruzzo, Molise, Campania, Puglia), Sud e Isole (Basilicata, Calabria, Sicilia, Sardegna). In riferimento all'ultima rilevazione pre- covid 19, anno scolastico 2018-19, considerato il livello 3 come il livello di adeguato raggiungimento dei traguardi delle Indicazioni Nazionali [35] delle Linee Guida [38], in Matematica la situazione relativa agli esiti ha una configurazione geografica piuttosto differenziata tra le diverse aree del Paese così come evidenziato nel grafico (fig. 18) seguente:

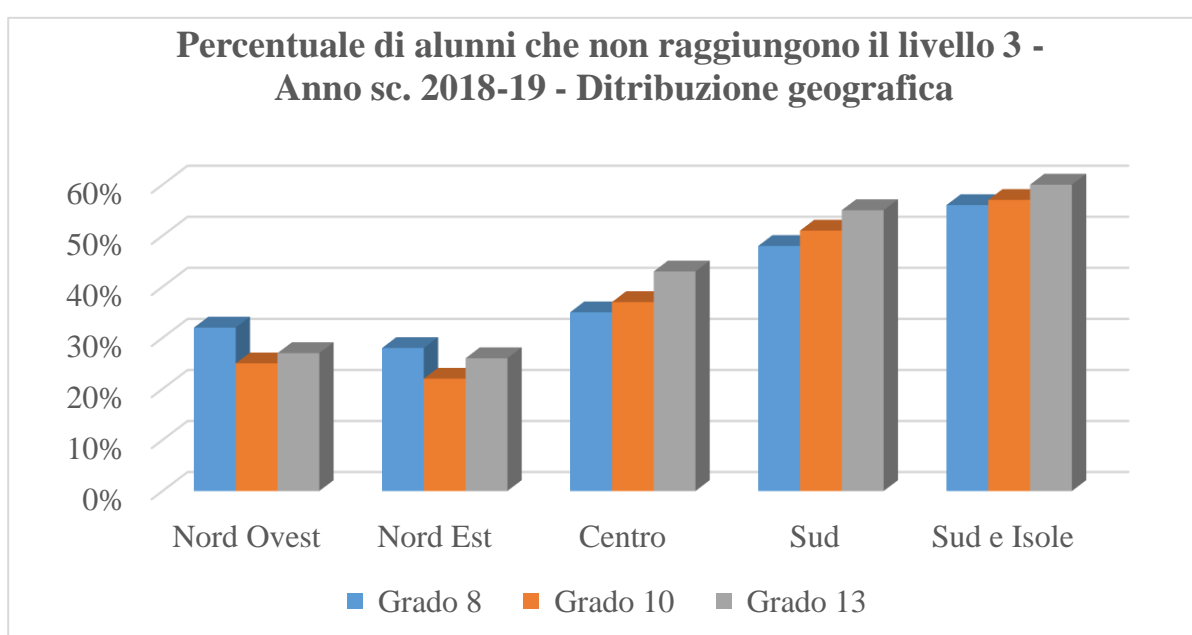


Fig. 18 – Percentuale di alunni che non raggiungono il livello 3 in Matematica per grado scolare

Ciò mostra difficoltà del sistema scolastico nell'Italia meridionale e insulare ad assicurare un efficace azione didattica che garantisca il raggiungimento di risultati adeguati in Matematica. Ma il problema si estende anche alla rilevazione relativa alle prove di Italiano e inglese. Quindi i livelli di efficacia e quindi di pari opportunità di apprendimento risultano avere anche un carattere territoriale. Rispetto ai risultati conseguiti nell'Italia centrale e soprattutto settentrionale, il sistema scolastico del sud e isole - con particolare attenzione alle regioni in Campania, Calabria, Sicilia e Sardegna - mostra una realtà diversa, meno equa anche in

rapporto alla variabilità dei risultati tra scuole e tra classi nel primo ciclo d'istruzione che è piuttosto rilevante e comunque più alta che al Nord e al Centro.

Allo stesso tempo risultano alte le percentuali di alunni con status socioeconomico basso che non raggiungono livelli adeguati nelle prove.

3.4.2 La distribuzione degli studenti per genere

Nel 2017, in occasione del lancio di Nuvola Rosa, progetto nato nel 2013 per sostenere la diffusione di competenze digitali attraverso percorsi di formazione gratuiti, destinati a giovani donne in Italia e all'estero, Microsoft ha presentato la ricerca "European Girls in STEM", commissionata al professor Martin W. Bauer del dipartimento di Psychological and Behavioural Science at the London School of Economics (LSE) e che ha coinvolto 11.500 ragazze e giovani donne europee di età compresa tra gli 11 e i 30 anni di 12 Paesi – Belgio, Finlandia, Francia, Germania, Irlanda, Italia, Paesi Bassi, Polonia, Repubblica Ceca, Regno Unito, Russia e Slovacchia.

Questo studio ha avuto lo scopo di identificare il fenomeno della perdita di interesse verso le discipline STEM da parte di ragazze e giovani donne mappandone l'età di inizio e le motivazioni che ne sostengono lo sviluppo, evidenziando inoltre le possibili piste per prevenire il fenomeno, contrastando gender gap e stereotipi. Prima di tutto è stato chiesto a quale età nasce un'attrattiva verso le discipline STEM e dal grafico seguente (fig. 19), si evince

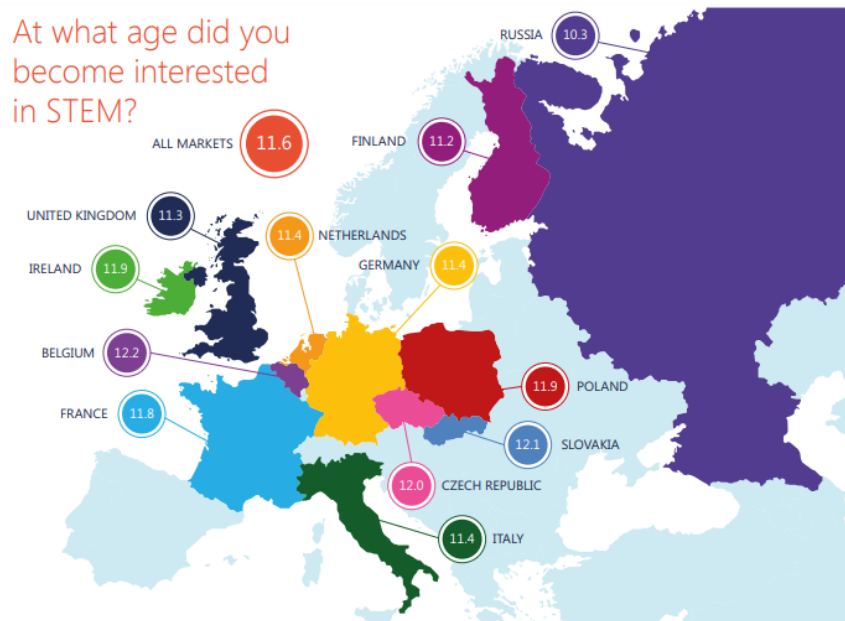


Fig. 19 – Grafico delle risposte al quesito "A che età ti sei interessato alle STEM?" - Fonte European Girls in STEM - MICROSOFT

che l'età media è tra gli 11 e i 12 anni. La suddetta ricerca ha, poi, evidenziato che quell'interesse diminuisce significativamente tra i 15 e i 16 anni, con un recupero che non è sufficiente a colmare il gender gap che si registra in tutte le rilevazioni standardizzate nazionali e internazionali. Ciò significa che per agire in modo da contrastare questo parametro di iniquità è necessario intervenire nei quattro o cinque anni in cui è possibile accompagnare la passione delle ragazze prima che questa si spenga per sempre. D'altra parte, i dati descritti nel seguente grafico (fig. 20) tratto dal sito OPENPOLIS [39], mostrano che dal confronto con gli altri Paesi, il numero di giovani laureate in discipline STEM (20 e 29 anni), l'Italia si colloca a metà classifica nel contesto europeo.

Giovani laureati Stem, divari di genere in tutta l'Unione europea

Laureati in discipline scientifiche (scienze, matematica, informatica, ingegneria etc.) ogni 1.000 residenti tra 20 e 29 anni (2019)

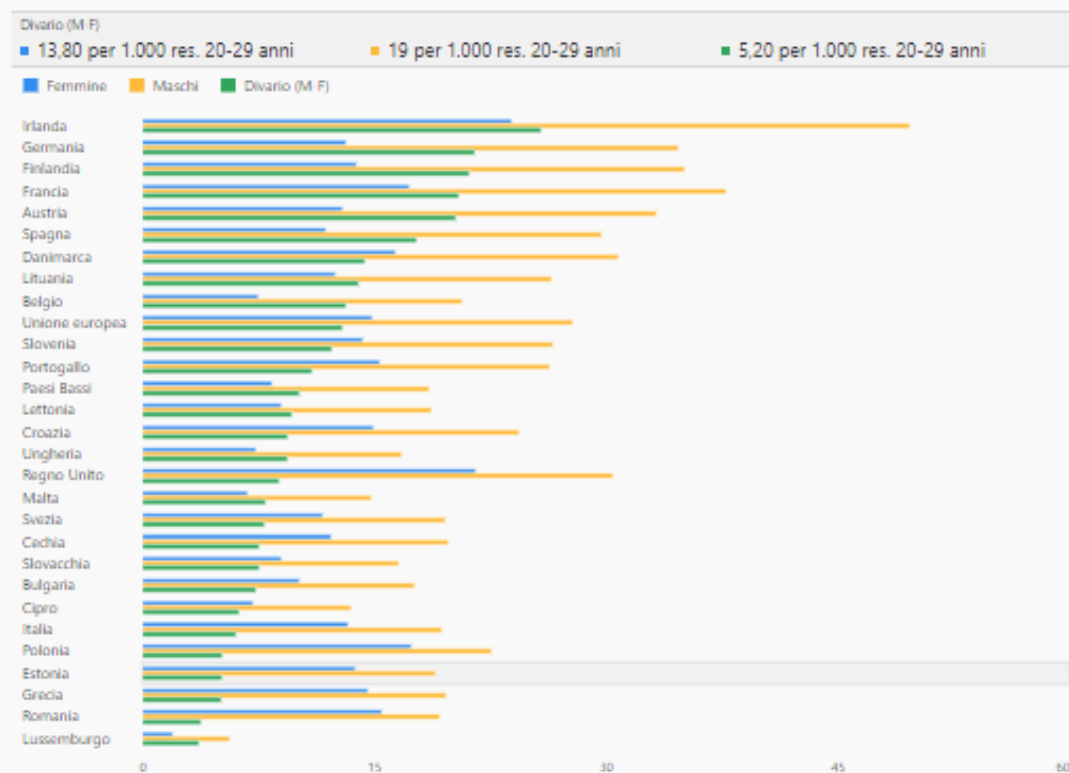


Fig. 20 – Confronto dati relativi a giovani laureati STEM, divari di genere in tutta l'Unione europea -
 FONTE: elaborazione OPENPOLIS - Con i Bambini su dati Eurostat

Anche dalle rilevazioni INVALSI dell'a.s. 2020-2021 emerge che le differenze di genere si manifestano precocemente già a partire dal primo ciclo di istruzione e in tutti i gradi scolastici, ad eccezione del grado 8 in Matematica. Dal grafico di fig. 21 seguente, relativo al livello di competenza numerica degli studenti delle classi II della scuola secondaria di secondo grado - anno sc. 2017/18 - si rileva che anche per ripartizione geografica il fenomeno della predominanza dei maschi sulle femmine in area logico – matematica è costante.

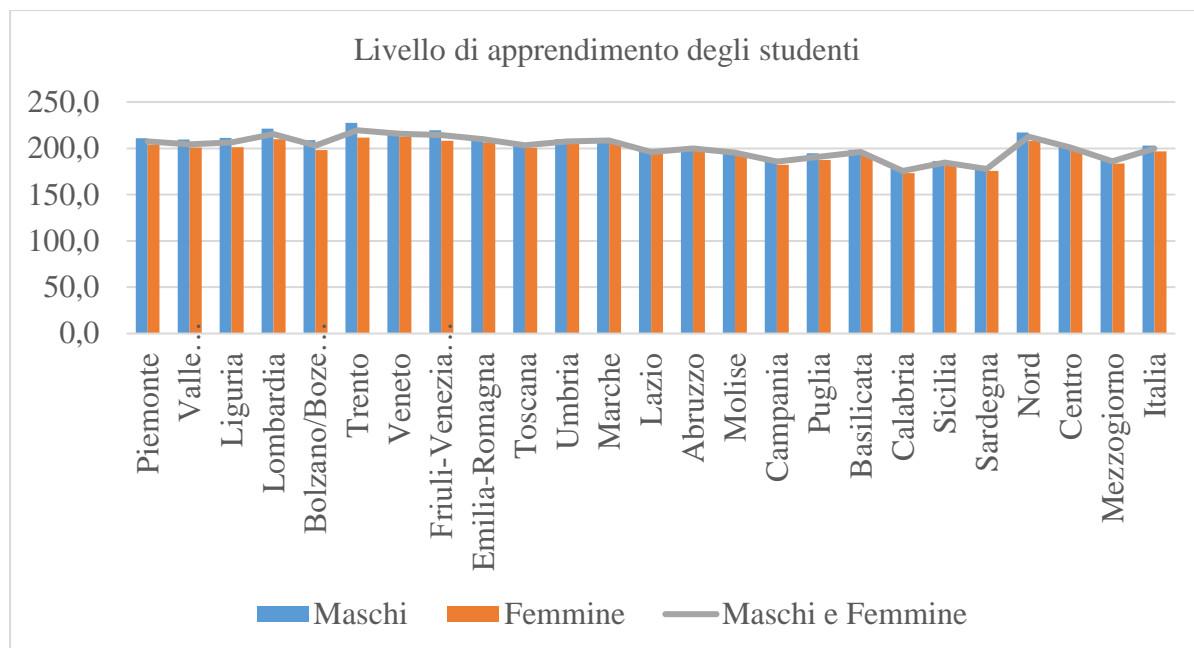


Fig. 21 - Livello di competenza numerica degli studenti delle classi II della scuola secondaria di secondo grado per genere, regione e ripartizione geografica - Anno scolastico 2017/2018 -Fonte: dati Invalsi, cit. in rapporto Bes 2018

Uno studio congiunto delle Università di Padova e di Genova, pubblicato sulla rivista Intelligence [40], ha esaminato 13 milioni di prove Invalsi per valutare le differenze in matematica fra ragazze e ragazzi nelle scuole del Nord e Sud Italia e ha indagato riguardo i fattori che determinano il minore interesse delle ragazze nelle materie STEM; se influiscono nel gender gap in matematica gli aspetti geografici, sociali, culturali ed economici, come aspetti di una situazione di forte iniquità nel sistema scolastico italiano. Nella rilevazione Invalsi 2017/18 si evidenzia (fig.22) come nel caso dei Licei Scientifici il gender gap in Matematica sembra non essere così rilevante, anche se è da rilevare una se pur minima differenza percentuale (45,2 – Femmine,48,9 – Maschi) in favore dei maschi per il livello 5.

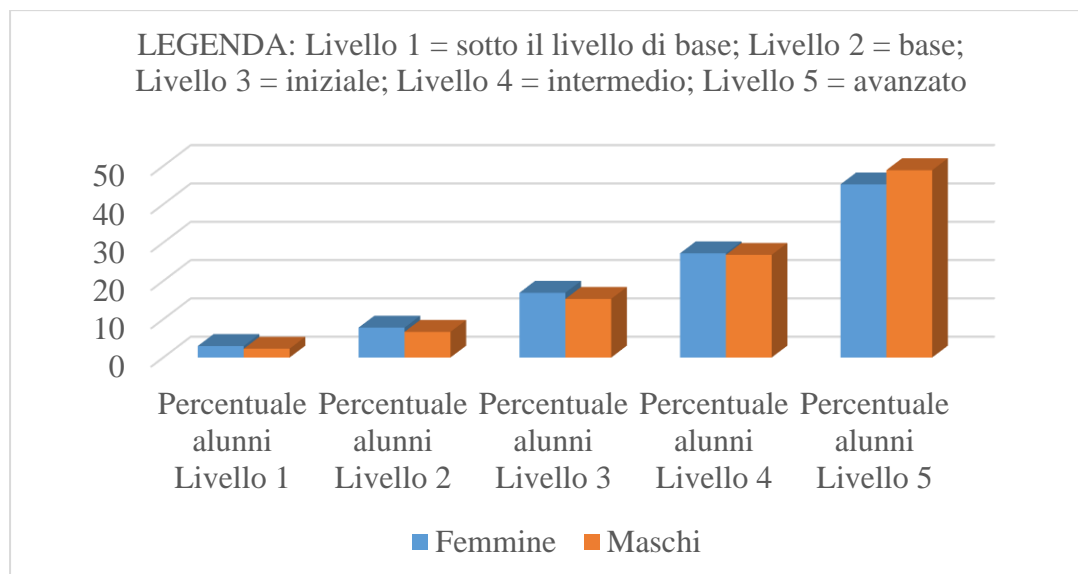


Fig.22 - Distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento per Genere Matematica - Licei scientifici – Anno sc. 2017-18

In un'indagine internazionale promossa dall'OCSE del 2018 è stato evidenziato come il vantaggio dei ragazzi sulle ragazze in matematica sia presente solo in 32 dei 79 Paesi coinvolti. Per quanto riguarda l'Italia, lo studio condotto dal professor Cesare Cornoldi, coadiuvato dalla dottoressa Angela Martini e dal dottor Enrico Toffalini presso l'Università di Padova e dal prof. David Giofrè su dati Invalsi ha evidenziato le differenze di genere in matematica nelle diverse regioni italiane mostrando che le differenze sono anche di natura territoriale, rilevando l'effettiva superiorità dei ragazzi in matematica. Nel 2018 gli psicologi Gijsbert Stoet e David Geary avevano ipotizzato "Il paradosso della parità di genere" [41] evidenziando una correlazione inversa tra uguaglianza di genere e uguaglianza nella carriera scolastica scientifica, per cui la disuguaglianza tra i sessi, potrebbe essere da stimolo per la voglia di rivalsa da parte delle donne nell'affermare il proprio valore in campo scientifico. A tal proposito il Sole 24 Ore [42] ha pubblicato il 31 marzo 2018 un articolo in cui elaborando i dati relativi alla percentuale di donne laureate nelle discipline di ambito STEM nel 2015, resi disponibili da Unesco, e quelli relativi al Global Gender Gap Index 2016, indicatore introdotto dal World Economic Forum nel 2006 che misura

l'uguaglianza di genere in tutti i Paesi del mondo, è pervenuto al seguente grafico (fig. 23), che mostra effettivamente una correlazione inversa tra possesso di lauree in campo scientifico e livello di parità di genere:

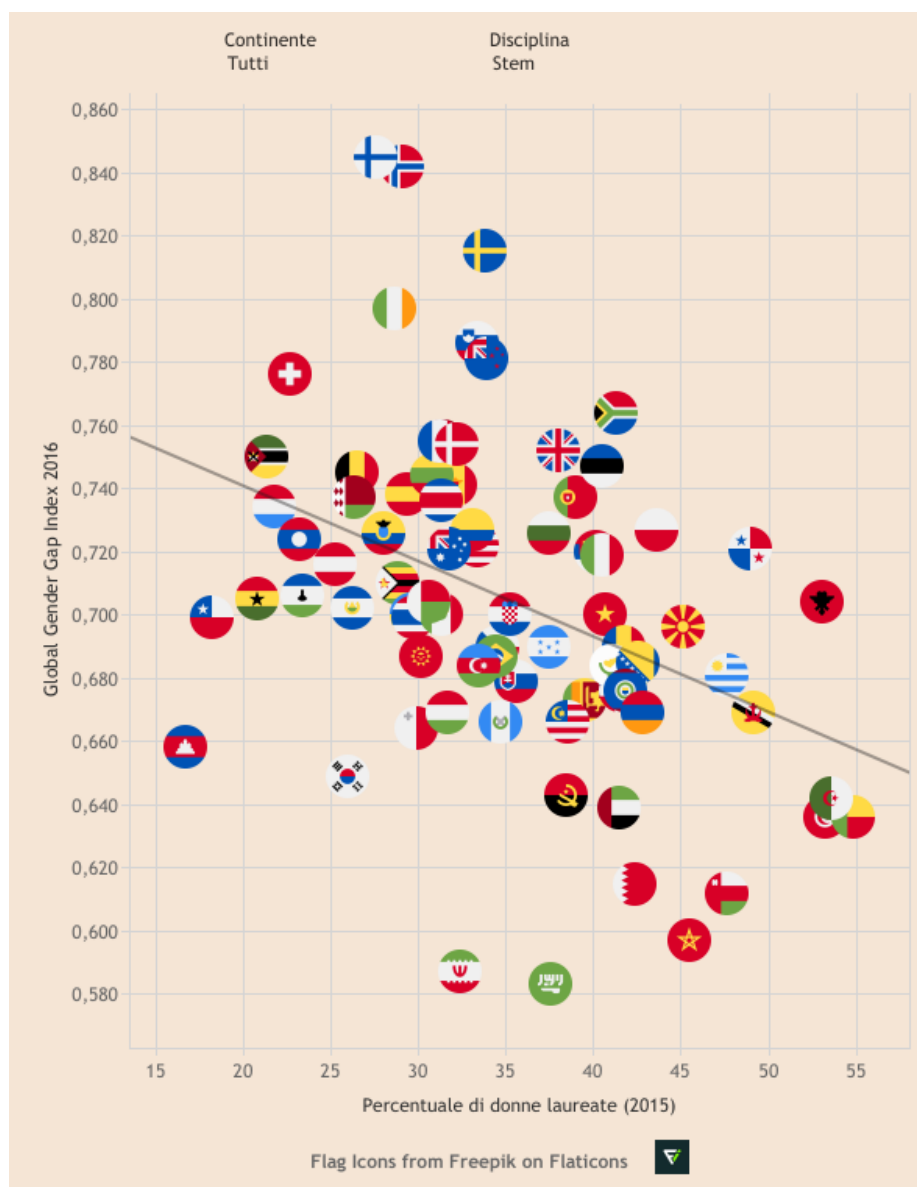


Fig.23 – Grafico che mostra la correlazione inversa tra percentuale di donne laureate STEM e indice di parità di genere – Fonte Sole 24 Ore su dati UNESCO e Global Gender Gap Index 2016

D'altra parte, i Proff. Giofrè e Cornoldi hanno anche rilevato nell'articolo che il dato di superiorità dei ragazzi in matematica è funzione anche dell'area geografica di appartenenza: nelle regioni del Nord Italia i ragazzi tendono ad avere performance più alte

rispetto alle ragazze, mentre il gender gap è più contenuto al Centro e quasi assente nelle regioni del Sud Italia. Queste differenze tendono a rinforzarsi nel tempo aumentando le divergenze nelle performance tra ragazze e ragazzi a partire dalla seconda classe della scuola primaria. Nel Rapporto Prove Invalsi 2019 [43] si rileva, già nel primo ciclo di istruzione, il divario di genere rispetto alla matematica con tre punti percentuali di scarto in classe seconda primaria e con 6 punti percentuali in classe quinta primaria in favore dei maschi.

In terza secondaria di primo grado la differenza in Matematica tra maschi e femmine si attesta a tre punti in favore dei maschi. Nella scuola secondaria di secondo grado per il grado 10 le differenze di genere variano a seconda del tipo di scuola e le differenze di genere sono evidenti in matematica negli Istituti tecnici; per il grado 13, in tutte le tipologie di scuola i maschi ottengono un risultato significativamente migliore di quello delle femmine in Matematica. D’ altra parte già nel Rapporto RILEVAZIONI NAZIONALI DEGLI APPRENDIMENTI 2016-17 [44], si rilevavano le differenze di genere anche espresse nella fig. 24 seguente:

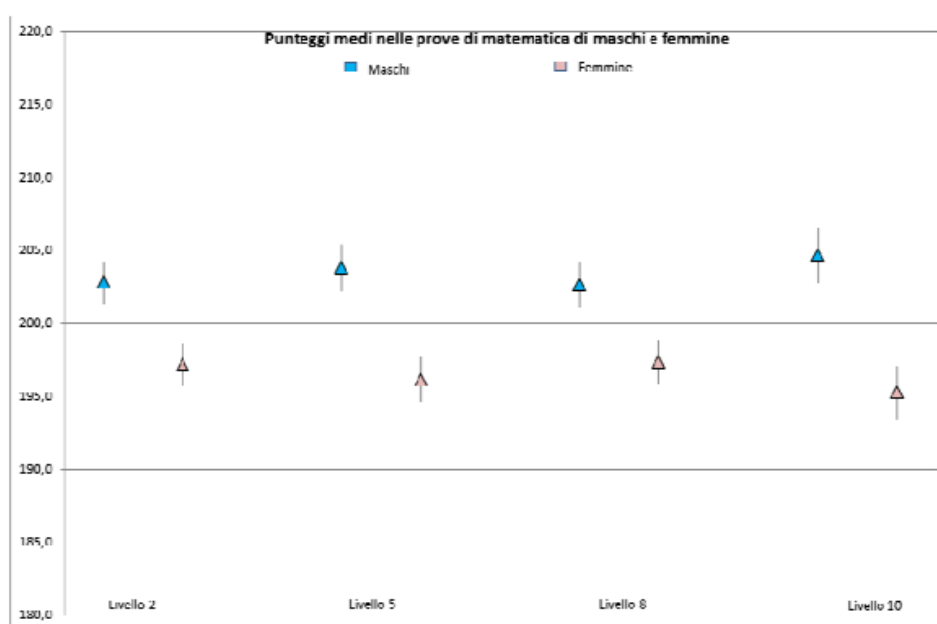


Fig. 24 – Risultati nelle prove Invalsi di matematica evidenziati per genere – Anno sc. 2016-17

Ma anche a livello regionale i dati confermano in campo universitario e quindi a livello di istruzione terziaria il gender gap. Dai dati relativi alle iscrizioni alle Università marchigiane il divario è rilevante nei dati totali e si diversifica nelle specialità umanistica e scientifica tra maschi e femmine come si rileva nel grafico (fig.25) seguente:

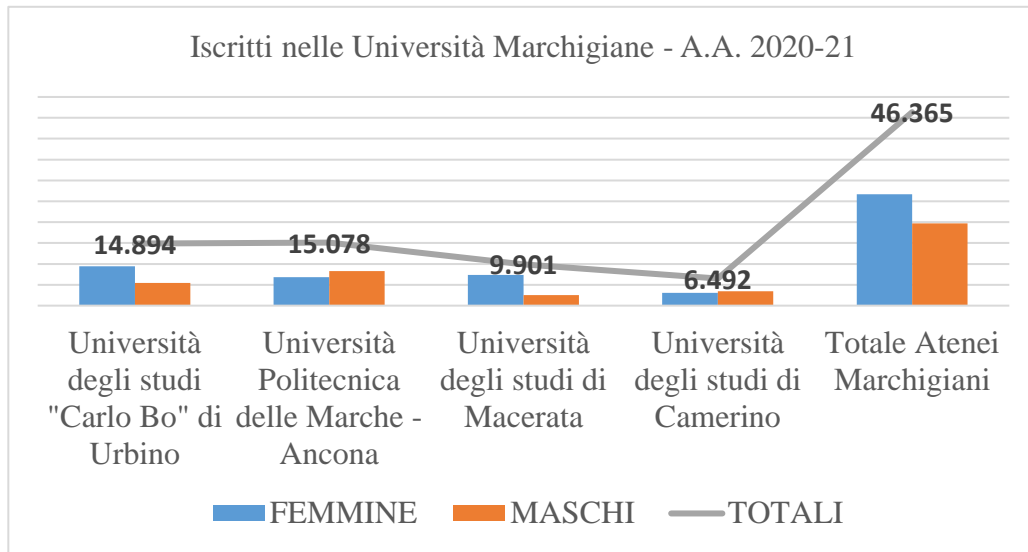


Fig. 25 - Studenti ISCRITTI e IMMATRICOLATI nell'anno accademico 2020/2021 per Ateneo e Sesso –
Fonte dati: Ministero dell'Università e della Ricerca- Ufficio di Statistica -<http://ustat.miur.it/>

Anche nei risultati dell'indagine PISA, è rilevante il gender gap e in Matematica sono i maschi ad avere ottenuto un punteggio più alto in quasi tutti i Paesi che hanno partecipato alla rilevazione e, come succede con le prove Invalsi, le differenze si ampliano ai gradi più alti. Se si osserva la distribuzione degli alunni nei livelli di competenza come riportato nel grafico in fig. 26, si può rilevare che per il grado 8 la percentuale degli allievi che si collocano al livello più alto nelle prove di Matematica i maschi sono al 57% contro il 43% di femmine. Al grado 10 e 13 in Matematica al livello più alto sono i maschi con il 61% e il 64% mentre le femmine sono al 39% e il 36%.

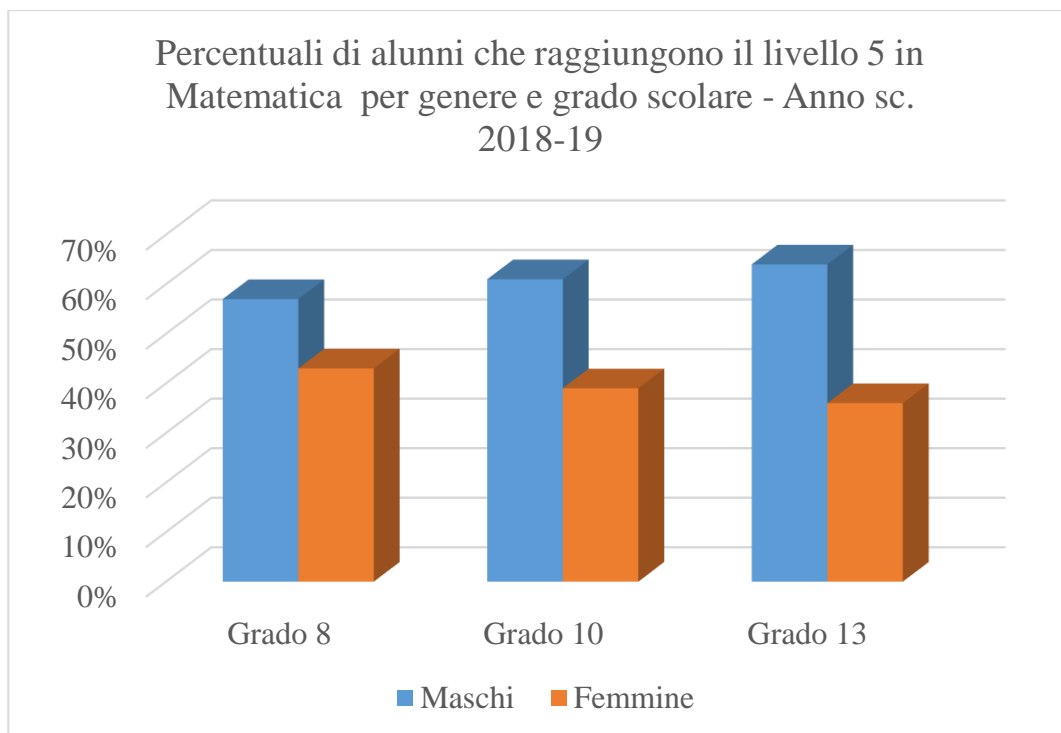


Fig. 26 -Percentuali di alunni che raggiungono il livello 5 per genere e grado scolastico

Gli studi compiuti sul gender gap nei test di apprendimento hanno dimostrato che su di esso intervengono anche fattori psicologici nell'affrontare le varie tipologie di item. Il formato dei quesiti ha una influenza sull'esito: le domande a scelta multipla favoriscono i maschi, mentre le domande aperte favoriscono le femmine. Le ragazze tendono ad essere più riflessive e quindi pronte ad elaborare e argomentare con più facilità, mentre i maschi preferiscono le risposte brevi. Anche la modalità di somministrazione della prova, su supporto cartaceo o digitale, mostra maggiore predisposizione nel primo per le ragazze e nel secondo caso per i ragazzi. Le ragazze, poi, mostrano nei confronti dei quesiti di matematica un livello di ansia più alto rispetto ai maschi. Dalla rilevazione nazionale dell'a.s. 2020-2021 emerge che, tendenzialmente, le studentesse ottengono risultati migliori in Italiano e nelle Prove di Inglese, mentre i maschi se la cavano meglio in Matematica.

In particolare, si evidenzia come nel primo ciclo d'istruzione le differenze di genere siano più ampie rispetto al secondo ciclo, anche se all'ultimo anno di scuola secondaria di secondo grado le differenze possono variare a seconda del tipo di scuola.

Rispetto all'oggetto di studio di questa tesi e cioè il livello di equità scolastica anche rispetto al parametro di genere e quindi di pari opportunità di apprendimento e di acquisizione di competenze trasversali e disciplinari da parte di studenti e studentesse, se pur si rileva una riduzione percentuale pari a - 4,8% degli abbandoni scolastici e formativi tra il 2010 e il 2017 nella Regione Marche [45], il tasso di abbandono scolastico e formativo è un fenomeno soprattutto maschile (14,8%) in quanto superiore di oltre 4 punti percentuali rispetto al dato regionale (10,1%) e di quasi 10 punti percentuali rispetto al medesimo dato della popolazione femminile tra i 18-24 anni (5%). Ciò si rileva, anche, nel grafico seguente (fig. 27), che rappresenta la serie storica degli abbandoni prematuri nella Regione Marche, come sia più marcato l'abbandono dei ragazzi rispetto a quello delle ragazze nella nostra regione. Tali dati sono espressione di un sistema scolastico regionale non del tutto equo rispetto alle differenze di genere, visto che nel sistema di istruzione/formazione italiano, l'indicatore studiato indica la percentuale della popolazione in età 18-24 anni che non ha titoli scolastici superiori alla licenza media (il titolo di scuola secondaria di primo grado), non è in possesso di qualifiche professionali ottenute in corsi con durata di almeno 2 anni e non frequenta né corsi scolastici né attività formative.

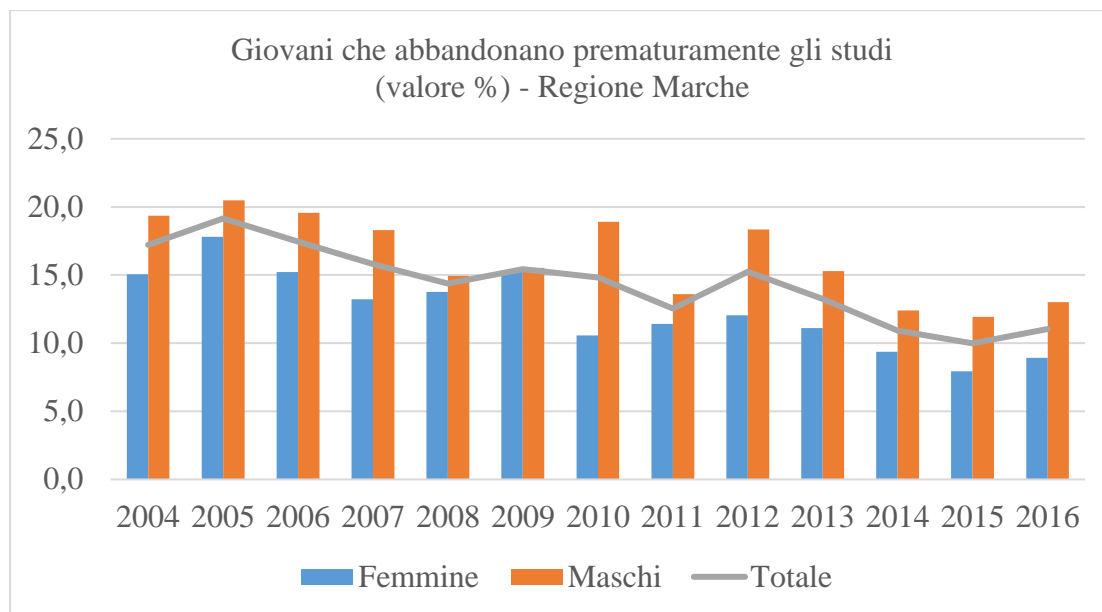


Fig. 27 - Giovani che abbandonano prematuramente gli studi- Serie storica Marche (2004/2016) - Fonte: Istat, Rilevazione sulle forze di lavoro

A livello nazionale, tuttavia, e in riferimento a dati relativi all'abbandono complessivo nella scuola secondaria di I grado (%) - aa.ss.2018/2019 - 2019/2020 [46], integrando i dati sull'abbandono per età con il genere degli alunni si evidenzia che per gli alunni fino a 16 anni il tasso di abbandono maschile (0,56%) è superiore a quello femminile (0,48%) , ma la situazione si inverte nella fascia di età tra 17 e 18 anni per cui il tasso di abbandono maschile (35,8%) risulta inferiore di circa due punti percentuali rispetto a quello femminile (37,5%); si ritorna, poi, a un trend superiore nel tasso di abbandono maschile (44,6%) rispetto a quello femminile (36,8%) per gli studenti che hanno un'età superiore ai 18 anni.

3.4.3. La distribuzione degli studenti per cittadinanza

Il tasso degli alunni con cittadinanza non italiana iscritti nelle scuole italiane nell'anno scolastico 2018/2019 è pari al 10%. Il medesimo dato rilevato nella regione Marche si attesta sul 12% e si mantiene costante anche nell'anno scolastico successivo 2019/20. Rispetto all'anno scolastico precedente 2017/2018 si è rilevato al livello nazionale un decremento degli alunni di cittadinanza non italiana pari allo 1,0%. Si è, poi, rilevata a livello nazionale nell'anno scolastico 2018/19 una flessione pari a -1,3% degli studenti iscritti con cittadinanza italiana a fronte di un aumento degli studenti di cittadinanza non italiana pari a +1,9%, per cui la loro incidenza sul totale passa da 9,7% appunto al 10,0%. I dati rappresentati nella fig. 28 estrapolata dal Rapporto **“Gli alunni con cittadinanza non italiana A.S. 2018/2019”** [47], mostrano che la presenza nelle scuole italiane di alunni con cittadinanza italiana tende a stabilizzarsi, per cui nel decennio 2009/2010 - 2018/2019 gli studenti stranieri sono complessivamente aumentati del 27,3%.

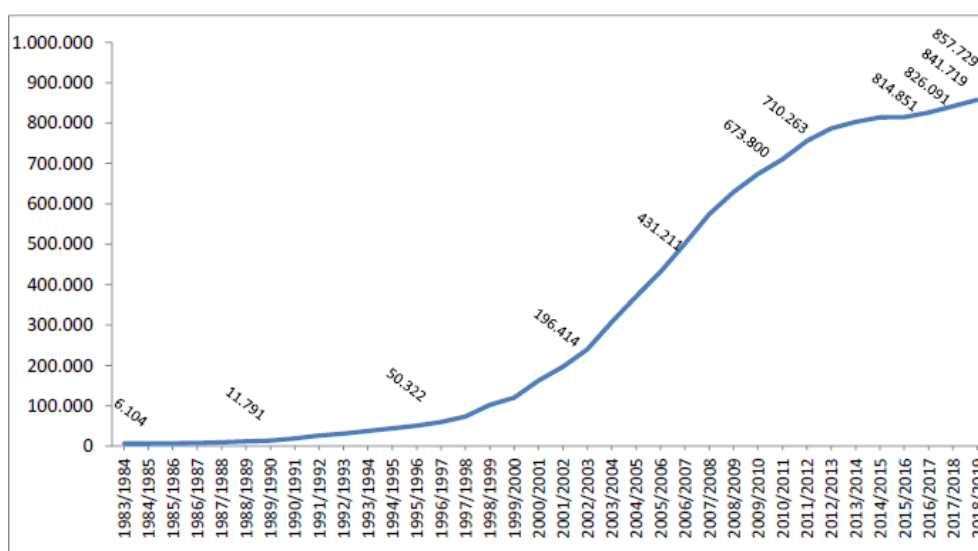


Fig. 28 - Alunni con cittadinanza non italiana (valori assoluti) - AA.SS. 1983/1984 - 2018/2019 – (“Fonte: Elaborazione su dati del Ministero dell’Istruzione – Ufficio Gestione Patrimonio Informativo e Statistica”)

La maggioranza degli studenti stranieri nell'anno scolastico 2018/19 è costituita da studenti di seconda generazione, cioè bambini e giovani nati in Italia da genitori non italiani. Nella fascia di età 6-13 anni – primo ciclo - i tassi di scolarità degli studenti con cittadinanza non italiana si avvicinano molto a quelli degli studenti con cittadinanza italiana; nelle scuole del secondo ciclo, invece, fascia 14-16 anni, inizia a diminuire il tasso di scolarità degli studenti con cittadinanza non italiana rispetto a quello degli studenti con cittadinanza italiana, fino a raggiungere nell'ultimo biennio di Secondaria di II grado (17 e 18 anni di età) una differenza pari a circa 14 punti percentuali come si evince dal grafico seguente (fig. 29) estrapolato dal Rapporto “Gli alunni con cittadinanza non italiana A.S. 2018/2019” [47]. Tale grafico rileva anche il tasso di scolarità, per il medesimo anno scolastico, esplicitato anche per differenza di genere e dimostra che, a livello nazionale, il trend si inverte nell'ultima fascia di età, mentre per gli alunni con cittadinanza italiana la percentuale dei frequentanti è più alta per i maschi, il dato si inverte nel caso degli alunni con cittadinanza non italiana con una percentuale più alta tra i frequentanti – per la medesima fascia di età – da parte delle femmine.

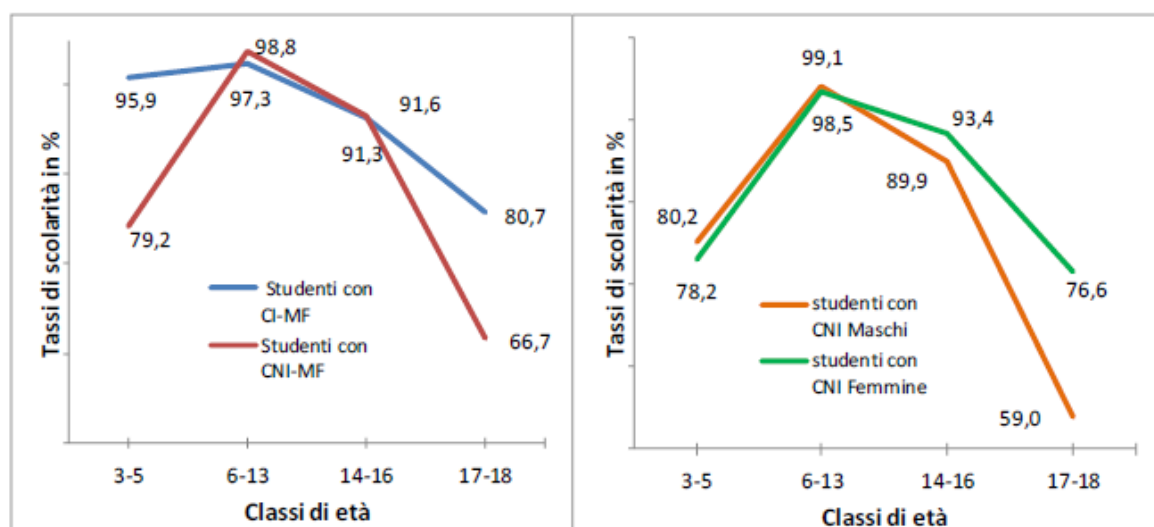


Fig. 29 - Tasso di scolarità per classe di età, cittadinanza e genere - A.S. 2018/2019 (“Fonte: Ministero dell’Istruzione – Ufficio Gestione Patrimonio Informativo e Statistica”)

In riferimento ai parametri di osservazione per definire l'equità di un sistema scolastico, la significativa differenza percentuale rilevata all'ultimo biennio di Secondaria di II grado tra il tasso di scolarità degli studenti con cittadinanza non italiana (66,7%) rispetto a quello degli studenti italiani (80,7%), evidenzia un impedimento a un terzo degli studenti con cittadinanza non italiana di realizzare una formazione più completa per l'inserimento nel mondo del lavoro e, quindi, di inserirsi a pieno nel sistema socio – economico italiano.

Per quanto riguarda la distribuzione degli studenti per cittadinanza a livello di aree geografiche, i dati 2018/2019 confermano che il tasso di presenza degli studenti con cittadinanza non italiana rappresentato nel grafico (fig. 30) è più elevato nelle regioni settentrionali:

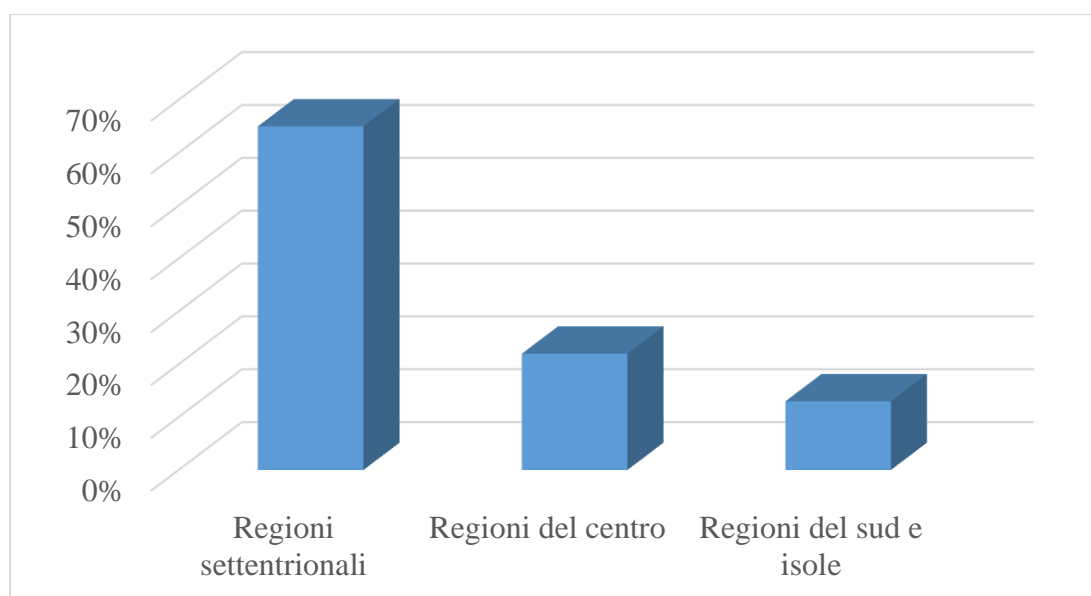


Fig. 30 - Tasso di presenza degli studenti con cittadinanza non italiana - A.S. 2018/2019 ("Fonte: Ministero dell'Istruzione – Ufficio Gestione Patrimonio Informativo e Statistica")

In particolare dalla fig. 31 seguente estrapolata dal Rapporto “Gli alunni con cittadinanza non italiana A.S. 2018/2019” [47], si evince che l'incidenza degli studenti con cittadinanza non italiana nelle regioni del sud e isole è inferiore alla media nazionale del 10,0%, anche se si rileva negli ultimi anni, la crescita in numeri assoluti degli studenti con cittadinanza

non italiana anche in alcune regioni meridionali come in Campania dove, nel triennio 2016/2017-2018/2019, l'aumento percentuale degli studenti con cittadinanza non italiana iscritti si attesta intorno al +15,2%.

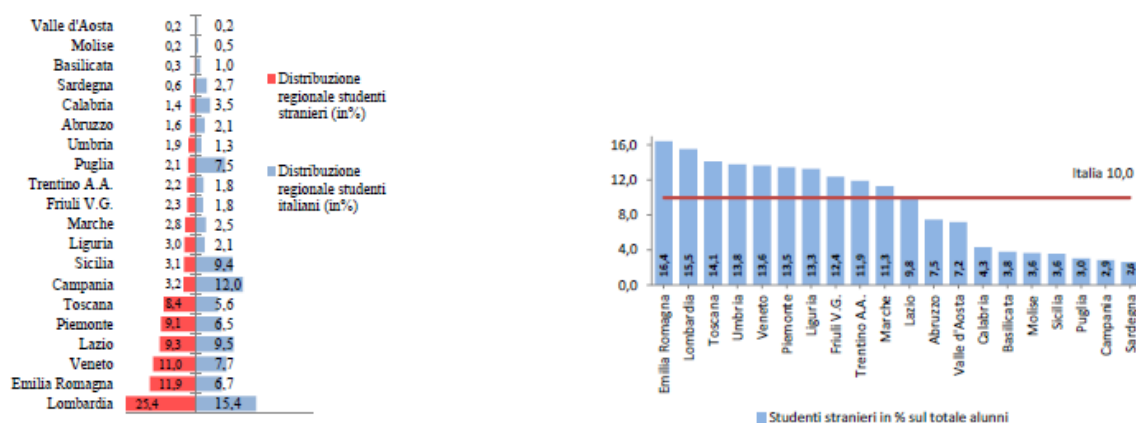


Fig. 31- Composizione percentuale degli studenti per cittadinanza e regione – A.S. 2018/2019 in relazione con i dati degli studenti con cittadinanza non italiana in rapporto al totale degli studenti per regione (valori percentuali) – A.S. 2018/2019 2019 ("Fonte: Ministero dell'Istruzione – Ufficio Gestione Patrimonio Informativo e Statistica")

Nell'ultimo rapporto INVALSI 2019 [43], dall'analisi della variabilità dei risultati delle prove e, quindi, di quanto i risultati dei singoli studenti si discostano fra loro e dalla media, si rileva che la variabilità tra scuole e tra classi è elevata nelle regioni del sud e delle isole già dalla scuola primaria, sia in Italiano (circa 27%) che in Matematica (circa 37%), riducendosi in terza secondaria di primo grado, ma rimanendo comunque sempre al di sopra di quella che si registra nell'Italia centrale e settentrionale. Come già anticipato in introduzione a questo lavoro di tesi, attraverso lo studio della variabilità dei risultati delle prove INVALSI è possibile avere una misura di quanto gli esiti dei singoli studenti siano differenti fra loro e dalla media, considerando questo uno degli indicatori di equità del sistema educativo, con la variabilità totale come somma delle variabilità nei risultati fra le scuole, fra le classi, fra gli alunni della stessa classe. Mentre la variabilità all'interno della stessa classe è da riferirsi a differenze di natura sociale e personale fra gli alunni e quindi su cui è complesso agire, le altre due sono oggetto di studio e sono attenzionate come

indicatori di equità del sistema educativo. In particolare, quella fra scuole, su cui anche è articolato agire, dipende dai territori in cui sono ubicate le istituzioni scolastiche e da cui proviene la platea degli studenti. Quella fra classi è invece l'unico indicatore di equità su cui realisticamente si può agire, perché dipende da come le classi vengono formate, evitando, ad esempio, l'«effetto di contesto» o di composizione del gruppo, per cui l'apprendimento di uno studente non è funzione solo delle sue caratteristiche personali ma anche, in una qualche misura, di quelle dei compagni con i quali si trova a interagire. In riferimento al parametro di cittadinanza che in alcune classi è di considerevole consistenza nella percentuale di costituzione del gruppo classe, addirittura si parla di “effetto pavimento” e cioè una sorta di appiattimento degli esiti verso il basso. Per punteggi piuttosto bassi (< 150), infatti, si è rilevato in questo lavoro di tesi che le differenze di esito tra alunni con cittadinanza italiana e con cittadinanza non italiana sono in genere relativamente contenute. Di “effetto pavimento” e di “effetto di contesto” si approfondirà, comunque, l'analisi nei paragrafi seguenti.

3.4.4 La distribuzione degli studenti per regolarità

Dalle rilevazioni Invalsi relative alle prove di matematica effettuate nell'anno scolastico 2017/18 si possono dedurre i dati relativi alla distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento in Matematica per regolarità. Nel grafico seguente (fig. 32) è evidente come il parametro di regolarità influisca sui livelli di apprendimento; in particolare per i posticipatari e cioè per gli alunni con una età superiore rispetto al livello di scolarità dei regolari si rileva una percentuale alta di livello 1 rispetto ai regolari, pari circa 3 volte superiore.

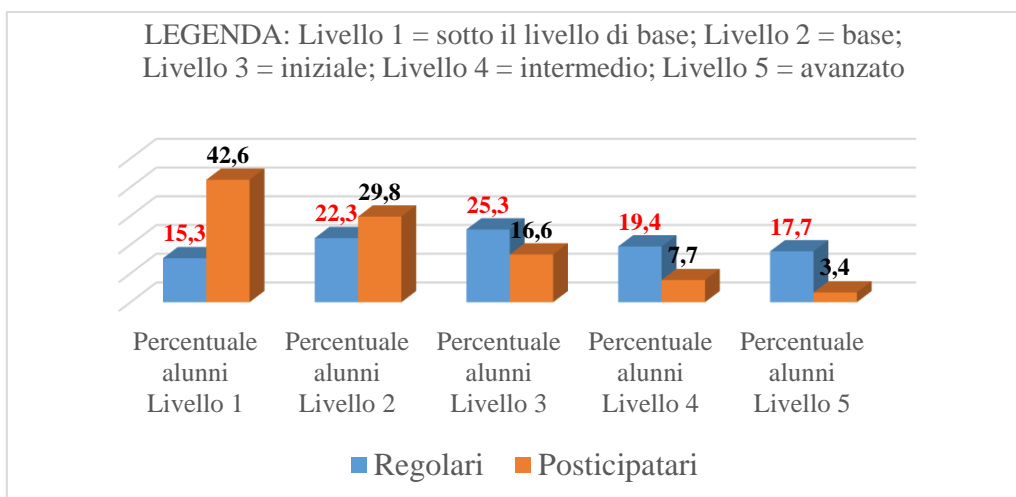


Fig. 32 - Distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento per regolarità in Matematica – Anno sc.2017-18

In riferimento, invece, ai medesimi dati ma riferiti ai Licei scientifici, dal grafico seguente (fig. 33) si rileva che il Livello 5 è raggiunto in percentuale più alta dai regolari.

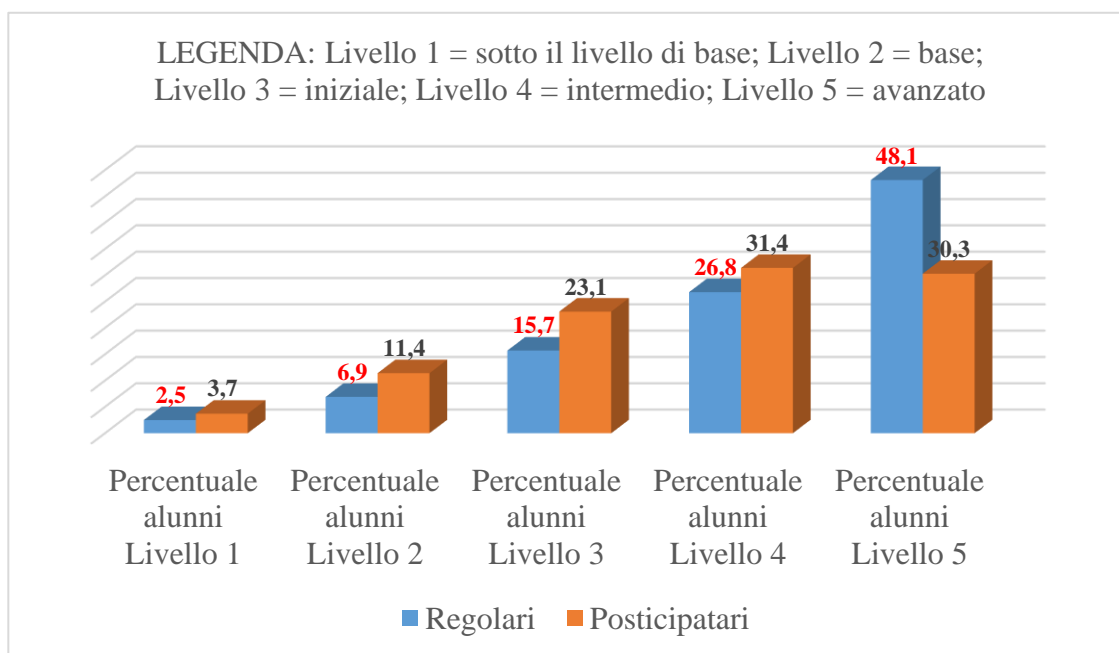


Fig. 33 - Distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento per Regolarità Matematica Licei scientifici – Anno sc. 2017- 18

In riferimento agli studenti nella Regione Marche, con riguardo al parametro di regolarità, lo studio oggetto di questa ricerca ha voluto evidenziarne l'eventuale incidenza sugli esiti delle prove INVALSI di matematica. Come primo passaggio sono stati analizzati i dati relativi agli

esiti delle prove INVALSI di matematica - GRADO 5 (a.s.2013-14) – Regione Marche, inferiori alla media 200 (fig. 34).

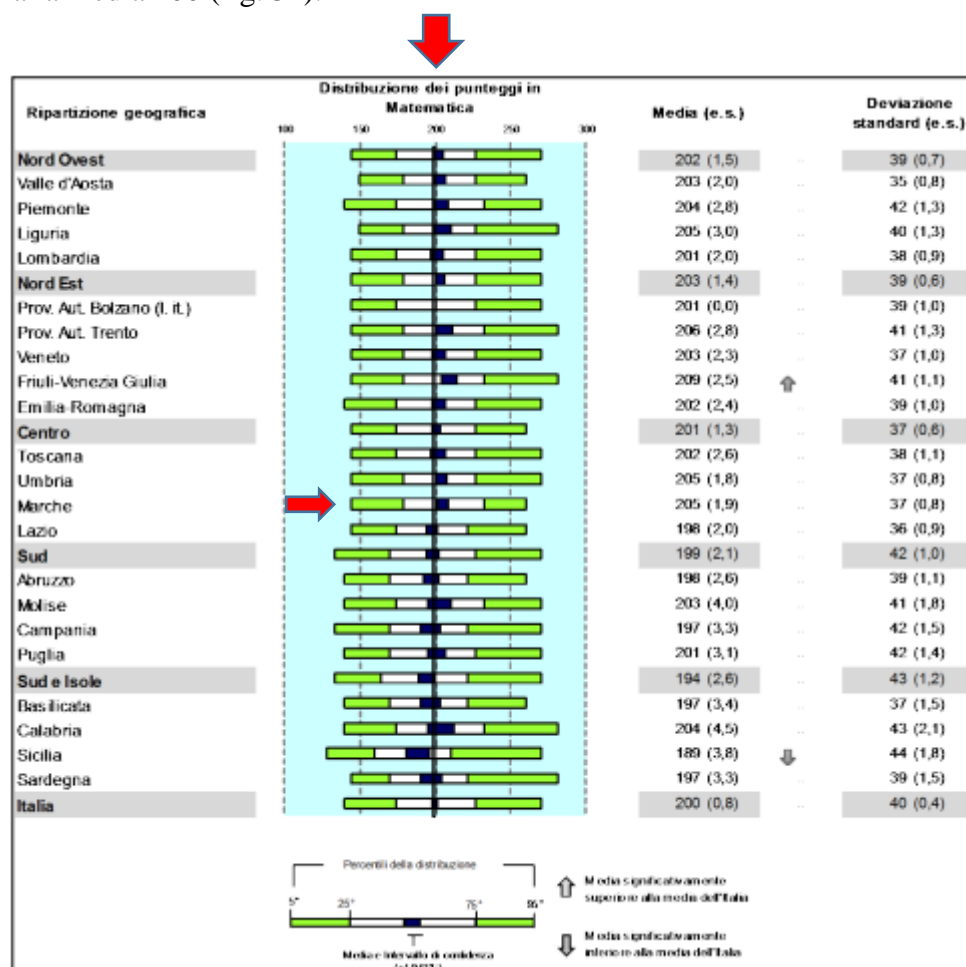


Fig. 34 – Grafico dei punteggi medi di matematica – Grado 5 - a.s.2013/14 – Fonte Dati INVALSI

Del 42% degli studenti delle classi V Primaria che avevano conseguito un punteggio inferiore al valore medio nazionale (200), il 4,7% era costituito da alunni non regolari – posticipatari e lo 0,3% da alunni non regolari, ma anticipatari. Seguendo, poi, il percorso scolastico dello studente mediante il codice SIDI, è stato possibile rilevarne gli esiti in continuità fino alla classe III secondaria di primo grado a.s. 2016/17, con il risultato che circa il 30% risultava iscritto alla classe terza secondaria di primo grado a.s. 2018/19 e quindi non regolare. Di questi ragazzi, parte hanno alimentato il fenomeno dell'abbandono di cui la fig. 34 seguente ne rappresenta l'entità negli anni scolastici 2015/16 e 2016/17 nella Regione Marche, così come rilevato dall'Ufficio statistico.

Abbandono complessivo nella Regione Marche - nell'a.s.2015/2016 e nel passaggio all'a.s.2016/2017			
Scuola sec. I grado			
Provincia	Frequentanti inizio anno scolastico	Abbandono complessivo	Abbandono (%)
Ancona	12.997	54	0,4%
Ascoli Piceno e Fermo	10.090	66	0,7%
Macerata	8.550	55	0,6%
Pesaro-Urbino	10.128	41	0,4%
REGIONE MARCHE	41.765	216	0,5%
Scuola sec. II grado			
Provincia	Frequentanti inizio anno scolastico	Abbandono complessivo	Abbandono (%)
Ancona	21.526	753	3,5%
Ascoli Piceno e Fermo	18.798	823	4,4%
Macerata	14.823	425	2,9%
Pesaro-Urbino	16.075	466	2,9%
REGIONE MARCHE	71.222	2.467	3,5%

Fonte: MIUR - Direzione generale per i contratti, gli acquisti e per i sistemi informativi e la statistica

Fig.34– Dati sull'abbandono scolastico nella Regione Marche Anni sc. 2015/16 e 2016/17- Fonte Uff. Statistica Regione Marche - <http://statistica.regione.marche.it/>

Considerando sempre lo stesso campione, interessante è stato rilevare che oltre il 42% degli studenti delle classi V Primaria a.s. 2013/14 avevano conseguito un punteggio inferiore al valore medio nazionale e di questi il 6,3% era costituito da alunni stranieri di prima generazione e il 12,2% da alunni stranieri di II generazione. Altro dato interessante evidenziato da questa ricerca è che per punteggi piuttosto bassi (< 150) le differenze tra alunni italiani e alunni stranieri sono in genere relativamente minori, per una sorta di «*effetto pavimento*» come evidenziato dal grafico delle fig. 35 seguente:

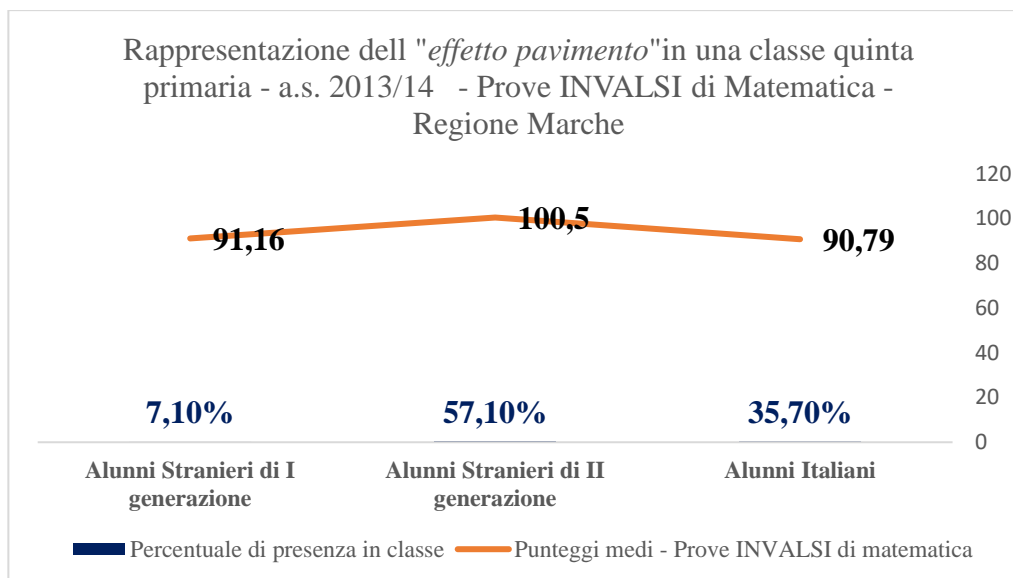


Fig.35 – Grafico che rappresenta il fenomeno dell' "effetto pavimento" – Prove di matematica – Grado 5 a.s.2013-14 – Regione Marche Fonte Dati Invalsi

Quando nella classe la presenza di alunni con cittadinanza non italiana supera quella degli alunni con cittadinanza italiana in percentuale come in questo caso (oltre il 64% di alunni tra I e II generazione), la media nella performance nelle prove di matematica degli alunni italiani si avvicina in modo significativo alla media degli alunni con cittadinanza non italiana (in questo caso alunni stranieri di II generazione).

Tali dati fanno propendere a ritenere che la regolarità sia lo specchio della predisposizione allo studio e all'approfondimento, ma allo stesso tempo, ricomprendendo nella percentuale dei ritardatari alte percentuali di alunni con cittadinanza non italiana e con un livello socioeconomico – culturale più basso, sia anche il risultato della combinazione di questi altri parametri, su cui la composizione delle classi può influire a mitigarne gli effetti negativi. Come infatti un contesto deprivato dal punto di vista socioeconomico, poco stimolante da un punto di vista culturale può determinare effetti non positivi sugli esiti di tutti i componenti della classe, così si possono avere al contrario effetti positivi anche sul singolo che pur trovandosi in una situazione di svantaggio culturale viene stimolato dai compagni, quando il contesto

predominante è trainante verso l'alto. Questo è quanto si è verificato nella classe di 21 alunni analizzata con i dati a disposizione e individuata dal codice classe 411010110801; si evidenzia (fig.36) che il contesto "positivo" (il 71% degli alunni ha conseguito esiti tutti al di sopra della media 200) ha influenzato lo studente straniero di I generazione regolare il cui punteggio nella prova di Matematica è in linea con il punteggio medio della classe (e cioè al di sopra

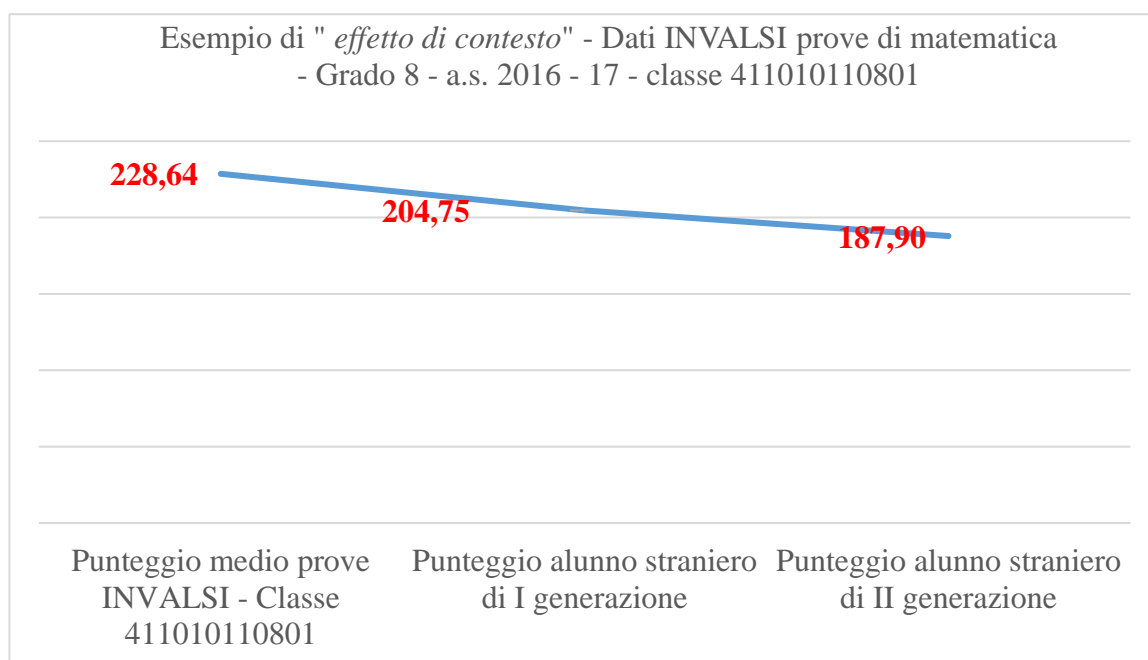


Fig.36 – Grafico che rappresenta il fenomeno dell'“effetto di contesto” – Fonte Dati Invalsi

della media), mentre l'unico studente non regolare postcipatario e straniero di seconda generazione non raggiunge il punteggio medio nazionale.

Per un sistema educativo che assicuri l'equità, quindi, un ambiente eterogeneo è fondamentale per costruire ambienti sociali fisici e dinamici di apprendimento (le classi) che siano da stimolo reciproco agli allievi, anche per l'attivazione del comportamento imitativo, mediato da quelli che, alla fine degli anni '90 l'equipe dell'Università di Parma guidata dal Prof. Rizzolati, ha definito i neuroni specchio [35]. D'altra parte, la modalità interattiva dell'apprendimento è sottolineata anche da Vygotskij [48], per il quale l'apprendimento, attraverso l'intervento dell'altro, ne promuove lo sviluppo e lo determina, permettendo lo sviluppo delle FPS (funzioni psichiche superiori), quelle cioè che sottendono agli apprendimenti complessi.

L'interazione con un compagno più abile e competente, permette infatti, anche in età precoce, di accedere a nuove zone di sviluppo prossimali (ZSP), accorciando di volta in volta la distanza fra il livello di sviluppo attuale (definito come grado di conoscenza e abilità evidenziato da un soggetto che affronta individualmente un compito) e il livello di sviluppo potenziale di cui un soggetto dà prova quando affronta un compito simile in collaborazione con un soggetto più esperto.

3.4.5 I risultati in matematica per livello socioeconomico - culturale

L'OCSE e la IEA sono stati i primi a ideare un indicatore che misurasse il contesto socioeconomico-culturale mettendo a punto l'ESCS – Economic, Social and Cultural Status che, poi, l'INVALSI ha preso a modello per realizzare un indicatore ESCS basato sulle caratteristiche delle proprie rilevazioni nazionali. L'indicatore ESCS rappresentato nella sua composizione dal grafico seguente (fig.37):

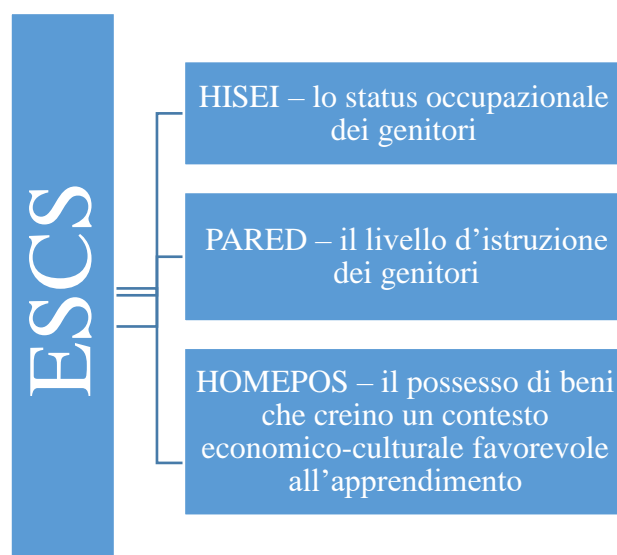


Fig. 37 – Grafico di composizione dell'indicatore ESCS

è la sintesi fatta tramite analisi fattoriale di tre variabili che monitorano diversi aspetti delle condizioni socioeconomiche e culturali quali ad esempio home possess (HOMEPOS) – che per PISA 2012 comprendeva tutte le voci WEALTH, CULTPOS e HEDRES, nonché i libri in casa ricodificato in una variabile categoriale a quattro livelli (minore o uguale a 25 libri, 26-

100 libri, 101-500 libri, più di 500 libri); il livello occupazionale più alto dei genitori (HISEI); il livello più alto di istruzione dei genitori espressa in anni di scolarizzazione (PARED). ESCS è, nell'analisi ACP, la componente principale che riassume l'insieme delle caratteristiche di HISEI, PARED e HOMEPOS, rendendo minima la perdita di informazioni. L'analisi fattoriale o delle componenti principali (ACP), infatti, è una tecnica statistica che trasforma un insieme di variabili correlate tra di loro (con una correlazione maggiore in valore assoluto di 0,3) in un numero minore di nuovi costrutti (detti componenti principali) indipendenti e quindi non correlate (cioè ortogonali fra loro nello spazio), minimizzando la possibile perdita di informazione. L'ACP (Principal Component Analysis - PCA), in questo caso, ha avuto l'obiettivo di massimizzare la varianza delle variabili HISEI, PARED e HOMEPOS, calcolandone il peso da attribuire per poterle concentrare nell'unica variabile ESCS detta componente principale, che diviene la loro combinazione lineare, come riportato nella formula seguente di cui in seguito ne spiegheremo i contenuti:

$$(3.1) \quad ESCS = \frac{\beta_1 HISEI' + \beta_2 PARED' + \beta_3 HOMEPOS'}{\epsilon_f}$$

Essendo le variabili standardizzate, la varianza totale è pari al numero delle variabili (dato che ogni variabile presenta varianza uguale a 1) per cui nel nostro caso 3. Le covarianze sono date dalla matrice dei coefficienti di correlazione bivariata fra le stesse, dove ogni coefficiente di correlazione bivariata è dato dal prodotto delle varianze (e quindi la covarianza) fra due variabili standardizzate. Quindi, una matrice di correlazioni bivariate può essere considerata come una matrice di varianze e covarianze fra variabili standardizzate. Il punto di partenza, quindi, anche in questa analisi ACP è la costruzione della matrice delle correlazioni:

	HISEI	PARED	HOMEPOS
HISEI	1	cor(HISEI ,PARED)	cor(HISEI, HOMEPOS)
PARED	cor(PARED,HISEI)	1	cor(PARED,HOMEPOS)
HOMEPOS	cor(HOMEPOS,HISEI)	cor(HOMEPOS,PARED)	1

da cui si estrae la componente principale ESCS. La combinazione lineare è il risultato di un'operazione di somma ponderata che combina le tre variabili HISEI, PARED e HOMEPOS in un unico costrutto o componente principale ESCS. Nella formula (3.1) l'autovalore della componente principale ε_f è dato dalla combinazione lineare di tutte le variabili immesse nella matrice delle correlazioni. A tale autovalore è associato un autovettore nel quale sono riportati i pesi componenziali (*component loadings*) che esprimono il peso di ogni variabile HISEI, PARED e HOMEPOS rispetto alla componente principale ESCS e sono equivalenti ai coefficienti bivariati di correlazione lineare. Tali coefficienti o pesi componenziali esprimono i pesi 'lordi' di ponderazione di ogni variabile e, elevati al quadrato, esprimono la quota di varianza lorda in comune tra ciascuna variabile e la componente principale.

In accordo con le indicazioni di OCSE-PISA sono stati assunti come valori dell'ESCS i pesi componenziali associati alla prima componente principale (normalmente in grado di spiegare almeno il 50% della varianza totale) e la formula che esprime l'ESCS [49] è data, come anticipato, dalla:

$$(3.1) \quad ESCS = \frac{\beta_1 HISEI' + \beta_2 PARED' + \beta_3 HOMEPOS'}{\varepsilon_f}$$

dove β_1 , β_2 e β_3 sono i coefficienti di ponderazione OCSE e HISEI, PARED e HOMEPOS le variabili "standardizzate OCSE". I coefficienti β_1 , β_2 e β_3 rappresentano il peso che ogni variabile HISEI, PARED e HOMEPOS ha nel determinare la componente ESCS e ne

permettono la sua determinazione. Le variabili HISEI, PARED e HOMEPOS sono normalizzate con media 0 e varianza unitaria, per cui anche l'ESCS è un indicatore a media nulla e deviazione standard unitaria.

I dati per determinare l'ESCS nelle rilevazioni INVALSI vengono raccolti sia mediante il questionario studente somministrato agli studenti, che attraverso dati forniti dalle segreterie scolastiche. L'HISEI che definisce la condizione occupazionale dei genitori mediante i dati relativi a BFMJ – livello occupazionale del padre e BMMJ – livello occupazionale della madre è un fattore rilevante soprattutto per gli alunni della scuola primaria. L'indicatore PARED indica il livello d'istruzione, ed è calcolato in anni d'istruzione formale secondo gli standard internazionali ISCED – International Standard Classification of Education. Per misurare, infine, il benessere economico-culturale dello studente si usa l'indicatore HOMEPOS che si basa sul possesso nell'ambiente domestico di condizioni (spazi e strumenti adeguati) favorevoli allo studio personale. Un allievo con un valore individuale dell'ESCS positivo è uno studente con un background socioeconomico-culturale più favorevole rispetto alla media italiana e poiché l'ESCS - come già anticipato - è un indicatore a media nulla e deviazione standard unitaria, l'entità dello scostamento dalla media nazionale è valutata in funzione della deviazione standard: se l'allievo d'interesse presenta un ESCS pari a 1,5, esso è superiore di un'unità e mezzo di deviazione standard rispetto alla media nazionale.

Ovviamente lo scopo di raccogliere tutti questi dati e quindi di considerare anche il parametro ESCS, si innesta sul piano della valutazione dell'“EFFETTO SCUOLA” o del “VALORE AGGIUNTO” di un'istituzione scolastica; parametri che misurano per una istituzione scolastica il contributo al miglioramento dell'apprendimento degli alunni, al netto del condizionamento esercitato anche da detti fattori esterni al suo operato, contribuendo, anche, alla valutazione del grado di equità del sistema scolastico.

Il contesto socioeconomico e culturale degli alunni, quindi, gioca un ruolo molto importante sui livelli di apprendimento conseguiti, per cui monitorare l'influenza dell'indicatore ESCS – l'Economic, Social and Cultural Status - permette di comprendere l'incidenza del contributo del sistema educativo sui risultati degli allievi, in quanto viene considerato il progresso ottenuto rispetto ai loro livelli di partenza. Il maggiore vantaggio economico, ma anche sociale e culturale, crea migliori condizioni per il conseguimento di risultati più soddisfacenti, per cui considerare l'indicatore ESCS assume un notevole valore predittivo rispetto ai risultati conseguiti dagli allievi. Anzi come riportato nel OECD Multilingual Summaries Education at a Glance 2018 - OECD Indicators [50] *“nell'istruzione, l'impatto dello status socioeconomico sull'equità tende a prolungarsi lungo tutto l'arco della vita”* in quanto le persone i cui genitori hanno un basso livello di istruzione hanno meno probabilità di frequentare scuole dell'infanzia, di completare un percorso di studi nella scuola secondaria superiore e di accedere a livelli d'istruzione terziaria rispetto a coloro che hanno almeno un genitore laureato.

Nella fig. 38 tratta dallo Speciale Rapporto INVALSI 2019 [51], si rileva come questo parametro abbia influito anche sulle rilevazioni per l'anno scolastico 2018/19 per gli apprendimenti in Matematica:

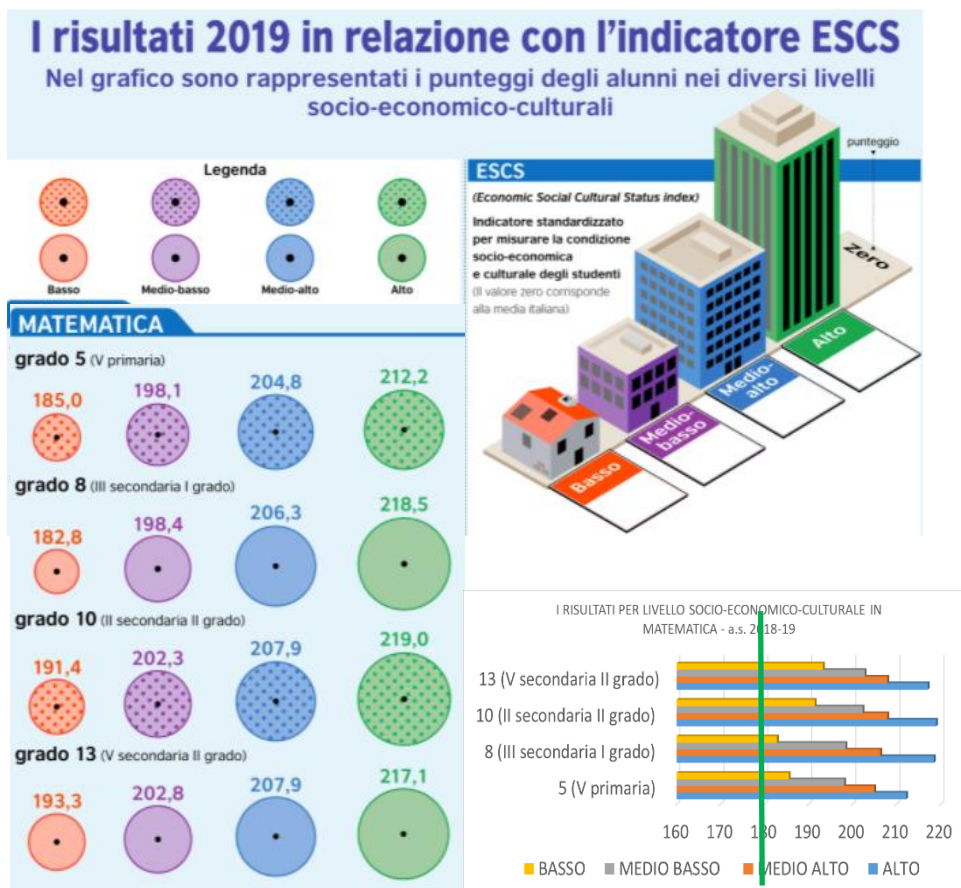


Fig. 38 – I risultati nelle Prove Invalsi 2018-19 in relazione con l'indicatore ESC – Fonte Invalsi Open

Nella fig. 38 il grafico a barre rappresenta i punteggi per matematica degli alunni per i diversi livelli socioeconomico-culturali corrispondenti ai quartili dell'indice ESCS – a. s. 2018-19 e rispetto alla media nazionale (200); nel livello socioeconomico-culturale basso la peggiore performance nelle prove di Matematica rispetto alla media si rileva nel grado 8. La relazione tra status socioeconomico-culturale e risultati nelle prove INVALSI non si configura come un rapporto di causa-effetto, per cui non necessariamente livelli bassi/alti di ESCS sono da preludio o sono giustificazione di risultati non positivi/positivi. Il dato va letto come condizione al contorno che mediamente costituisce uno svantaggio/vantaggio per l'acquisizione di livelli base e avanzati di apprendimento. Nel Rapporto Prove Invalsi 2019 [43] si ribadisce tuttavia che se si confronta la distribuzione degli studenti appartenenti ai quattro quartili della distribuzione dell'ESCS (Basso, Medio basso, Medio

alto, alto) nei livelli di Matematica (grafico a barre fig.38), si rileva che i punteggi delle prove crescono man mano che aumenta l'indicatore ESCS.

Le prove di Matematica, come abbiamo già dato conto nei precedenti paragrafi, dei gradi 8, 10 e 13 sono valutate anche con un'altra modalità: oltre l'attribuzione di un punteggio numerico su una scala quantitativa (Rasch), anche mediante l'assegnazione di un livello di competenza secondo una scala da 1 a 5 (di cui approfondiremo i contenuti nei prossimi paragrafi) che descrive che cosa lo studente sa fare in riferimento all'esito della prova. Questa seconda modalità di restituzione dei dati, di natura più qualitativa, fornisce informazioni utili sia allo studente che ai docenti, perché fornisce ad entrambi il livello attuale di competenza e i margini di miglioramento e le aree di intervento per il raggiungimento dei traguardi previsti dalle Indicazioni Nazionali [52] e dalle Linee Guida [53]. Ebbene, in riferimento a detti livelli di apprendimento, un esempio studio sono i seguenti dati di distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento per Quartili ESCS Matematica Licei scientifici, riferiti alle rilevazioni Invalsi 2018- 19 - Classi Seconde Scuola secondaria di secondo grado (GRADO 10). Dalle rilevazioni, a livello nazionale, si può rilevare dal grafico seguente (fig. 39) che per il livello 5, le cui percentuali sono quasi doppie rispetto al livello 4, sembra non così rilevante il parametro relativo all'indicatore ESCS sui risultati di apprendimento.

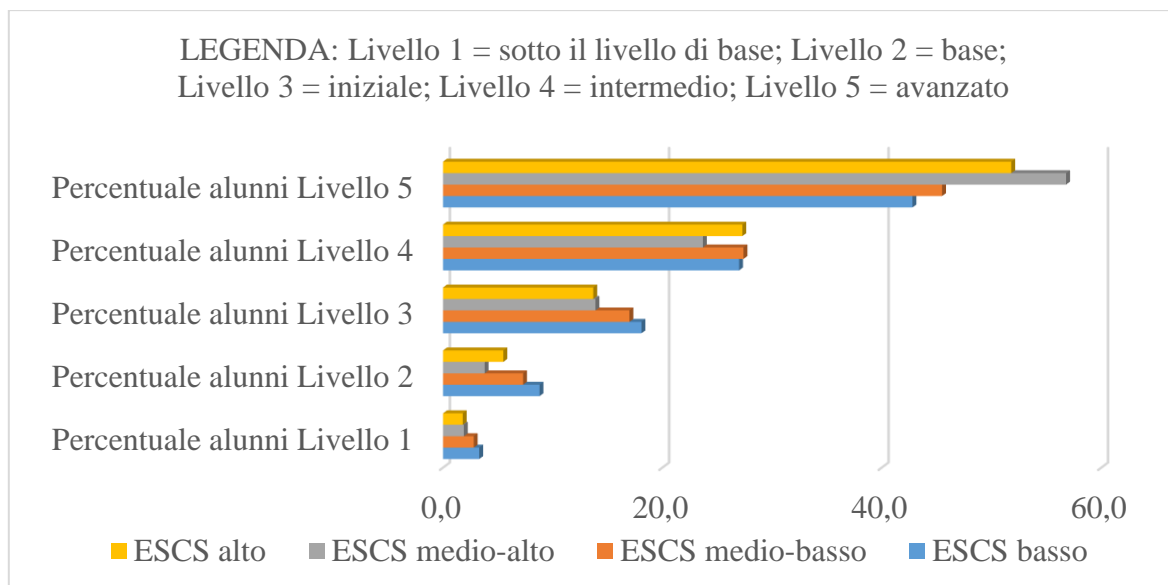


Fig. 39 - Distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento per Quartili ESCS Matematica Licei scientifici

Se si contestualizzano i dati, essi risultano coerenti con il profilo di competenza dello studente che si iscrive al Liceo Scientifico, il cui Profilo Educativo, Culturale E Professionale (PECUP) contempla, tra l'altro, l'acquisizione delle conoscenze e dei metodi propri della matematica, della fisica e delle scienze naturali come obiettivo primario e caratterizzante. Allo stesso tempo, considerati i contesti di riferimento a cui afferisce la platea scolastica di un Liceo Scientifico, dove sono molto più preponderanti le percentuali di studenti con livelli alti e medio alti di ESCS, sicuramente è da rilevare l'effetto di contesto o di composizione del gruppo, per cui l'apprendimento di uno studente e il suo progresso è tanto maggiore quanto più il livello medio di apprendimento del gruppo del quale fa parte è alto. Con questi riferimenti appare ancora più evidente il ruolo della scuola, come prima agenzia educativa atta a garantire parametri di equità e di rivendicazione sociale a tutti i ragazzi, compresi quelli che vivono in contesti sociali svantaggiati, assicurando la possibilità di avere una formazione appropriata e un'educazione adeguata e competente. La possibilità, infatti, di accedere a livelli alti negli studi e di dare slancio alle proprie attitudini e al proprio potenziale, contando solo sulle proprie capacità di sviluppo di competenze e abilità a prescindere dalle condizioni socioeconomiche

della famiglia d'origine, è un obiettivo che qualifica il sistema d'istruzione e ne definisce il grado di equità. Se, come dagli studi della letteratura, si evince che in nessun Paese il sistema scolastico riesce a raggiungere pienamente questo obiettivo, finalità e motivo di questo studio di ricerca è definire i parametri da tenere sotto controllo per assicurare politiche scolastiche e scelte organizzative e didattiche che limitino le diseguaglianze di fronte all'istruzione e fornire strumenti matematici di interpretazione della realtà relativa ai sistemi scolastici italiano e marchigiano e predittivi per una riduzione del fenomeno così come richiesto dal GOAL 4 dell'Agenda 2030. Se si fa riferimento alla Scheda Paese dell'Education at a glance 2018 [54], in Italia mentre risulta positivo il dato della scolarizzazione pre-primaria e nella scuola dell'obbligo, si conferma la distanza rispetto alle medie europee nel conseguimento di titoli di studio qualificati, con un notevole divario tra Nord e Sud e a livello regionale. Il condizionamento del background socioculturale e familiare, quindi, incide sulle scelte e le opportunità delle generazioni successive, determinando una lenta mobilità intergenerazionale relativa al processo di scolarizzazione. I dati di seguito descritti sono dei campanelli d'allarme perché connessi con il benessere sociale e lo sviluppo economico di un Paese, per cui se si riesce a salvaguardare l'equità del sistema scolastico si riuscirà a dare al paese maggiore prospettiva di prosperità. Garantire la qualità dell'educazione e della formazione significa dar voce a un "*predittore*", non solo del percorso individuale, ma della sostenibilità economica, della coesione sociale e dei livelli di partecipazione ed inclusione. I decisori politici hanno, quindi, l'obbligo di garantire azioni di sostegno all'Istruzione e Formazione come primo passo per un welfare equo per tutti.

La partecipazione alla formazione secondaria tecnica e professionale (fig.40) in Italia, che è uno dei parametri di possibile diseguaglianza perché chi ne è privo con difficoltà trova lavoro,



Fig. 40 – Percentuale di partecipazione in Italia ai programmi tecnici e professionali nella Secondaria superiore

dalle rilevazioni del 2018 risulta più alta della media Ocse e leggermente più bassa della media europea; è da rilevare anche qui il gender gap, in favore dei maschi. Nel documento “ [55]” si precisa che nel 2018 la quota di 25-64enni con un’istruzione terziaria era del 19% rispetto al 28% tra i 25-34enni, dimostrando una maggiore incidenza per questa fascia di età. Per la Regione Marche il grafico (fig. 41) rappresenta la percentuale di popolazione in età 30-34 anni che ha conseguito un livello di istruzione 5 e 6 (Isced97) nel periodo dal 2004 al 2018 con un andamento non costante: il dato prima cresce e poi decresce.

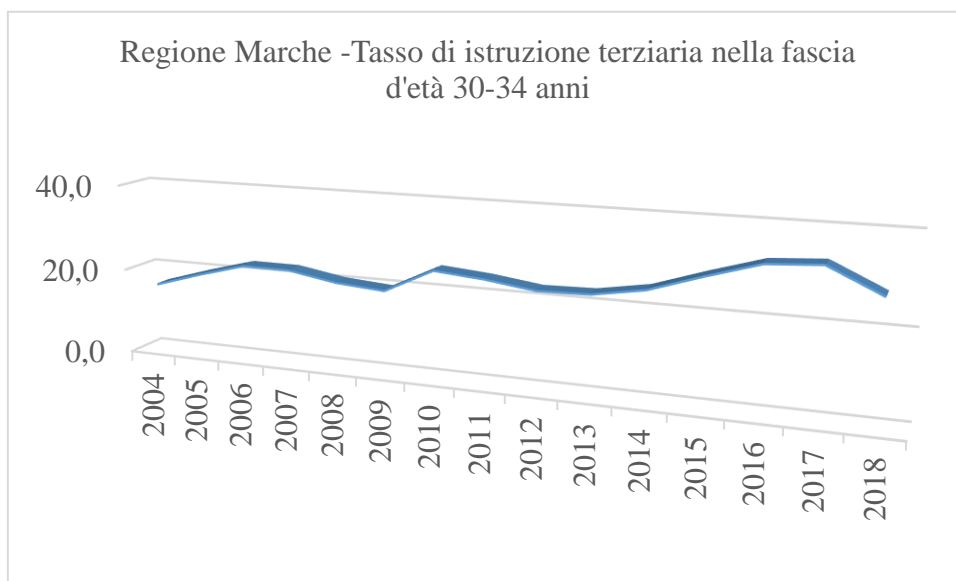


Fig. 41 - Popolazione in età 30-34 anni che ha conseguito un livello di istruzione 5 e 6 (Isced97) in percentuale sulla popolazione nella stessa classe di età - Fonte <http://statistica.regione.marche.it/>

Anche il tasso di scolarizzazione superiore per la Regione Marche il cui trend nel periodo 2004 – 2018 è rappresentato dal grafico seguente (fig. 42), se pur aumentato, non ha seguito un andamento di crescita costante.

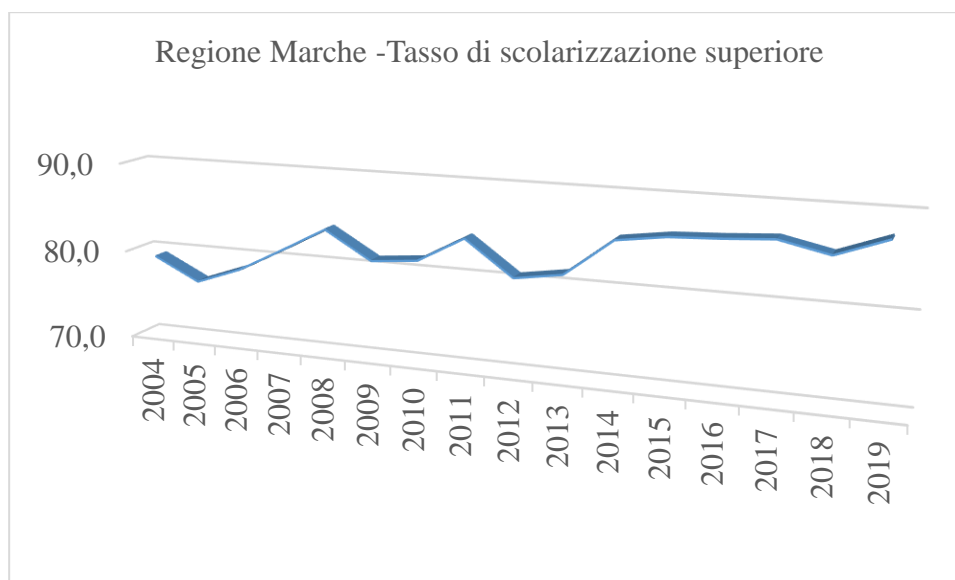


Fig. 42 – Percentuale di popolazione in età 20-24 anni che ha conseguito almeno il diploma di scuola secondaria superiore nel periodo 2004 – 2018 – Fonte <http://statistica.regione.marche.it/>

L' indicatore ESCS ha il merito, infine, di aiutare i ricercatori a leggere i risultati delle ricerche valutative in maniera differente, focalizzando l'attenzione più sui dati di contesto che su quelli di esito.

3.5 La valutazione degli Istituti scolastici

3.5.1 Come si calcola il valore aggiunto?

Il valore aggiunto è quel valore che l'Invalsi chiama “una misura del cambiamento” [56], è il contributo specifico che una scuola contribuisce a dare all'apprendimento dei suoi alunni, al netto del condizionamento esercitato su di esso dai fattori esterni al suo operato, è cioè l'output del processo insegnamento – apprendimento, di cui è responsabile il sistema scuola. Il valore aggiunto [57] è dato dalla differenza tra i risultati osservati di una certa scuola e i risultati attesi, secondo la seguente equazione:

$$\text{valore aggiunto} = \text{risultati osservati} - \text{risultati attesi}$$

Per il calcolo dell'effetto scuola sono presi in considerazione i seguenti dati:

- **punteggio osservato** = risultato nella prova Invalsi, rappresenta il livello di preparazione effettivamente raggiunto dagli allievi che va confrontato con i risultati medi regionali;
- **punteggio atteso** in conseguenza dei fattori esogeni, quali l'effetto del contesto e la preparazione pregressa degli allievi.

Il punteggio atteso per l'effetto del contesto è per ogni scuola definito dall'esito delle variabili relative, raccolte mediante le informazioni inviate dalle segreterie delle scuole e/o acquisite tramite il questionario studente; la preparazione pregressa degli allievi è riferita sempre a esiti standardizzati e si riferisce al punteggio conseguito da ciascun allievo nella prova Invalsi del livello precedente e oggetto di rilevazione nazionale.

Il valore aggiunto è la quantificazione dell'effetto scuola, ossia di quella parte relativa all'esito di una prova che non dipende dai fattori esogeni (Fig.43) che la scuola "subisce", non gestisce e, quindi, non può modificare [58]

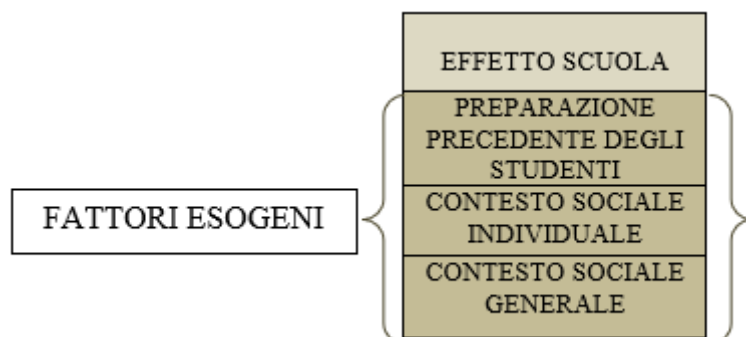


Fig.43 - Composizione dei risultati di una prova

3.6.2 Perché il valore aggiunto è importante?

Il valore aggiunto è uno strumento che consente alle scuole di identificare il peso dell'effetto scuola sui risultati degli studenti nelle prove Invalsi per un determinato anno scolastico. In questo modo, ogni scuola può valutare il peso complessivo della propria azione di miglioramento, sui risultati conseguiti dai propri allievi, al netto del peso dei fattori esterni non controllabili. Nel caso di una scuola secondaria di secondo grado della provincia di Macerata che si trova ad operare in contesto dove è alta la percentuale di alunni con cittadinanza non italiana, dal Rapporto di autovalutazione (RAV) si rileva che l'effetto scuola è più basso di quello medio nazionale. Ciò significa che la scuola ottiene risultati medi più bassi di quelli che si riscontrano su base nazionale in scuole con una popolazione studentesca analoga. La scuola oggetto di studio è in area a rischio e a forte processo immigratorio, per cui si rilevano scarso supporto economico e culturale da parte delle famiglie degli studenti e un significativo numero di alunni BES tra cui un elevato numero di studenti di recente immigrazione, non italofofoni, profughi, minori non accompagnati.

Da come si evince, ad esempio, anche dal grafico seguente (fig. 44)

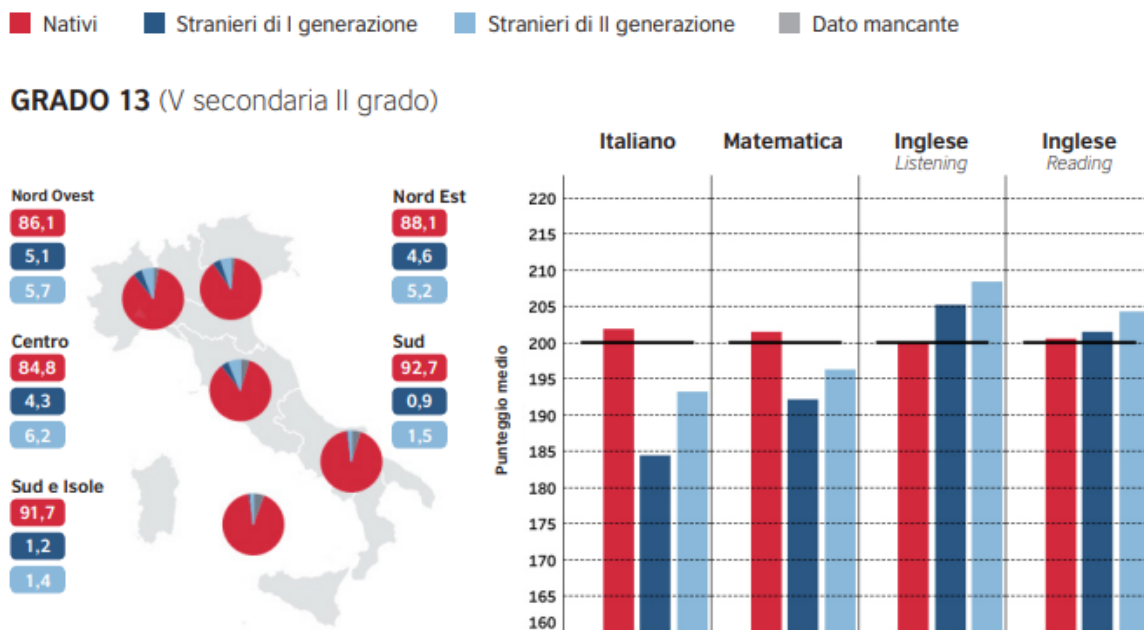


Fig. 44 - I risultati di nativi e stranieri – Grado 13- Fonte Dati Invalsi

i punteggi medi – Grado 13, anno scolastico 2018/19 - nelle prove di italiano mostrano che i risultati di nativi e stranieri sono significativamente differenti: mentre i nativi superano la media 200, sia gli stranieri di prima generazione che gli stranieri di seconda generazione raggiungono punteggi al di sotto della media nazionale.

Nell'esempio precedente la scuola ha confrontato le percentuali relative ai livelli raggiunti nelle prove di italiano dalle classi – Grado 13 (fig. 45)

Percentuali di livelli di competenza nelle prove Invalsi di Italiano - Grado 13 - a.s. 2018-19

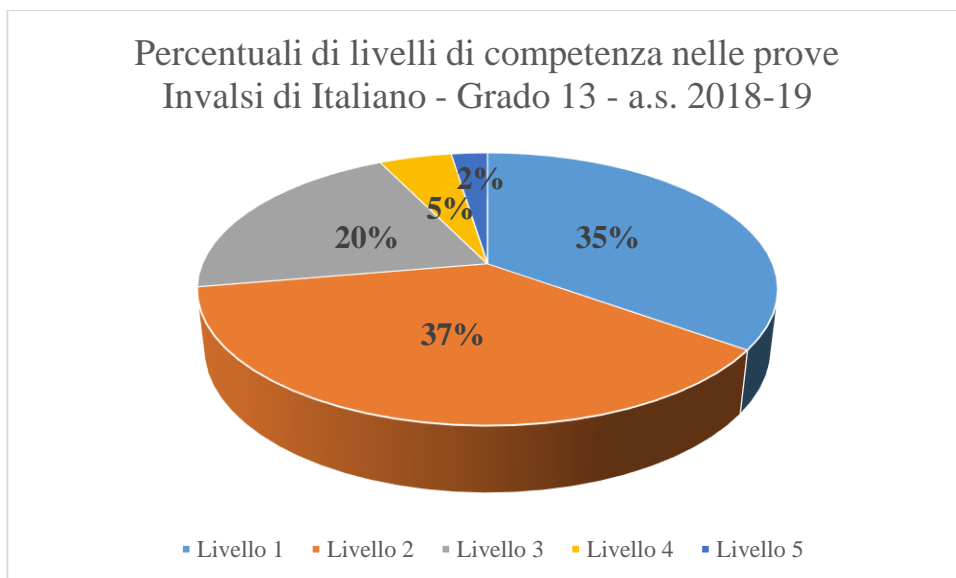


Fig.45 – Percentuale dei livelli per le classi – Grado 13 Istituto professionale -Provincia di MC

con le percentuali relative ai livelli nelle medesime prove e nello stesso Grado e per la stessa tipologia di istituto (Professionale), a livello regionale nell’anno scolastico 2018/19 (fig. 46).

■ livello 1 ■ livello 2 ■ livello 3 ■ livello 4 ■ livello 5

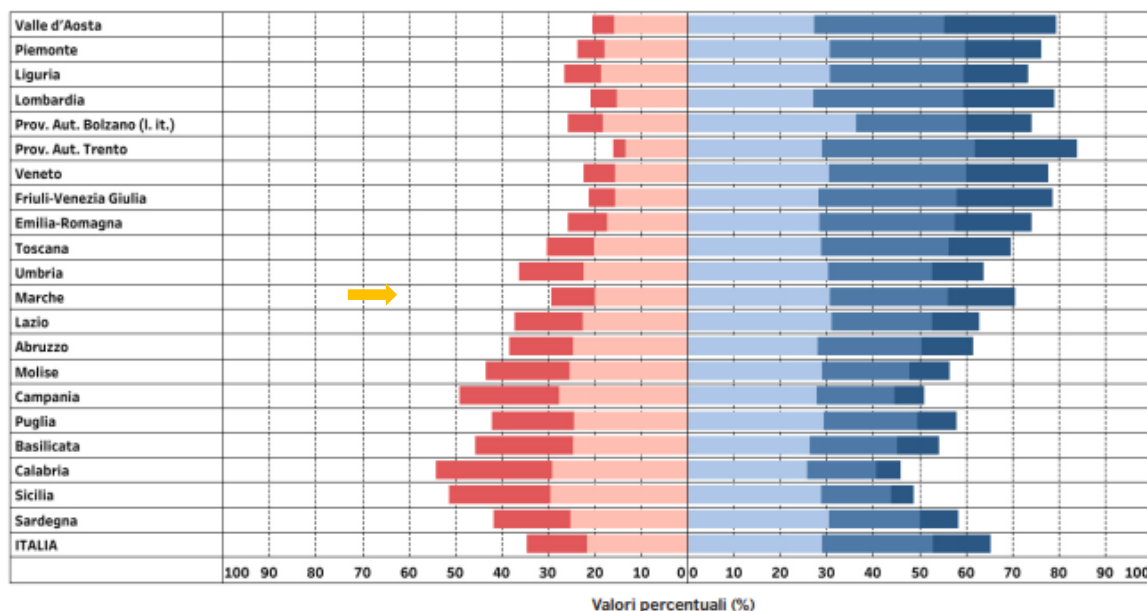


Fig. 46 – La distribuzione degli alunni nei livelli di competenza negli Istituti Professionali per ripartizione geografica - Fonte Dati Invalsi

Dal confronto dei dati, la scuola può capire dove si colloca riguardo agli esiti, rapportandosi con scuole con popolazione scolastica con caratteristiche similari.

A questo punto, la scuola, utilizzando una matrice o tabella a doppia entrata come nella fig.47 seguente, è in grado di valutare se l’apporto della scuola e, quindi, le azioni messe in campo hanno avuto un effetto significativo e “di cambiamento” sugli esiti, a prescindere dalle condizioni di contesto e di prerequisiti relativi a esiti standardizzati precedenti, su cui non può agire.

		GRIGIO CHIARO: INDICATORE DI VALORE AGGIUNTO POSITIVO		GRIGIO SCURO: INDICATORE DI VALORE AGGIUNTO NEGATIVO		
		↓	↓		↓	↓
		Effetto scuola positivo	Effetto scuola leggermente positivo	Effetto scuola pari alla media nazionale	Effetto scuola leggermente negativo	Effetto scuola negativo
→	Punteggio osservato sopra la media	Apporto della scuola molto evidente – Risultati buoni	Apporto della scuola evidente – Risultati buoni	Apporto della scuola nella media Risultati buoni	Apporto della scuola non adeguato – Risultati buoni	Apporto della scuola inadeguato – Risultati buoni
→	Punteggio osservato nella media	Apporto della scuola molto evidente – Risultati accettabili	Apporto della scuola evidente – Risultati accettabili	Apporto della scuola nella media – Risultati accettabili	Apporto della scuola non adeguato – Risultati accettabili	Apporto della scuola inadeguato – Risultati accettabili
→	Punteggio osservato sotto la media	Apporto della scuola molto evidente – Risultati da migliorare	Apporto della scuola evidente – Risultati da migliorare	Apporto della scuola nella media – Risultati da migliorare	Apporto della scuola non adeguato – Risultati da migliorare	Apporto della scuola inadeguato – Risultati da migliorare

Apporto della scuola non adeguato – inadeguato

Nuovo input per la scuola: **RISULTATI DA MIGLIORARE**

Fig. 47 – Tabella di Autovalutazione riguardo il valore aggiunto

Gli indicatori di valore aggiunto sono, quindi, importanti per valutare l'efficacia della scuola, cioè l'efficacia degli interventi posti in essere dall'istituto, tolto il peso dei fattori esogeni. È importante, infine, considerare i risultati di una scuola attraverso la valutazione congiunta dell'effetto scuola e del punteggio osservato e utilizzare entrambi come motore di un nuovo processo di rinnovamento didattico e ricerca – azione in campo metodologico. A tal proposito l'INVALSI ha perfezionato lo strumento di supporto alle scuole e ha predisposto una tabella (fig. 48) in cui le righe rappresentano il punteggio osservato rispetto alle tre medie territoriali – regione, macroarea e nazione – e le colonne rappresentano l'effetto scuola. Il simbolo verde permette all'Istituto di capire la sua posizione rispetto a questi due parametri.

Istituto nel suo complesso					
Effetto scuola calcolato rispetto a quello medio dei diversi aggregati territoriali di appartenenza					
Confronto tra il punteggio osservato dell'istituzione scolastica e il punteggio della regione	Effetto scuola positivo	Effetto scuola leggermente positivo	Effetto scuola pari alla media regionale	Effetto scuola leggermente negativo	Effetto scuola negativo
Sopra la media regionale ↑					
Intorno alla media regionale ↔			✓		
Sotto la media regionale ↓					
Licei scientifici					
Confronto tra il punteggio osservato dell'istituzione scolastica e il punteggio della macroarea	Effetto scuola positivo	Effetto scuola leggermente positivo	Effetto scuola pari alla media della macroarea	Effetto scuola leggermente negativo	Effetto scuola negativo
Sopra la media della macroarea ↑					
Intorno alla media della macroarea ↔			✓		
Sotto la media della macroarea ↓					
Licei scientifici					
Confronto tra il punteggio osservato dell'istituzione scolastica e il punteggio nazionale	Effetto scuola positivo	Effetto scuola leggermente positivo	Effetto scuola pari alla media nazionale	Effetto scuola leggermente negativo	Effetto scuola negativo
Sopra la media nazionale ↑					
Intorno alla media nazionale ↔		✓			
Sotto la media nazionale ↓					

Fig. 48 - Restituzione congiunta dell'effetto scuola e del punteggio osservato – Fonte Invalsi Open

3.6.2 L'effetto scuola, l'effetto di contesto, l'effetto pavimento

La ricerca si è spesso dedicata a sperimentare metodi e modelli matematici per stimare l'effetto della scuola sul progresso cognitivo degli alunni. A questo campo di ricerca ha dedicato un articolo (OECD, 2008) l'OCSE che distingue tra modelli di apprendimento contestualizzato e modelli che stimano essenzialmente il valore aggiunto. Per la misurazione dell'efficacia educativa, medesima modalità di impostazione l'aveva proposta Hanushek [59] considerando modelli che prediligono sia un approccio trasversale che un approccio longitudinale. La differenza tra i modelli è che i primi valutano il contributo della scuola all'apprendimento dei suoi alunni contestualizzando e riferendo i risultati a un preciso e breve arco temporale, mentre i modelli del secondo tipo misurano i livelli di apprendimento e quindi l'eventuale loro variazione, utilizzando dati riferiti allo stesso campione di alunni ma rilevati in almeno due momenti successivi, all'inizio dell'immissione e dopo un dato periodo di frequenza nella medesima Istituzione scolastica. Con questa modalità di rilevazione è possibile tenere conto e monitorare la variabile rappresentata dalle competenze possedute in ingresso dagli alunni liberando così gli esiti, nelle rilevazioni dei propri studenti, dal peso che su di essi ha questa variabile. In accordo con quanto premesso e come evidente nella letteratura scientifica internazionale, per affrontare il complesso problema di circoscrivere l'effetto della scuola dalle ulteriori plurime influenze che condizionano gli esiti degli alunni risulta, quindi, evidente e opportuno scegliere modelli che prediligano un approccio longitudinale. Il valore aggiunto o effetto scuola si riferisce a quella parte della varianza degli esiti raggiunti in una prova standardizzata da una scuola, che non è possibile addurre a variabili esplicative considerate nell'analisi di regressione. Sono due le categorie di modelli longitudinali di stima del valore aggiunto. Una di queste è definita da modelli basati su due rilevazioni dei livelli di apprendimento degli alunni una in ingresso e una in uscita e sull'aggiustamento di una o più variabili indipendenti (dette anche covariate o regressori, predittori o variabili di input) per

mantenere sotto controllo i fattori esogeni (preparazione precedente degli studenti o prerequisiti, contesto sociale individuale, contesto sociale generale) che agiscono su di essi; un'altra categoria è definita da modelli multivariati, basati su una serie di rilevazioni espresse su una medesima scala e che permettano di monitorare nel tempo il progresso cognitivo degli alunni rappresentato da curve di crescita, mediante lo studio delle prove ancorate verticalmente. In questo caso non si opera alcun aggiustamento di una o più variabili indipendenti (covariate), considerando che in questo caso il controllo è garantito dal metodo stesso utilizzato, perché la progressione dei risultati è riferito in modo diretto ai medesimi fattori esogeni (preparazione precedente dello studente, contesto sociale individuale, contesto sociale generale).

In ogni caso i modelli di valore aggiunto utilizzano tecniche di regressione, permettendo di definire il valore aggiunto mediante i residui di un'analisi di regressione, come differenza tra i risultati osservati e i risultati attesi per ciascuna Istituzione scolastica, in accordo con quanto già esposto all'inizio del paragrafo 3.5.

Riguardo all'effetto di contesto, di cui si è anticipato il contenuto nei paragrafi precedenti, anche la pedagogia speciale considera rilevante individuare gli elementi che rappresentano barriere da rimuovere e facilitatori da valorizzare nella progettazione degli interventi educativi e didattici, al fine di creare un contesto inclusivo ed equo che assicuri a "tutti e ciascuno" il successo e un adeguato sviluppo di apprendimento. D'altra parte, nel contesto classe visto come sistema sociale/relazionale in cui l'individuo è immerso, secondo alcuni ricercatori americani (Developmental Science) [60], intervengono anche variabili di natura motivazionale che possono incidere sul processo di apprendimento dell'alunno. Tale dimensione prospettica, definita dal pedagogista americano Bronfenbrenner ecologico-sistemica [61] presuppone che l'alunno esplori le sue occasioni di apprendimento in un ecosistema (la classe), rappresentato da vari livelli di complessità che ne influiscono il processo evolutivo (come apprende) e gli

esiti (cosa apprende) secondo cinque livelli in cui il contesto stesso dell'alunno (micro, meso, exo, macro e crono) è definito come spazio pluridimensionale in rapporto ai suoi gradi di relazione con gli adulti di riferimento (genitori, insegnanti), i pari e il territorio di pertinenza sociale, al livello culturale di origine e alle coordinate temporali che esprimono la consequenzialità degli eventi che nel loro accadimento influenzano la vita di ciascun alunno.

Questo tipo di analisi di natura qualitativa delle variabili che intervengono sul processo di apprendimento permette dapprima di focalizzare a quale livello si possa concretamente agire e in quale misura, al fine di rendere la "dimensione ecologico-sistemica" il più possibile accogliente, inclusiva ed equa. Sicuramente tra i livelli indagati il microsistema o sistema-classe è quello su cui più si può agire ed è quello che consente di evidenziare gli effetti di dinamiche come la motivazione e la relazione tra l'alunno e l'insegnante e tra l'alunno e i compagni. Sulla motivazione, infatti, si può intervenire agendo sulla componente relazionale costitutiva del clima della classe [62], creando un contesto sociale che favorisca i processi emozionali e sociocomunicativi e di condivisione delle esperienze di apprendimento, in modo che l'ambiente sociale/il gruppo classe sia da stimolo alla crescita cognitiva individuale come espressione di quella gruppale.

In questo senso si innesta anche "l'effetto pavimento" – già analizzato nei paragrafi 3.4.3 e 3.4.4 - che, come "evento negativo" dell'effetto di contesto, può determinarsi laddove non si è agito sul microsistema o sistema-classe considerando l'importanza dell'eterogeneità nella costituzione del gruppo classe.

CAPITOLO 4. LA VALUTAZIONE DEL SISTEMA SCOLASTICO MARCHIGIANO IN RIFERIMENTO ALLE COMPETENZE IN MATEMATICA NEL PERIODO DAL 2013-14 AL 2018 -19 E A SEGUITO DEL PERIODO DI DIDATTICA A DISTANZA PER LA PANDEMIA DA COVID – 19

4.1 Introduzione

Nel Rapporto Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2013-14 [63], le Marche si collocavano tra le regioni con un punteggio al di sopra della media nazionale in Matematica anche se si evidenzia per i Gradi 2 (204) e 5 (205) una tendenza a un allineamento dei punteggi delle macroaree con risultati che non si discostano in maniera statisticamente significativa dalla media nazionale. Per il Grado 8 (208), invece, le regioni del Centro le Marche ottengono risultati significativamente al di sopra della media italiana. Per quanto riguarda il grado 10 (207) nel Rapporto si rileva che gli Istituti tecnici delle Marche ottengono in Matematica risultati al di sopra della media italiana, come riportato nella fig. 49 seguente:

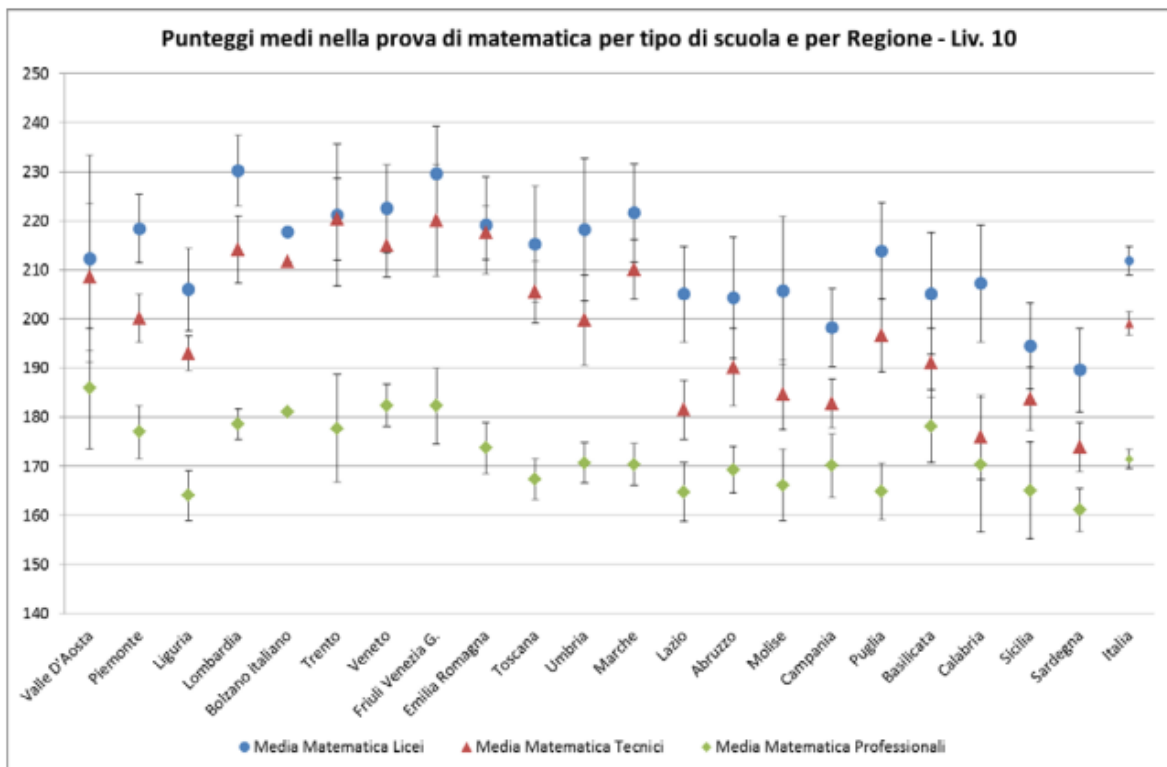


Fig. 49 - Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2013-14

Nelle rilevazioni dell'anno scolastico 2014/15 le Marche conseguivano punteggi significativamente al di sopra della media italiana nella prova di matematica sia nella scuola primaria – Grado 2 e Grado 5

(207) che nella secondaria di primo grado – Grado 8 (211) distinguendosi fra le altre regioni dell’area Centro. Al Grado 10, invece, i risultati raggiunti erano comunque positivi ma più contenuti (202) con i risultati per tipo di scuola che evidenziano, rispetto alla media nazionale, risultati pregevoli ancora per gli Istituti tecnici, come riportato nella fig. 50 seguente:

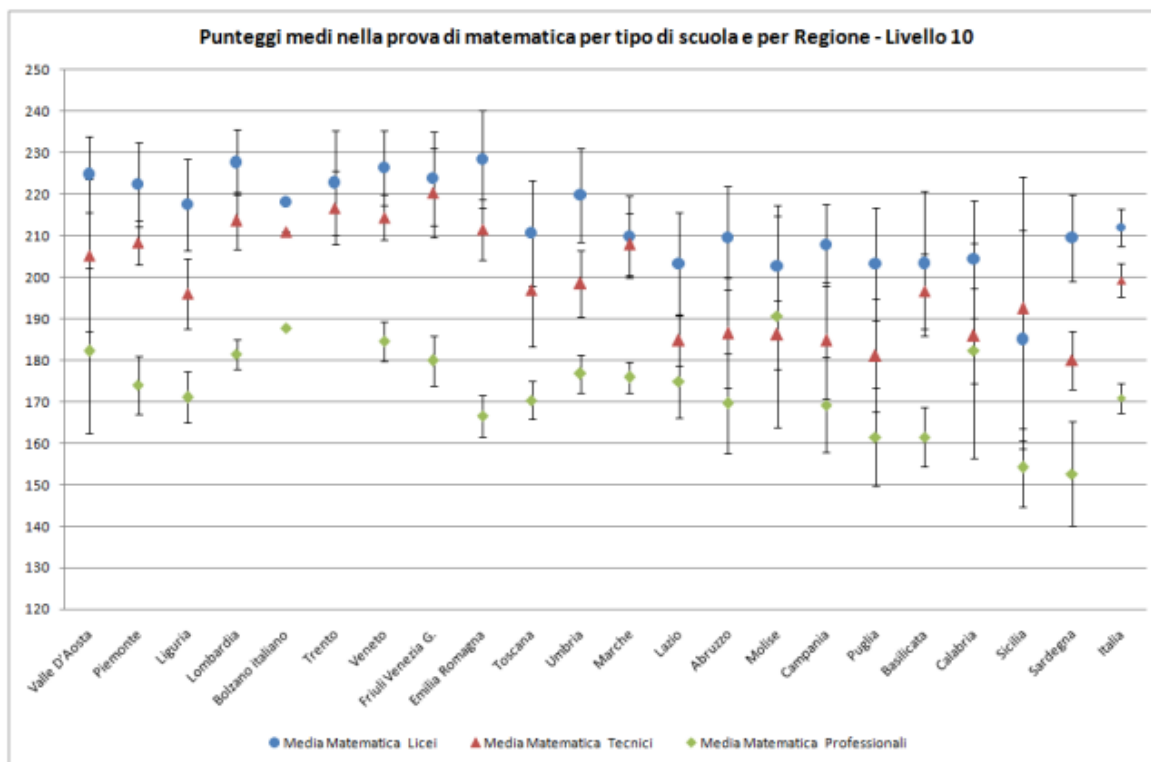


Fig. 50 - Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2014-15

Nel Rapporto Invalsi relativo alle Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2014-15 [64] nella prova di Matematica – Grado 2 - nessuna macroarea e nessuna regione si differenziano significativamente rispetto alla media nazionale, ma ancora la regione Marche ha il risultato migliore (206) insieme con il Molise e la Basilicata. Stessa situazione si rileva per il Grado 5 (205), mentre per il Grado 8 (212) le Marche sono tra le regioni del Centro, insieme all’Umbria che raggiungono non solo risultati significativamente al di sopra della media italiana ma anche i più elevati in assoluto, alla pari con la provincia di Trento. Per quanto riguarda il Grado 10(200) anche se i risultati conseguiti non si discostano dalla media nazionale, si conferma anche per l’anno scolastico 2015/16 [65], a livello regionale, la tendenza positiva degli Istituti Tecnici che in Piemonte assieme a quelli delle Marche e in

tutto il Nord-Est ottengono in Matematica risultati significativamente al di sopra della media italiana, come riportato nella fig. 51 seguente:

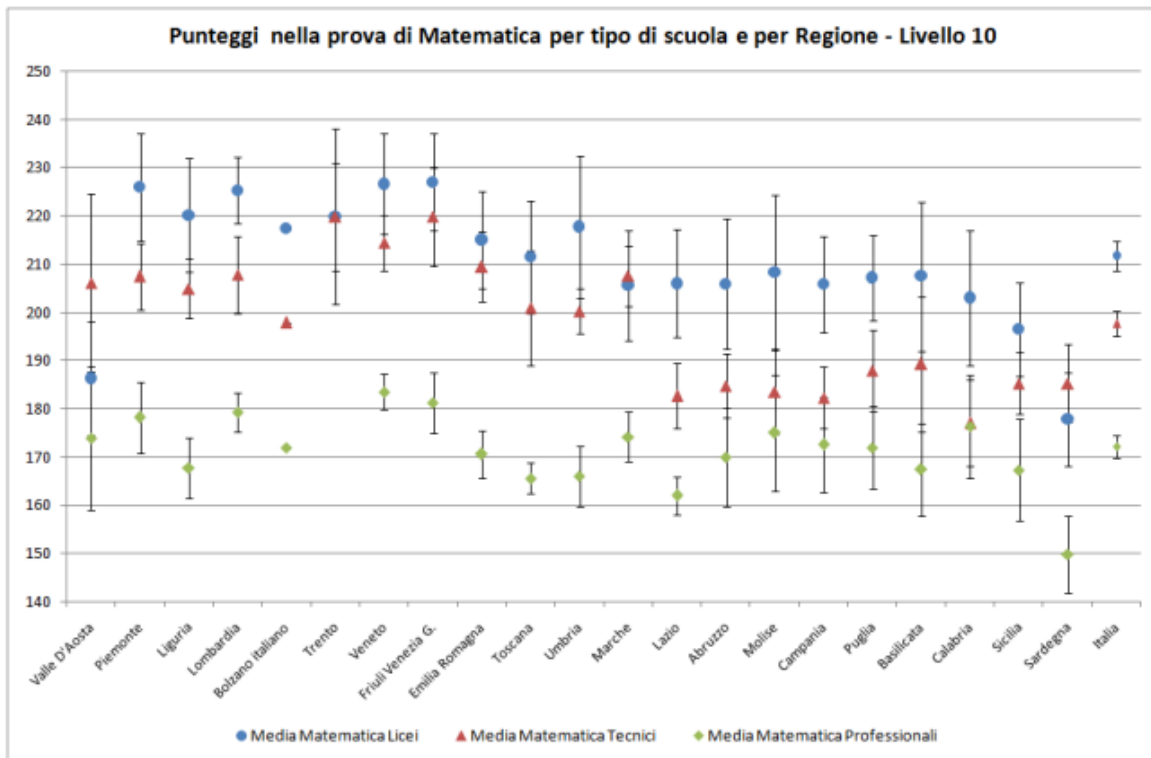


Fig. 51 - Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2015-16

In riferimento alle rilevazioni Invalsi per l'anno scolastico 2016/17 [44] le Marche insieme al Molise e alla Basilicata conseguono punteggi significativamente al di sopra della media nazionale per il Grado 5(208) e risultati comunque positivi, ma più contenuti per il Grado 2 (205) e il Grado 10(206). Per il Grado 8(209) tra le regioni del Centro, la Toscana e le Marche raggiungono risultati significativamente superiori alla media generale. Per quanto riguarda il Grado 10 anche nel Rapporto Invalsi per l'anno scolastico 2016/17 [44] si rileva una prestazione qualitativamente superiore per gli Istituti tecnici così come rilevato nella fig. 52 seguente:

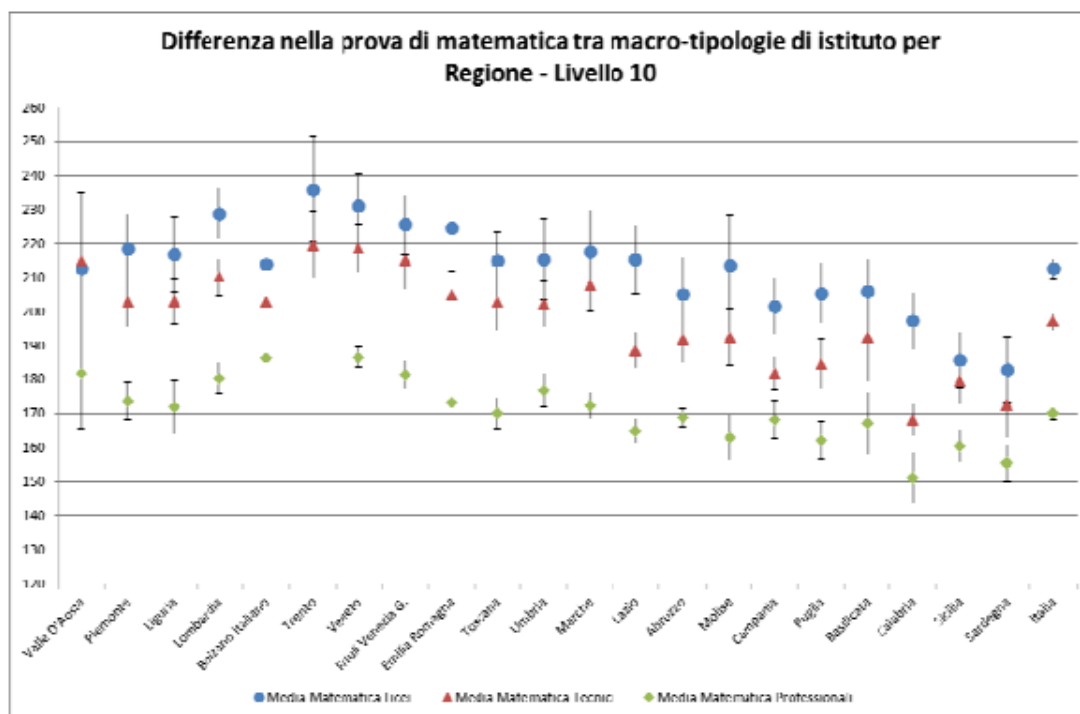


Fig. 52 - Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2016-17

Le prove INVALSI per l'anno scolastico 2017/18 [66] rappresentano una svolta in quanto sia per la classe III della scuola secondaria di primo grado (Grado 8) che per la classe II della scuola secondaria di secondo grado (Grado 10) si sono svolte al computer (CBT) e on line per tutti gli studenti delle scuole italiane. Inoltre, il Decreto legislativo n. 62 del 13 aprile 2017 ha introdotto significativi cambiamenti nella valutazione degli studenti con riferimento anche alle rilevazioni INVALSI, sia rispetto all'esame di Stato conclusivo del primo ciclo d'istruzione sia rispetto all'allargamento per l'anno sc. 2018/19 anche alla classe quinta della scuola secondaria di secondo grado (Grado13). Nella scuola primaria (grado 2 e 5) la prova è stata proposta agli alunni, come negli anni precedenti, in formato cartaceo. Gli studenti del Grado 8 sono stati valutati con una doppia modalità, mediante l'attribuzione di un punteggio su una scala quantitativa (Rasch) e con l'attribuzione di un livello da 1 a 5 a seconda del minore o maggiore livello di padronanza dei contenuti proposti nella prova che, come

per il Grado10 è stata predisposta in forme diverse ma di equivalente difficoltà. Per il Grado 5 (208), il Grado 8 (209), il Grado 10 (208) la regione Marche consegue punteggi superiori alla media nazionale e in aumento rispetto a quanto accade nel grado 2 (204). Come anticipato, per l’anno scolastico 2018/19 [43], le rilevazioni Invalsi restituiscono la valutazione delle risposte degli studenti alle domande della prova di Matematica non solo con un metro numerico ma anche con l’assegnazione di un livello di padronanza dei contenuti, consentendo una descrizione qualitativa in termini di sapere e saper fare. Indicato il livello 3 come livello di sufficienza, si può constatare che, a livello nazionale, la percentuale di alunni che raggiunge questo livello o un livello superiore è del 60%, più bassa di circa 5 punti percentuali rispetto a quella che si osserva per l’Italiano. Le varie regioni concorrono alla determinazione della percentuale media nazionale in maniera diversa a seconda della loro collocazione geografica. Le Marche, come si evince dalla fig. 53 seguente tratta dal Rapporto Invalsi 2018 [66], per il Grado 8 hanno nei livelli 1 e 2 il 30% di percentuale di alunni e il 70% nei livelli dal 3 al 5.

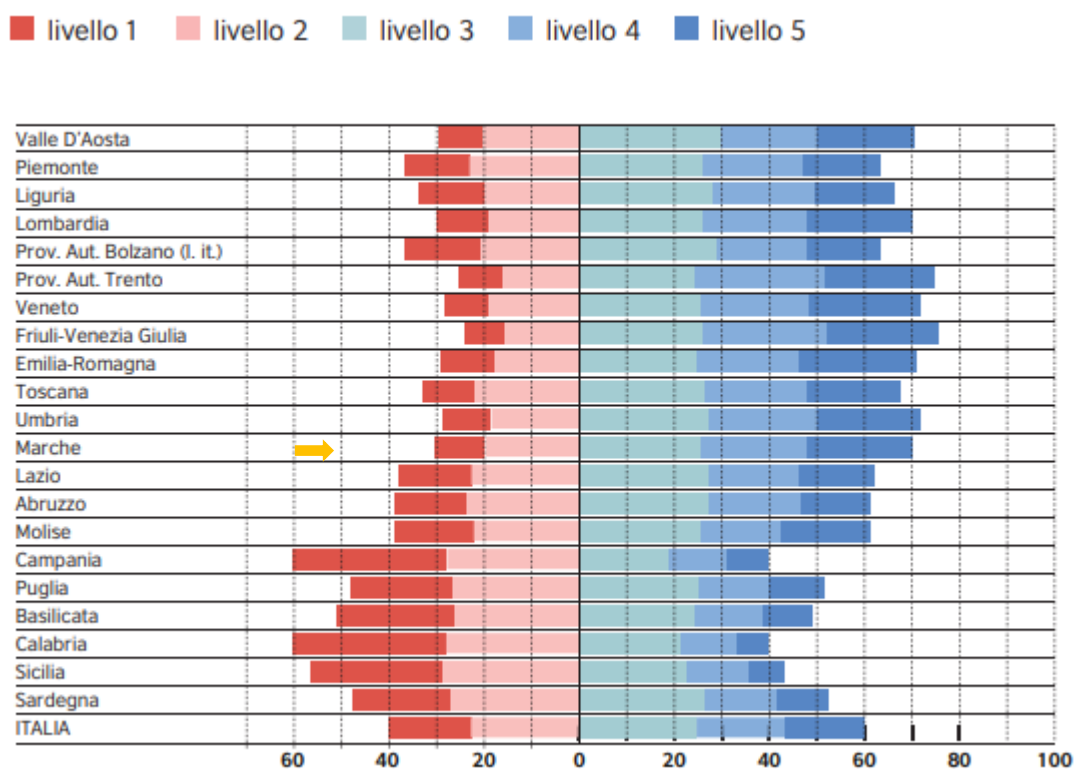


Fig. 53 - Risultati in Matematica – Grado 8: distribuzione percentuale degli studenti nei livelli – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2018

In riferimento, poi, ai risultati in matematica per tipologia di istituto al Grado 10 si evince dal grafico di fig. 54 seguente, tratto dal medesimo Rapporto Invalsi 2018 [66], che per la regione Marche mentre la media degli Istituti Professionali è in linea con quella nazionale, le medie dei Licei e degli Istituti Tecnici sono superiori alle rispettive medie nazionali:

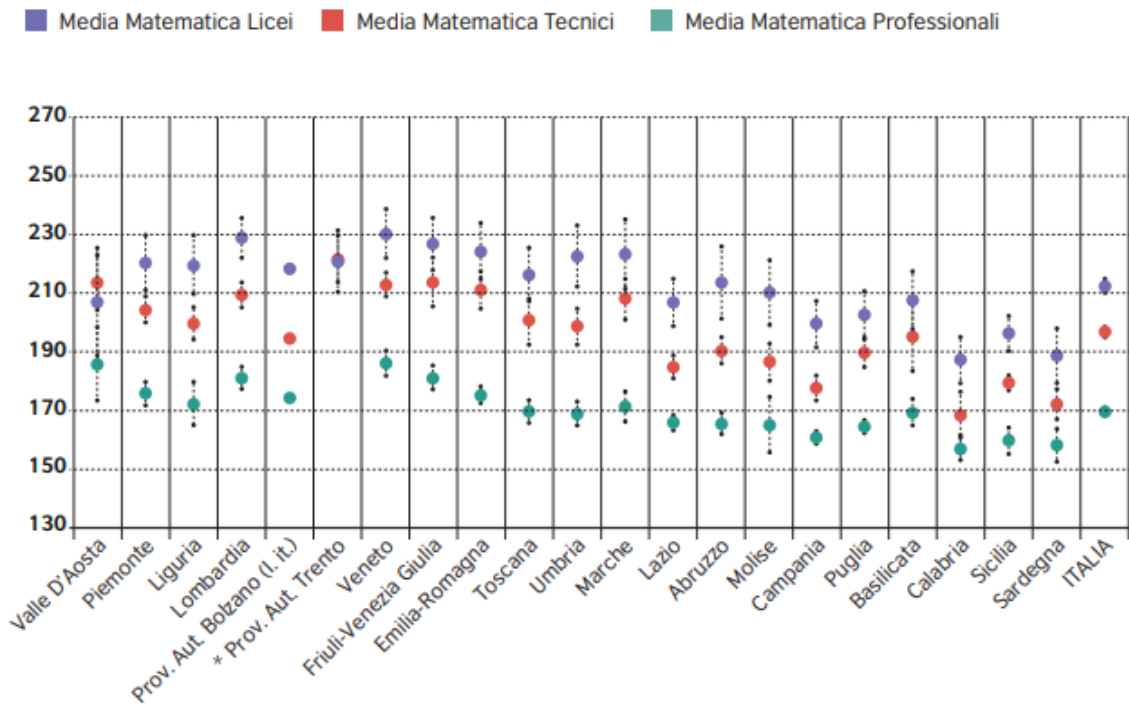


Fig. 54 - Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2018

Per la prima volta nell'anno scolastico 2018/19 le rilevazioni dell'INVALSI sono state estese anche alla quinta classe della scuola secondaria di secondo grado (Grado 13). Nel Rapporto Invalsi 2019 [43] si rileva che per il Grado 2 (211), il Grado 5, il Grado 8 (209) e il Grado 10 (212) il punteggio è significativamente superiore alla media nazionale (200); più contenuta, invece, la superiorità mostrata per il Grado 13 (205). Rilevante in questo Rapporto è l'ampliamento del divario regionale per la quinta primaria: tra la regione con il punteggio più alto in assoluto - la Basilicata (214) e quella con il punteggio più basso - la Calabria (186) è di 30 punti, due terzi della deviazione standard della distribuzione dei punteggi.

Anche per l'anno scolastico 2018/19 il livello 3, entro i cui limiti ricade la media della distribuzione, considerato come il livello corrispondente a un adeguato raggiungimento dei traguardi delle Indicazioni Nazionali, è raggiunto dai dati riportati nel Rapporto Invalsi 2019 [43], a livello nazionale, dalla percentuale di circa 5 punti percentuali più bassa rispetto a quella che si osserva per l'Italiano.

In particolare, la percentuale di alunni che raggiunge il livello 3 o i livelli superiori 4 e 5 è del 61%, mentre per la regione Marche la situazione è perfettamente identica al risultato dell'anno scolastico precedente, così come si evince dalla fig. 55 seguente:

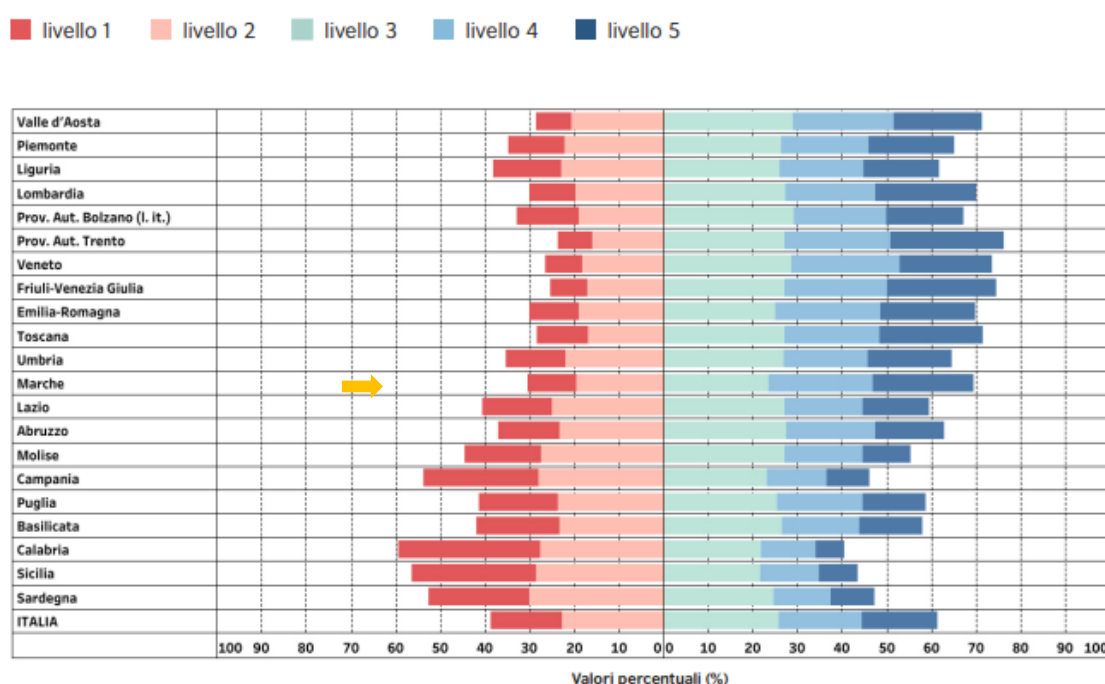


Fig. 55 - Risultati in Matematica – Grado 8: distribuzione percentuale degli studenti nei livelli – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

Per il Grado 10, invece, la situazione in riferimento alla percentuale di studenti che hanno raggiunto in Matematica almeno il livello 3 è leggermente superiore alla medesima percentuale per il Grado 8 e si attesta, come si evince nella fig. 56 seguente tratto dal Rapporto Invalsi 2019 [43], oltre il 70%, contro la percentuale nazionale di poco più del 60%. In riferimento, poi, ai risultati in matematica per tipologia di istituto al Grado 10 si evince dal grafico di fig. 57 seguente, che per la regione Marche mentre la media degli Istituti Professionali è leggermente superiore a quella nazionale, le medie degli Istituti

Tecnici e soprattutto dei Licei sono superiori alle rispettive medie nazionali. Per il Grado 13, invece, come si può rilevare nella fig.58, tratto dal medesimo Rapporto Invalsi 2019, la percentuale di studenti che consegue almeno il livello 3 è poco superiore a quella nazionale che si attesta al 60%, mentre i risultati in matematica per tipologia di istituto al Grado 13 confermano sostanzialmente i risultati ottenuti dal Grado 10 (vedi fig. 59).

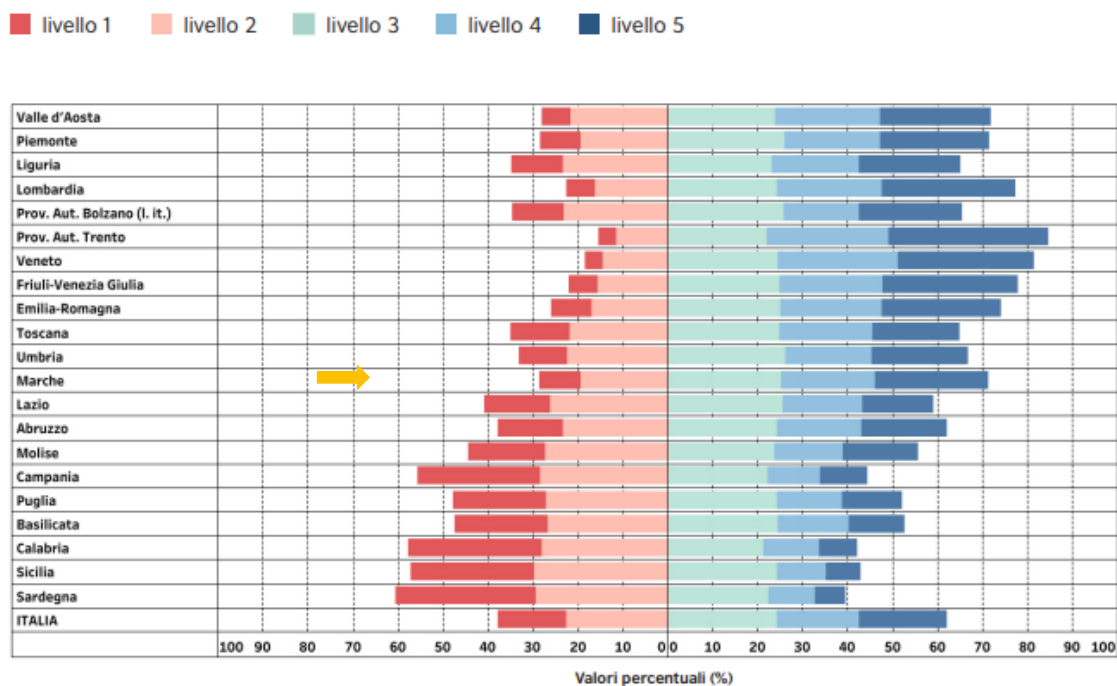


Fig. 56 - Risultati in Matematica – Grado 10: distribuzione percentuale degli studenti nei livelli – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

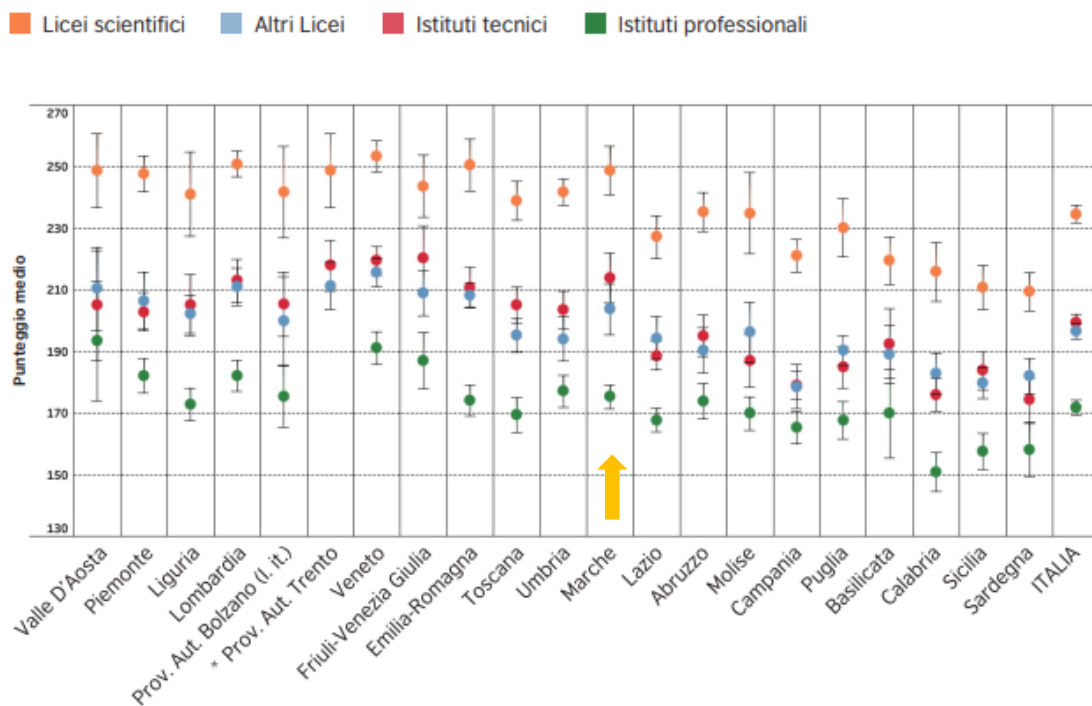


Fig. 57 - Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Grado 10 – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

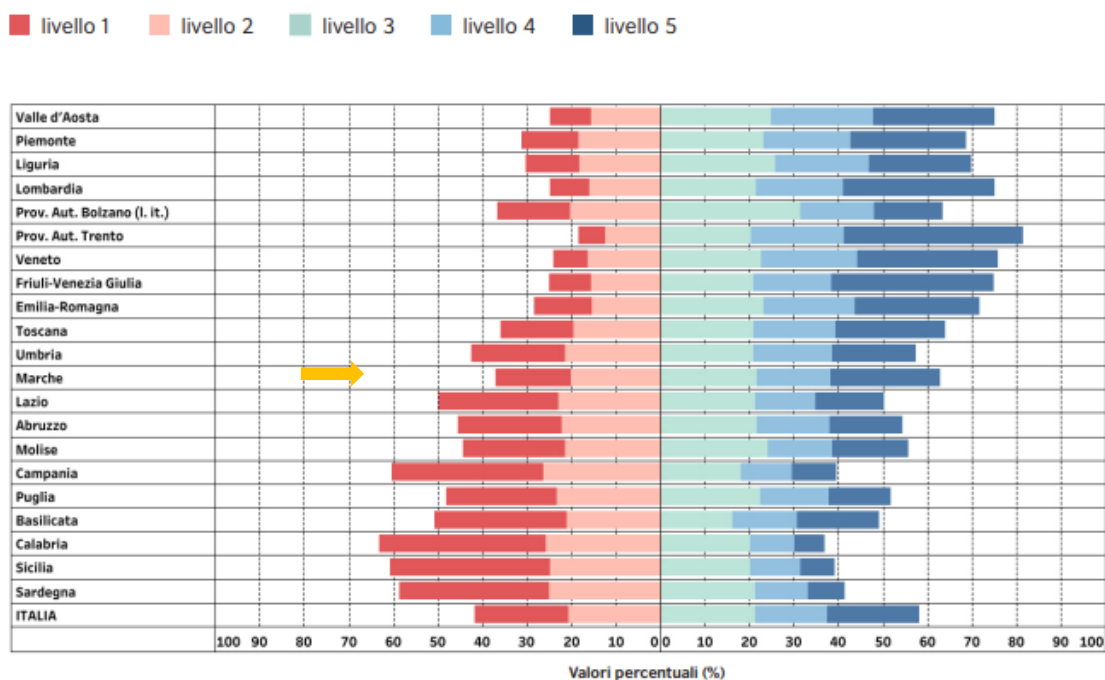


Fig. 58 - Risultati in Matematica – Grado 13: distribuzione percentuale degli studenti nei livelli – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

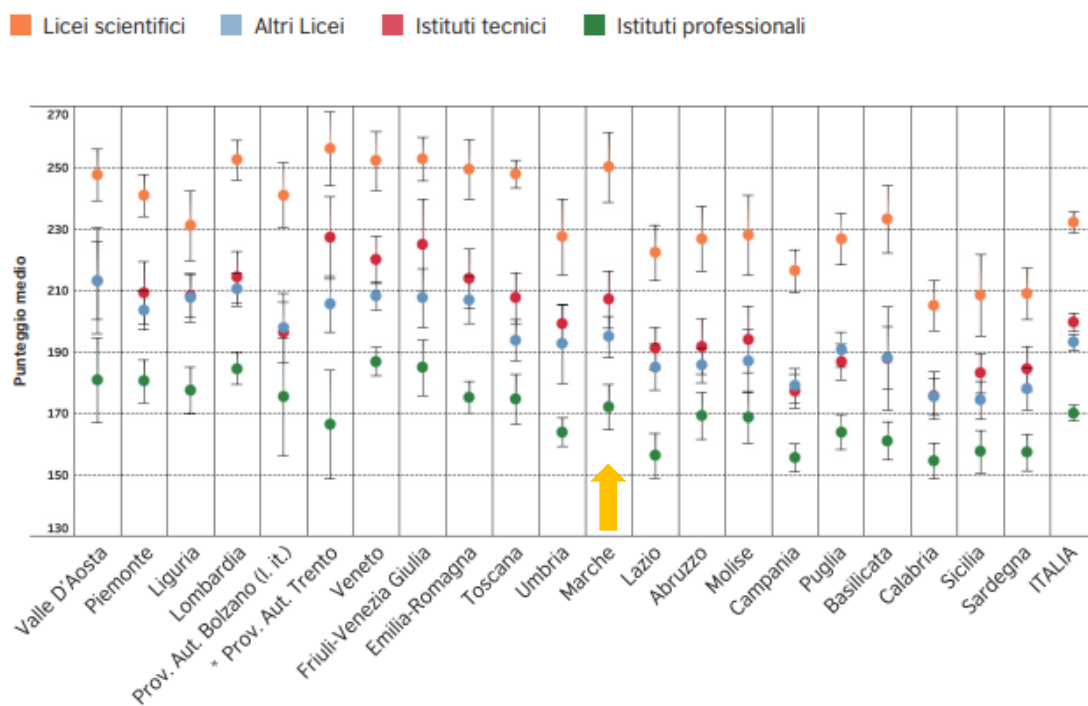


Fig. 59- Risultati in Matematica delle Regioni per tipo di scuola – Grado 13 – Fonte Dati Invalsi - Tratto da Rapporto Invalsi 2019

Il divario tra le regioni, di cui si accennava pocanzi, si amplifica nelle rilevazioni per il Grado 10 e il Grado 13. Infatti, rispettivamente, per il Grado 10 tra la regione con il punteggio più elevato in assoluto - la provincia di Trento (224) e la regione con il punteggio più basso - la Sardegna (182) è di 42 punti; per il Grado 13 tra la regione con il punteggio più elevato in assoluto - ancora la provincia di Trento (224) e la regione con il punteggio più basso - la Calabria (179) è di 45 punti. In entrambi i casi più di un'intera deviazione standard della distribuzione totale dei punteggi.

Volendo avere uno sguardo d'insieme dell'evoluzione negli anni di riferimento a cui si riferisce questo lavoro di ricerca, basta considerare i seguenti grafici (fig. 60, 61, 62, 63) che ne dimostrano i risultati rispetto alla media nazionale (200), rilevando andamenti nel settennio 2013/14 – 2018/19 non sempre crescenti, anche se gli esiti non sono mai stati al di sotto della media nazionale:

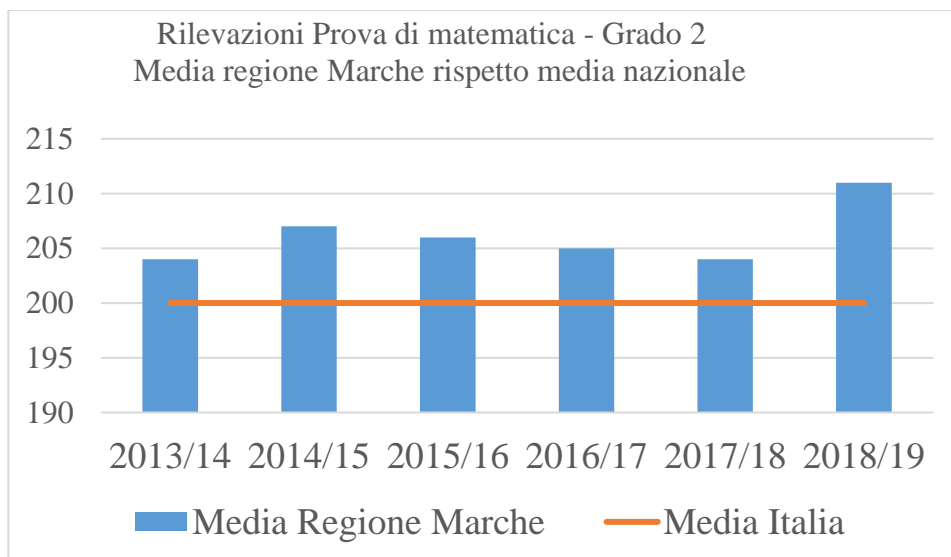


Fig. 60- Andamento nel settennio 2013/14 – 2018/19 degli esiti medi in Matematica della Regione Marche rispetto alla media nazionale – Grado 2 – Fonte Dati Invalsi

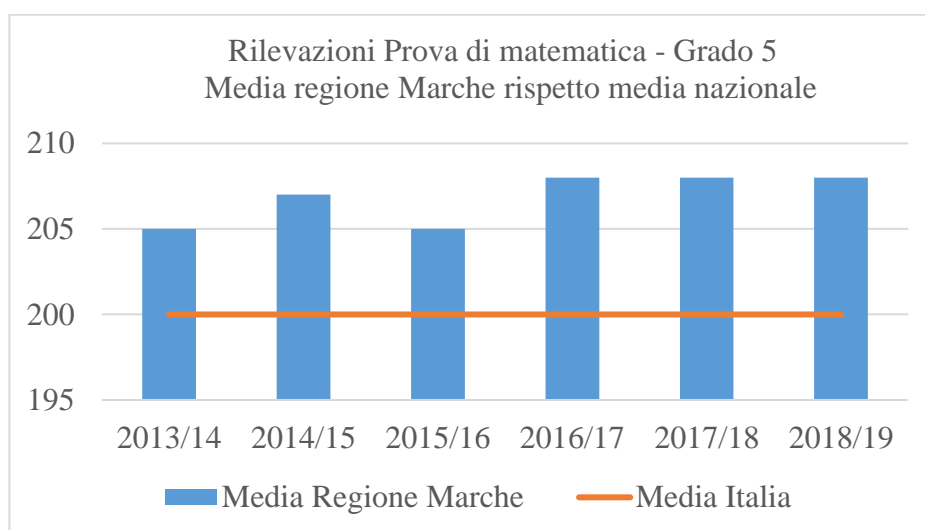


Fig. 61- Andamento nel settennio 2013/14 – 2018/19 degli esiti medi in Matematica della Regione Marche rispetto alla media nazionale – Grado 5 – Fonte Dati Invalsi

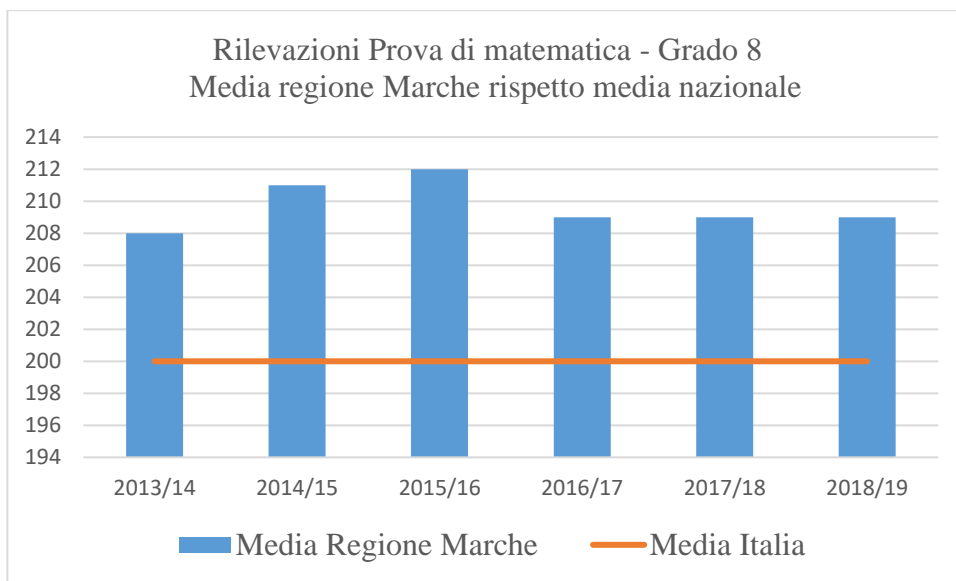


Fig. 62- Andamento nel settennio 2013/14 – 2018/19 degli esiti medi in Matematica della Regione Marche rispetto alla media nazionale – Grado 8 – Fonte Dati Invalsi

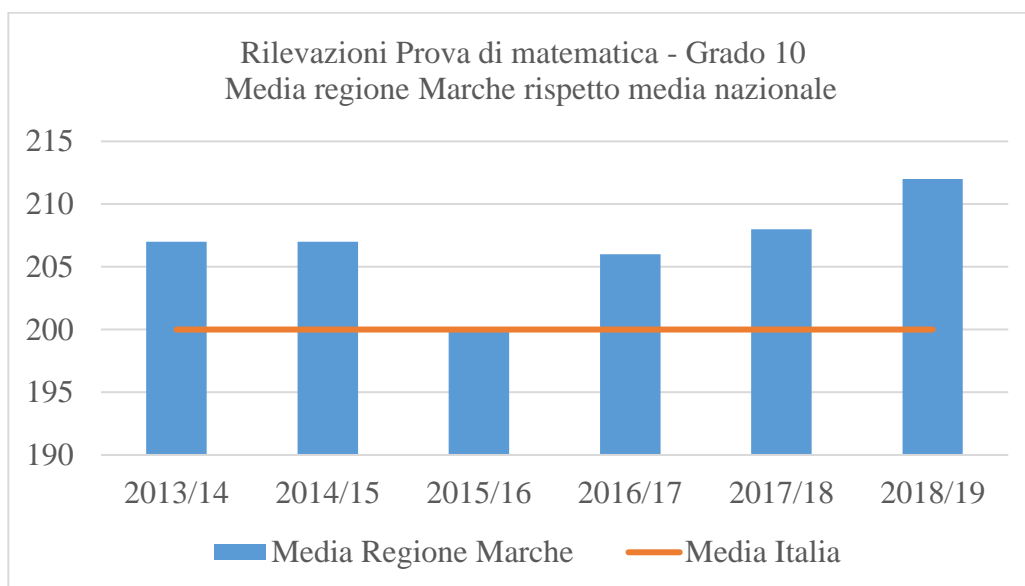


Fig. 63- Andamento nel settennio 2013/14 – 2018/19 degli esiti medi in Matematica della Regione Marche rispetto alla media nazionale – Grado 10 – Fonte Dati Invalsi

4.3 La distribuzione degli studenti per genere

Le indagini sugli apprendimenti a livello internazionale come IEA TIMMS e OCSE – PISA avevano evidenziato già nel 2012 le differenze di genere in matematica e d'altra parte anche l'ultimo rapporto di sintesi dei risultati OCSE -PISA 2018 mostra che il sistema scolastico nazionale ancora non ha colmato il gender gap. Nonostante si rilevino progressi per superare gli stereotipi di genere, mentre nei paesi OCSE, la differenza media tra maschi e femmine in matematica è di 5 punti, in favore dei maschi, in Italia questa differenza è pari a 16 punti e quindi 3 volte superiore. Il divario tra maschi e femmine è più rilevante nelle fasce medio-alte di punteggio (Livello 5 e 6) raggiunto per lo più da ragazzi, mentre la percentuale degli studenti che non raggiungono il livello minimo di competenza (Livello 2) è simile tra ragazzi e ragazze, mentre la percentuale di studenti che si situano nei livelli di eccellenza (Livello 5 e 6) è maggiore tra i ragazzi. I ragazzi hanno ottenuto un risultato superiore in matematica rispetto alle ragazze in tutte le macroaree geografiche, ad eccezione del Sud Isole dove la differenza non è statisticamente significativa. Tale differenza si caratterizza anche rispetto al tipo di scuola frequentata, perché solo nei Licei e negli Istituti tecnici i ragazzi hanno mostrato un rendimento migliore delle ragazze (rispettivamente di 40 punti e 27 punti), mentre le differenze si azzerano nell'Istruzione e nella formazione professionale.

Ciò detto è confermato dal Rapporto INVALSI 2019 [43] e anche nell'articolo pubblicato sul portale INVALSI OPEN da cui è tratto il grafico seguente (fig. 64) da cui si rileva che in tutte le tipologie di Istituto, persiste il gender gap in Matematica e negli Istituti Tecnici si arriva ad avere 16 punti di differenza tra maschi e femmine.



Fig. 64- Gender gap Prove Invalsi di Matematica 2018/19 – Fonte Invalsi Open

In riferimento al Grado 13 quasi la metà delle studentesse non raggiunge i livelli minimi di competenze in Matematica previsti dalle Indicazioni nazionali del Ministero dell’Istruzione, contro una percentuale di studenti maschi del 36%. In riferimento alla mappatura del fenomeno a livello di macroaree regionali, nel Sud la percentuale di ragazze che non raggiunge in Matematica livelli corrispondenti agli obiettivi previsti dal Ministero supera la metà (57,6%) e addirittura peggiorano nella macroarea Sud e Isole (67,4%). A livello regionale, infine, dal seguente grafico tratto dal portale Invalsi Open (fig. 65), si rilevano differenze tra maschi e femmine nelle prove Invalsi di Matematica anche per la Regione Marche 2019 – Grado 13, con un punteggio rispettivo superiore e inferiore alla media nazionale (200).

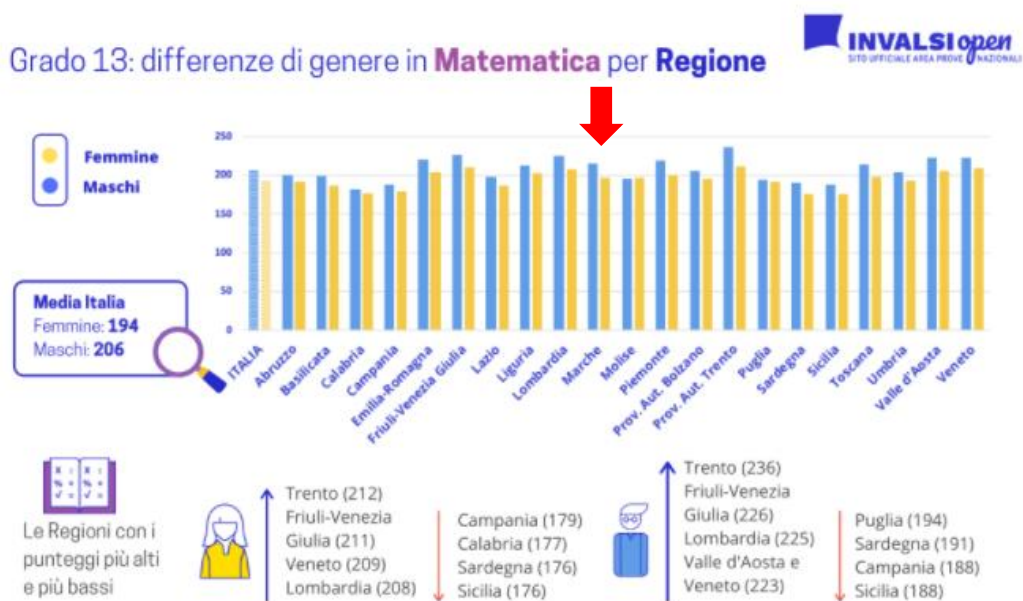


Fig. 65 - Gender gap Prove Invalsi di Matematica 2018/19 –Grado 13 - Distribuzione regionale - Fonte Invalsi Open

D'altra parte, andando a ritroso dai Rapporti sulle rilevazioni Invalsi nel triennio dal 2013/14 al 2015/16 si rileva con il grafico seguente (fig. 66) che nella Regione Marche per il Grado 2 i maschi ottenevano un punteggio più alto nella prova di Matematica con differenze sostanzialmente costanti:

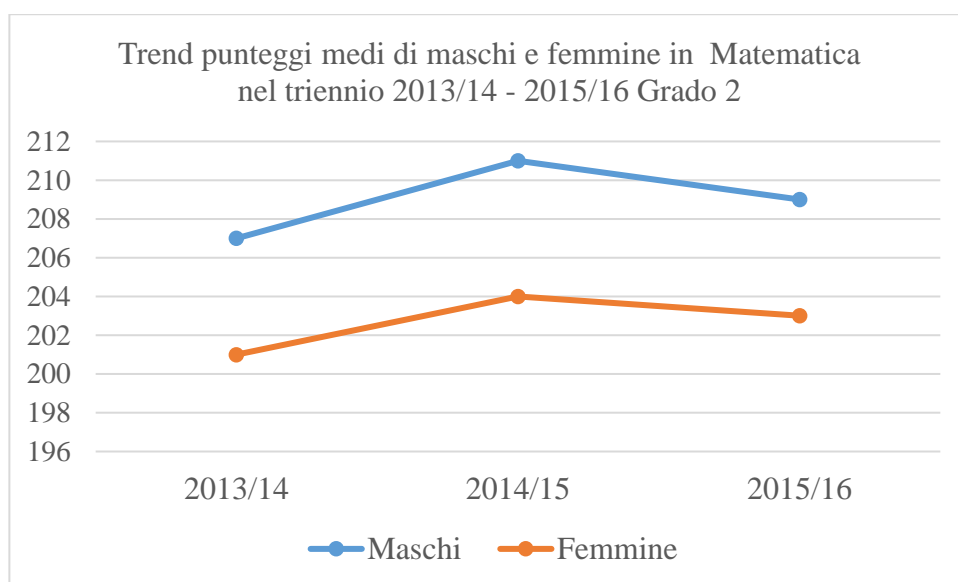


Fig. 66- Risultati degli alunni maschi e femmine in Matematica per Grado 2 – Triennio 2013/14 – 2015/16- Regione Marche – Fonte Dati Invalsi

Per la Regione Marche la differenza nelle prove di matematica tra maschi e femmine si può rilevare anche per il Grado 5 nel medesimo triennio ma con un picco nell'anno scolastico 2014/15, dove il gender gap raggiunge 10 punti (fig. 67):

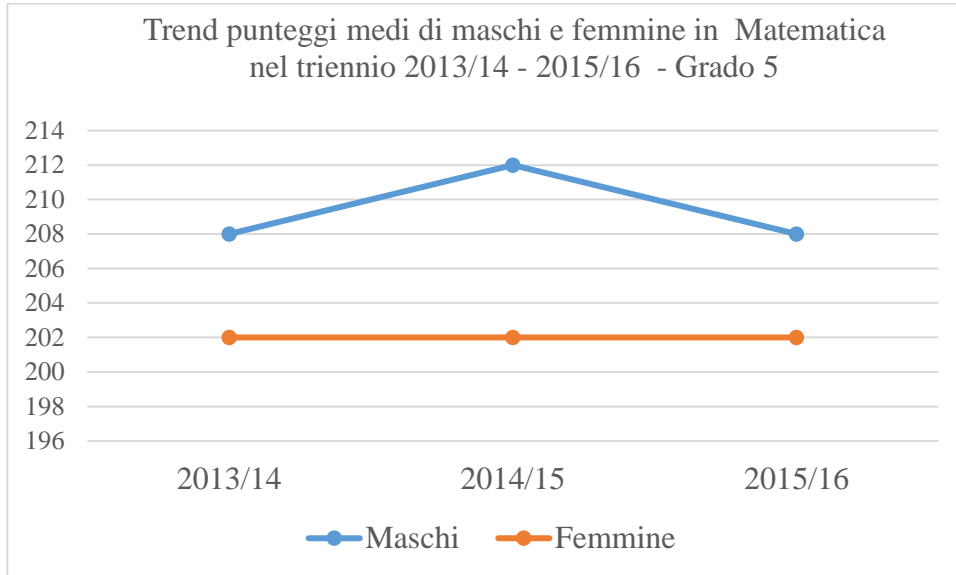


Fig. 67- Risultati degli alunni maschi e femmine in Matematica per Grado 5 – Triennio 2013/14 – 2015/16- Regione Marche – Fonte Dati Invalsi

Per il Grado 8 il divario tra i punteggi medi nelle prove di matematica di maschi e femmine per la regione Marche, nel triennio 2013/14 – 2015/16, tende a diminuire da 8 a 2 punti (fig.68):

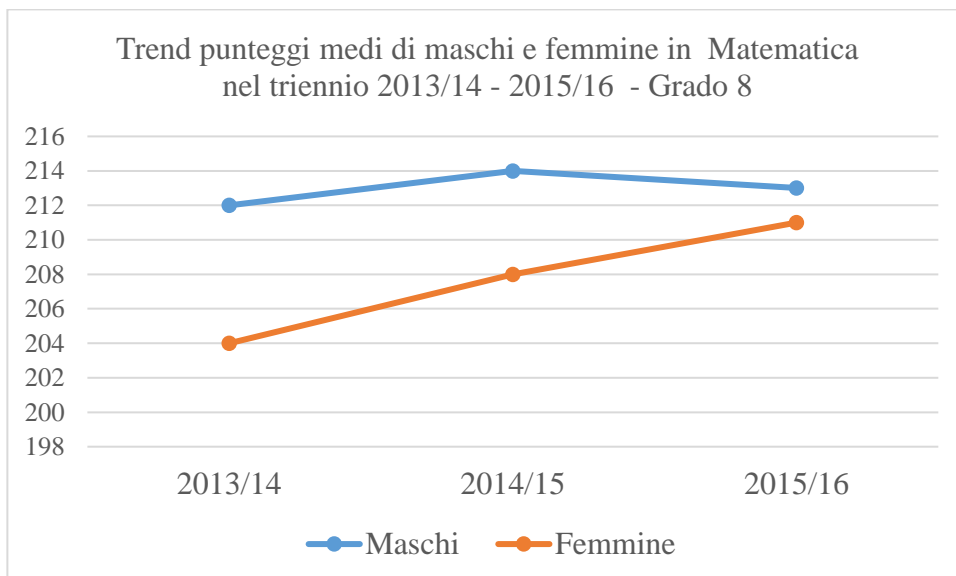


Fig. 68- Risultati degli alunni maschi e femmine in Matematica per Grado 8 – Triennio 2013/14 – 2015/16- Regione Marche – Fonte Dati Invalsi

Per il Grado 10 il divario tra i punteggi medi nelle prove di matematica di maschi e femmine per la regione Marche, nel triennio 2013/14 – 2015/16, aumenta da 9 a 14 punti (fig.69):

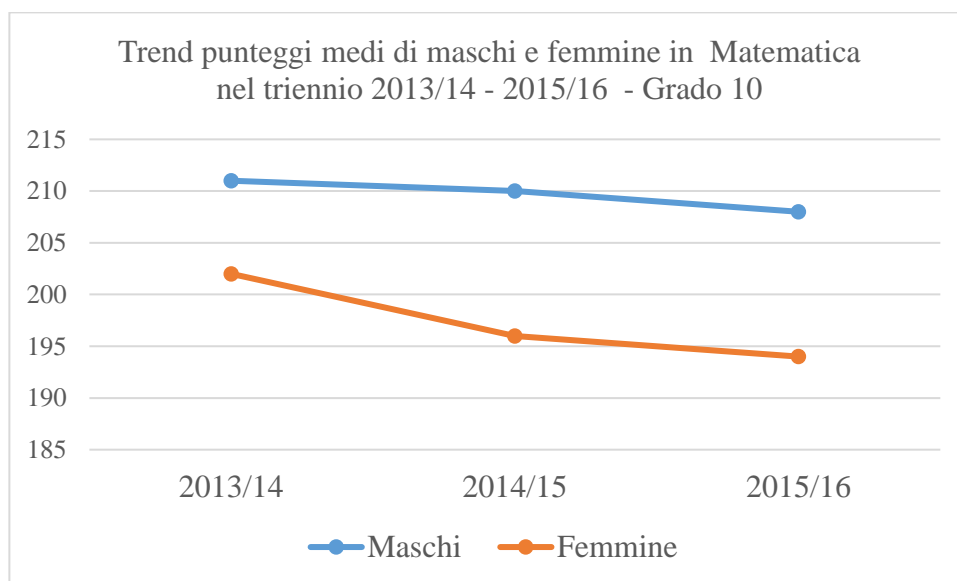


Fig. 69- Risultati degli alunni maschi e femmine in Matematica per Grado 10 – Triennio 2013/14 – 2015/16- Regione Marche – Fonte Dati Invalsi

4.4 La distribuzione degli studenti per cittadinanza

Nonostante nel “Ventiquattresimo Rapporto sulle Migrazioni 2018” [67] si rilevino anche i successi raggiunti nel sistema scolastico e formativo italiano soprattutto da parte degli studenti stranieri di seconda generazione nati in Italia, si evidenzia comunque che la distanza più rilevante nelle performance è presente nelle prove INVALSI di Italiano, mentre le differenze di risultato sono più contenute in Matematica. Tutto ciò abbinato, soprattutto per la scuola secondaria di secondo grado, con la prevalenza di scelta verso gli Istituti professionali da parte di alunni con cittadinanza non italiana, evidenzia come dato nazionale quello che già nei paragrafi precedenti abbiamo identificato come “*effetto di contesto*”. Da una primo esame dei dati in possesso per questo lavoro di ricerca e relativi alle prove Invalsi di Matematica per la Regione Marche per gli anni scolastici 2014/15, 2015/16 e 2016/17, si evidenzia una differenza non così marcata tra le performance medie calcolate nei sottogruppi “Tutti gli studenti “ e “ Solo nativi “ che si attesta per il Grado 2 intorno a circa 3 o 4 punti (fig.70), per il Grado 5 intorno a 2 o 3 punti (fig. 71), per il Grado 8 intorno da 2 a 1 punti (fig. 72),

per il Grado 10 intorno a 2 o 3 punti (fig. 73), mostrando che i gruppi eterogenei e cioè costituiti anche da studenti con cittadinanza non italiana raggiungono punteggi medi più bassi rispetto ai gruppi dei soli nativi, anche se comunque sempre al di sopra della media nazionale (200).

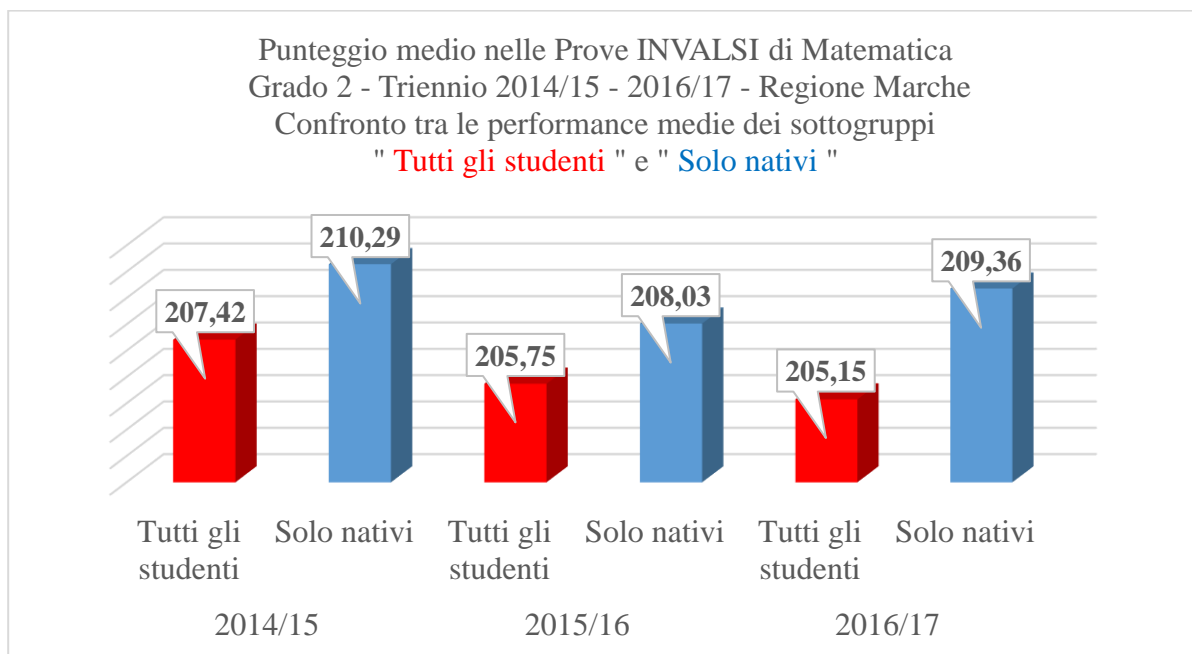


Fig. 70 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo nativi " - Grado 2 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

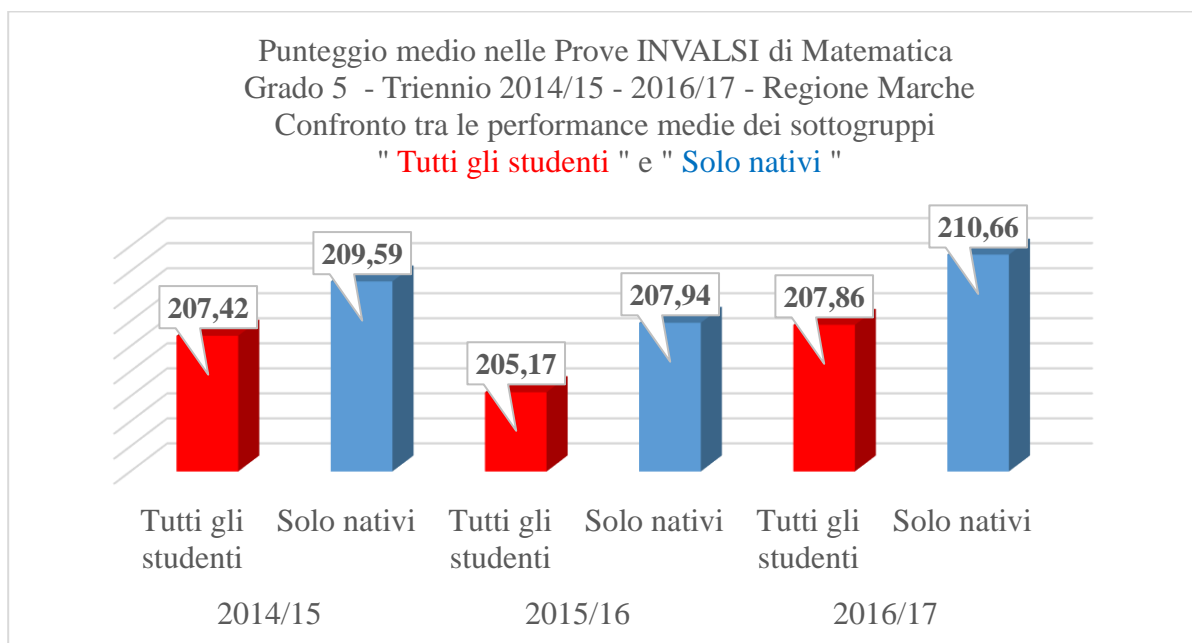


Fig. 71– Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo nativi " - Grado 5 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

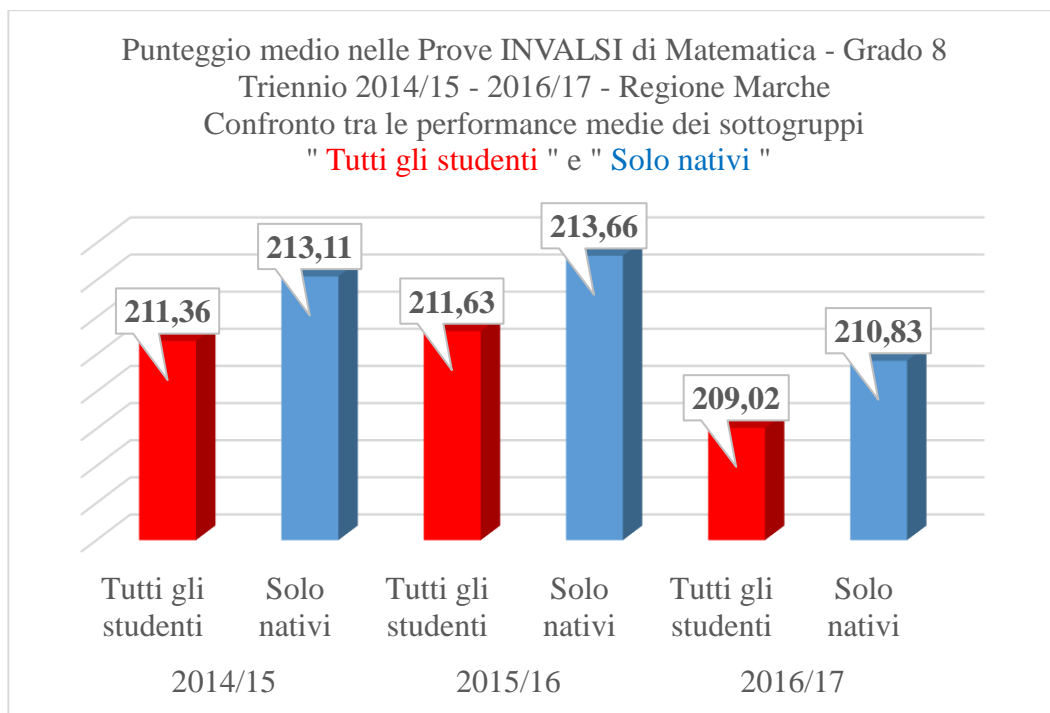


Fig. 72 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo nativi " - Grado 8 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

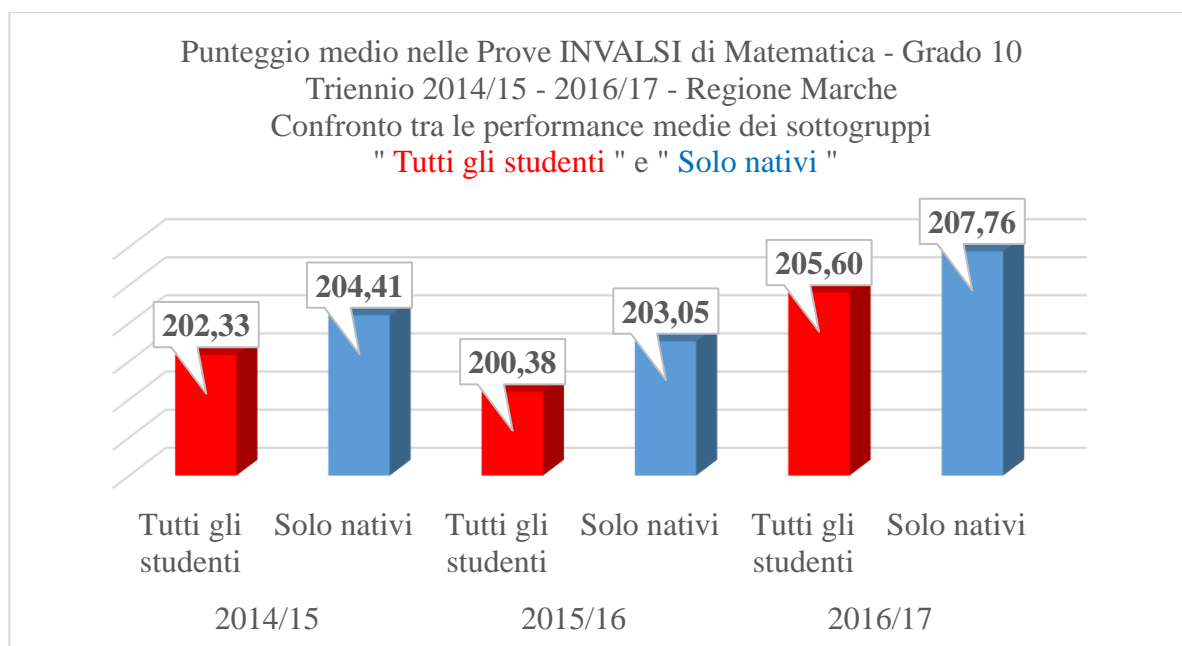


Fig.73 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo nativi " - Grado 10 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

4.5 La distribuzione degli studenti per regolarità

Facendo riferimento ai dati appena analizzati e riferiti ai dati INVALSI per il triennio 2014/15, 2015/16, 2016/17, si evidenzia una differenza tra le performance medie calcolate nei sottogruppi “Tutti gli studenti” e “Solo regolari” che si attesta per il Grado 2 intorno di circa 2 punti solo per l’anno sc. 2016/17 (fig. 74), per il Grado 5 intorno a 1 punto (fig. 75), per il Grado 8 intorno da 2 a 1 punti (fig. 76), per il Grado 10 intorno a 4 o 5 punti (fig. 77), mostrando che i gruppi eterogenei e cioè costituiti anche da studenti non regolari raggiungono punteggi medi più bassi rispetto ai gruppi dei soli regolari, anche se comunque sempre al di sopra della media nazionale (200). La situazione più grave si rileva al Grado 10 dove molto più significativa è la differenza tra gruppi eterogenei e gruppi costituiti da alunni con percorsi regolari.

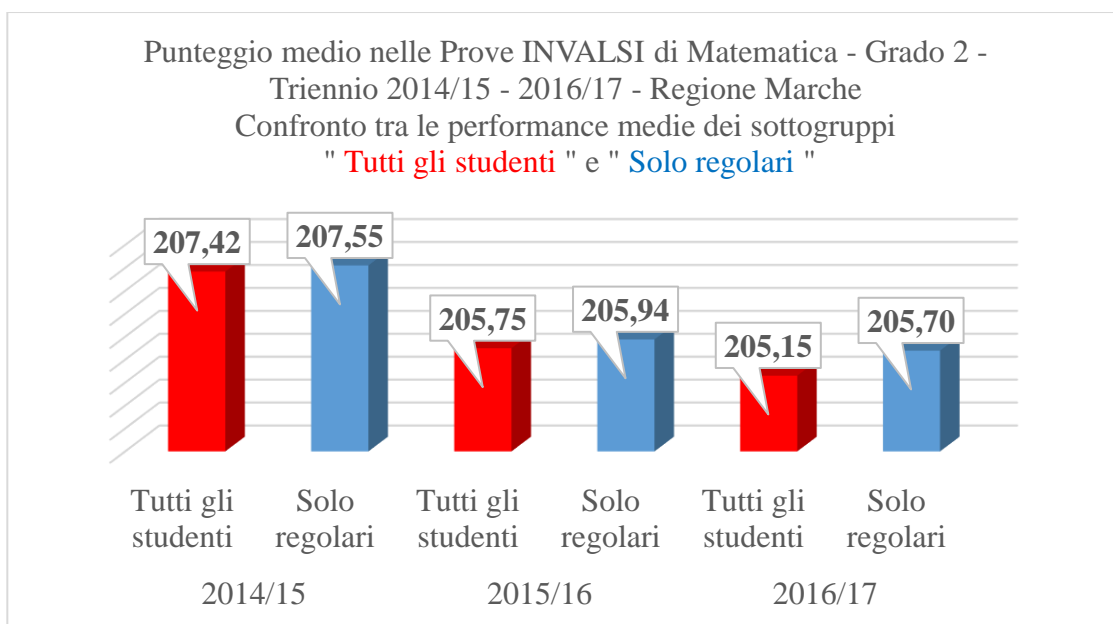


Fig. 74 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo regolari " - Grado 2 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

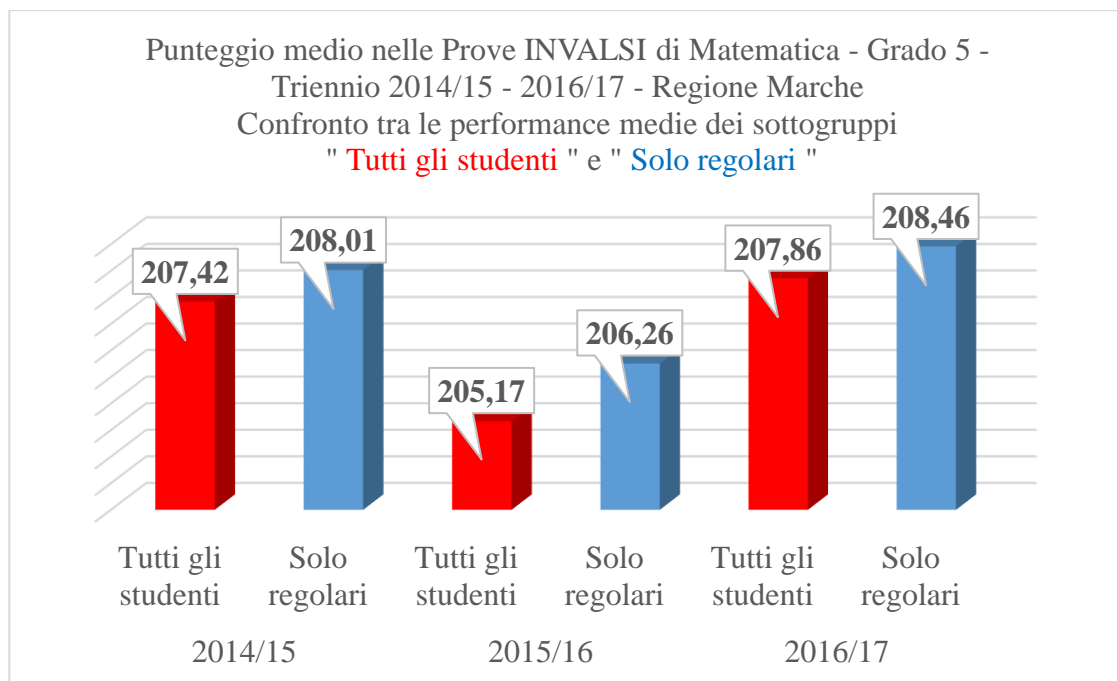


Fig. 75 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo regolari " - Grado 5
 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

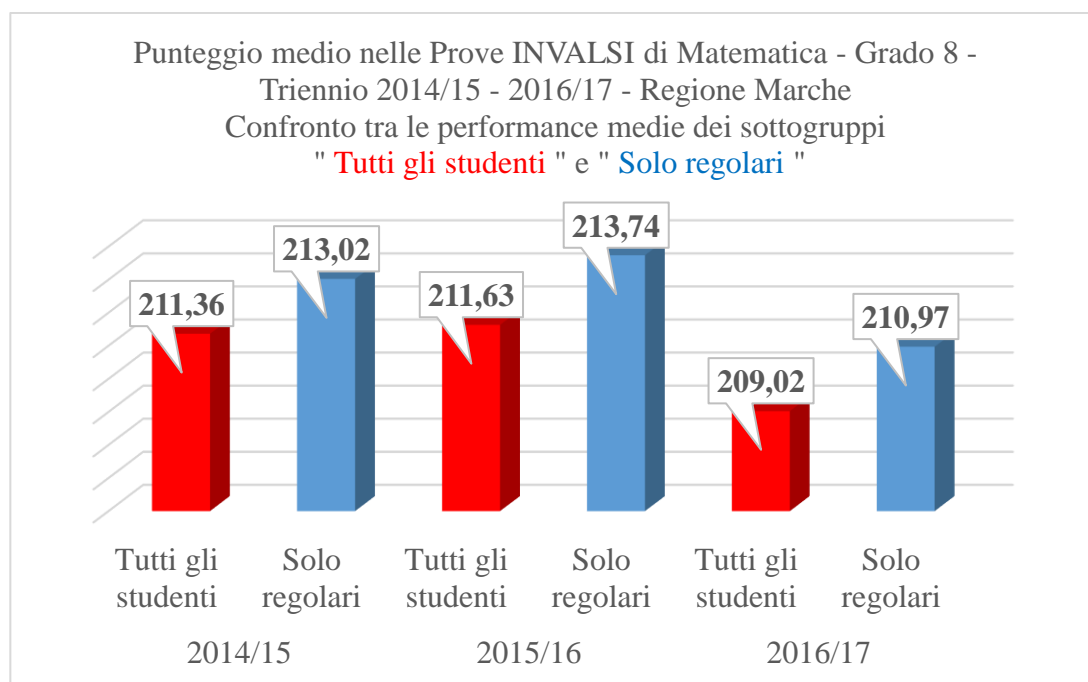


Fig. 76 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo regolari " - Grado 8
 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

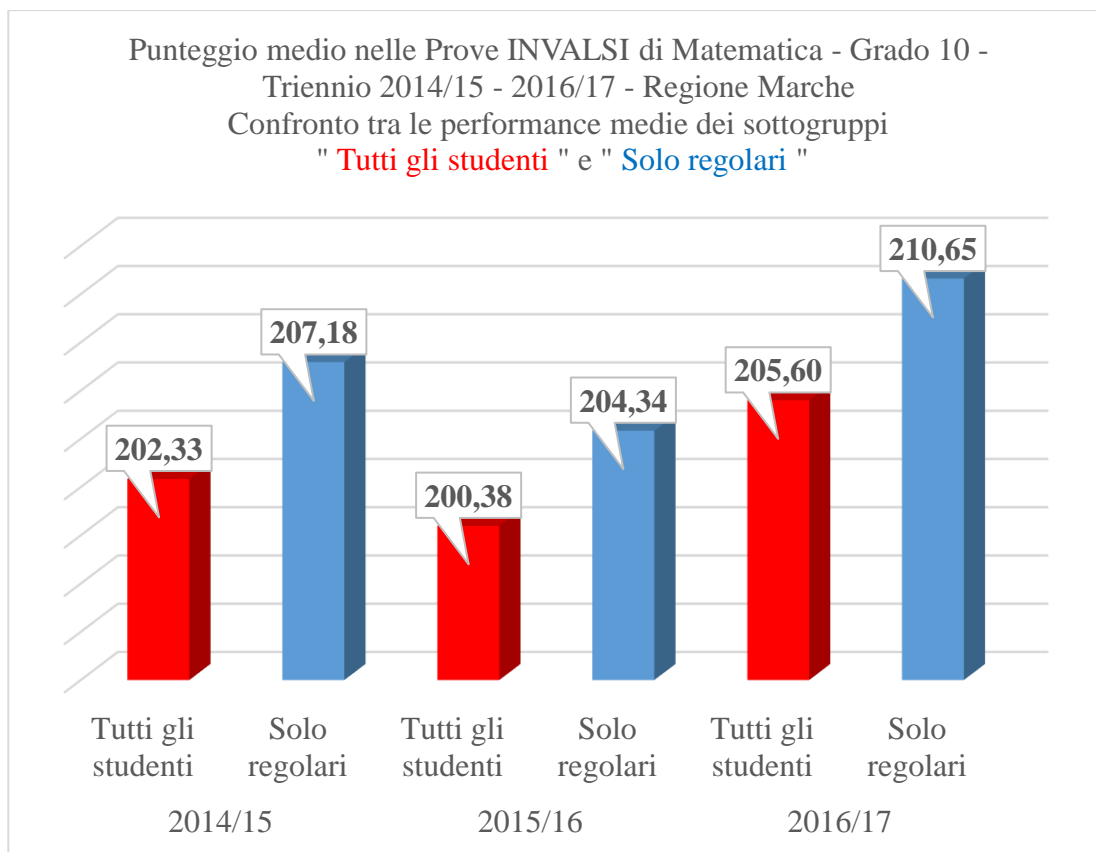


Fig. 77 – Confronto tra le performance medie dei sottogruppi " Tutti gli studenti " e " Solo regolari" - Grado 10 – Prove Invalsi Matematica - Fonte Dati Invalsi 2014/15, 2015/16, 2016/17

4.6 Differenze rilevate a seguito del periodo di didattica a distanza per la pandemia da Covid - 19 nei risultati delle prove di matematica per l'anno scolastico 2018 -19 e 2020-21

A causa del lockdown dovuto all'emergenza epidemiologica da Coronavirus (Covid 19) sono state emanate ordinanze regionali e DPCM con tempi di chiusura delle scuole in Italia e nella Regione Marche, a partire dall'anno scolastico 2019/20, così come esposto nella fig. 78 seguente. Durante tale anno scolastico non sono state effettuate le rilevazioni da parte dell'Invalsi e per un lungo periodo che

va da marzo 2020 fino alla fine dell'anno scolastico, è stata attivata la didattica a distanza (DAD).

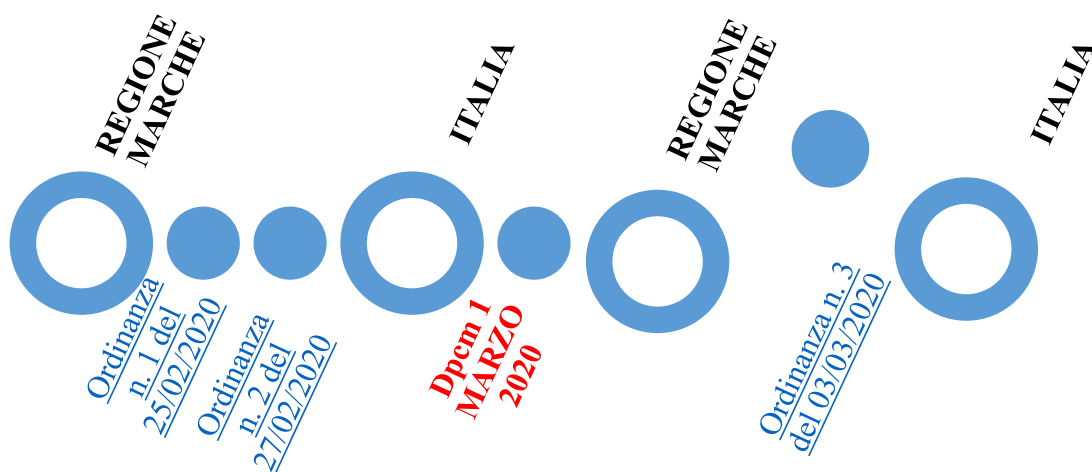


Fig. 78 – Schema timing relativo alle ordinanze regionali e DPCM emesse a seguito dell'emergenza epidemiologica da Covid – 19 (anno sc. 2019/20)

Nell'anno scolastico successivo 2020/21, la situazione relativa all'emergenza epidemiologica ha visto affrontare il problema con modalità diversa a seconda delle Regioni e ai gradi scolastici, cercando di preservare il più possibile le categorie più a rischio come gli alunni con bisogni educativi speciali e i bambini dalla scuola dell'infanzia alle prime classi della secondaria di primo grado.

Nella Regione Marche la sospensione delle attività in presenza ha interessato il 38% circa del totale dei giorni di lezione previsti dal calendario scolastico regionale per l'anno scolastico 2019-20 e, proprio per garantire il rispetto del diritto all'istruzione e dare continuità allo sviluppo e all'apprendimento di bambini e ragazzi, la scuola si è attivata attraverso l'utilizzo delle tecnologie e la didattica a distanza. A tal proposito il Ministero dell'Istruzione aveva stanziato risorse con il DM 187/2020 per l'acquisizione della dotazione tecnologica e per la formazione del personale. In una rilevazione effettuata dall'USR MARCHE la quasi totalità delle scuole aveva attivato modalità di didattica a distanza, con una percentuale media provinciale di alunni raggiunti pari a circa il 95%.

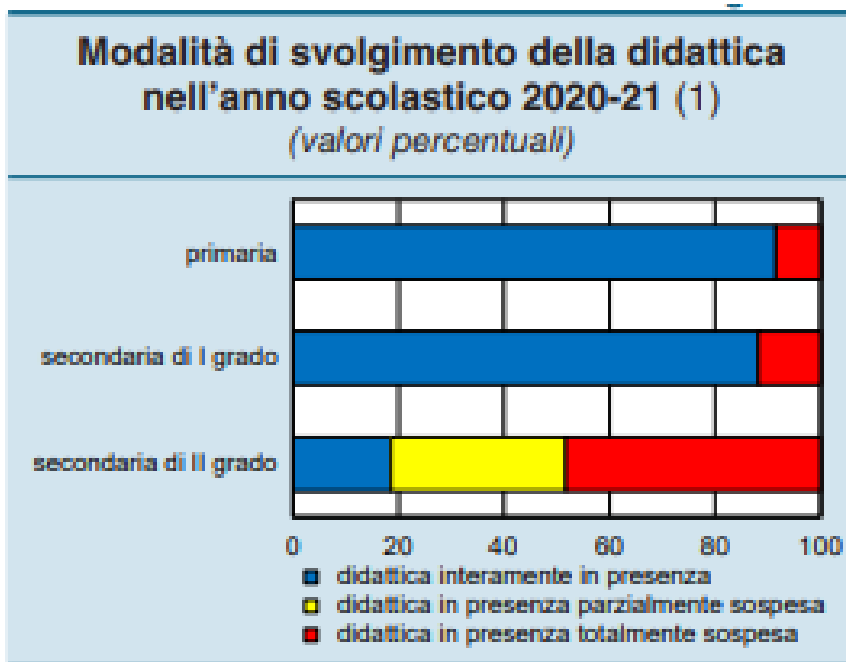
Alcuni studenti hanno avuto difficoltà e non sono stati raggiunti dalla DAD e le possibili cause sono rappresentate nel grafico (fig. 79):



Fig. 79 – Difficoltà rilevate tra gli studenti non raggiunti dalla DAD

Dalla medesima indagine era stato rilevato che la modalità di didattica a distanza prevalente fosse quella mista sincrona/asincrona che ha prevalso con un netto 52% tra le modalità analizzate; mentre tra gli strumenti e i canali utilizzati, pur essendo stati molteplici, hanno prevalso le applicazioni per la videoconferenza con una percentuale pari all' 84%. Le attività didattiche e gli approcci privilegiati sono stati diversi, con una prevalenza di invio/caricamento di materiale e indicazioni di compiti, nonostante la Nota 388 del 17 marzo 2020 del Ministero dell'Istruzione [68] avesse fornito indicazioni e spunti interessanti su come dovesse essere intesa la didattica a distanza: «*Nella consapevolezza che nulla può sostituire appieno ciò che avviene, in presenza, in una classe, si tratta pur sempre di dare vita a un “ambiente di apprendimento”, per quanto inconsueto nella percezione e nell'esperienza comuni, da creare, alimentare, abitare, rimodulare di volta in volta.*»

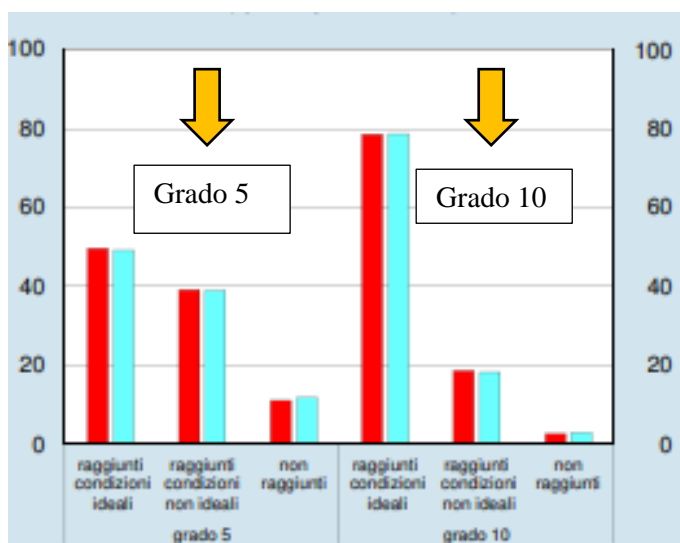
In riferimento all'anno scolastico 2020/21, come riportato nella Relazione annuale della Banca d'Italia [12], «*il ricorso alla didattica a distanza è stato invece più eterogeneo tra ordini di scuola e tra territori. Nelle Marche dalla fine di ottobre del 2020 al 30 aprile 2021 la sospensione della didattica in presenza ha riguardato principalmente le scuole secondarie di secondo grado, dove gli studenti hanno frequentato le lezioni interamente in presenza per meno del 20% del totale dei giorni previsti e hanno seguito le lezioni totalmente da remoto per quasi metà del tempo*» così come si evidenzia nella fig. 80 tratta dalla medesima Relazione 2021:



- Didattica interamente in presenza
- Didattica in presenza parzialmente sospesa
- Didattica in presenza totalmente sospesa

Fig. 80 – Modalità di didattica a distanza – a.s. 2020/21- Fonte: Elaborazione Banca d'Italia su dati INVALSI

Riferendoci alla situazione ante pandemia Covid- 19 sulla base del grafico estratto dalla Relazione della Banca d'Italia, elaborato su dati forniti dall'INVALSI, riferiti all'anno scolastico 2018-19, (fig. 81) «solo per il 50% degli studenti marchigiani del quinto anno della scuola primaria (grado 5) erano presenti le condizioni ideali per accedere alla didattica digitale, mentre l'11,1 % risultava potenzialmente non raggiungibile. Al secondo anno di scuola secondaria di secondo grado (grado 10) quasi l'80% degli studenti erano in possesso delle condizioni ideali, mentre solo il 2,7 % rimaneva



potenzialmente escluso.»

- Marche
- ITALIA

Fig. 81 - Studenti per condizioni di accessibilità- Fonte Elaborazione Banca d'Italia su dati INVALSI

«Gli studenti marchigiani privi delle condizioni di accesso ideali mostravano competenze inferiori già prima della pandemia, specialmente nelle scuole secondarie di secondo grado dove è stata più frequente la sospensione della didattica in presenza» (fig. 82)

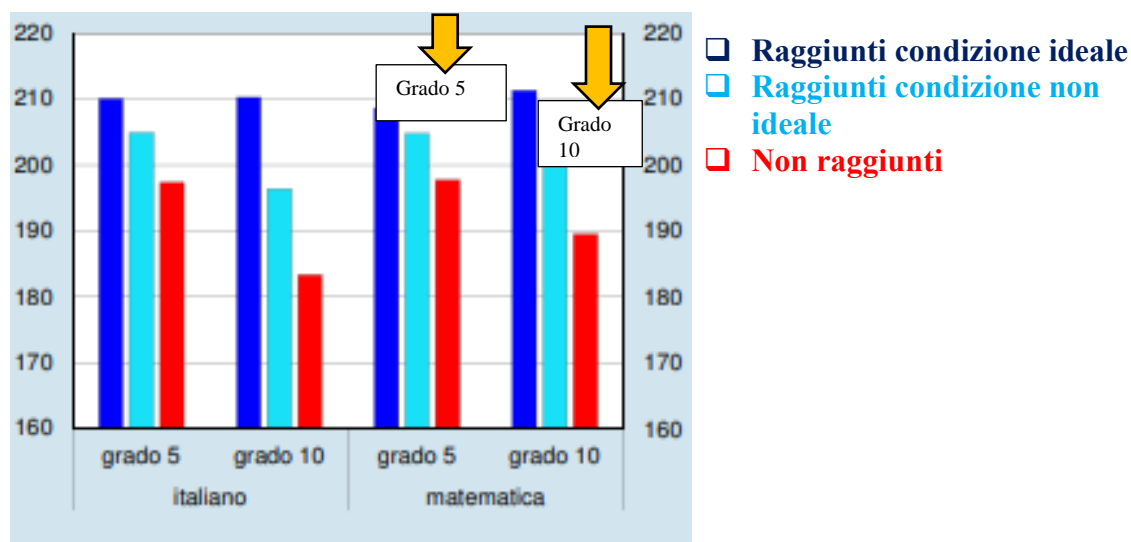


Fig. 82 - Performance degli studenti marchigiani prima della Pandemia - Fonte Elaborazione Banca d'Italia su dati INVALSI

4.6.1 Il learning loss e la DAD

Senza adeguato supporto digitale, pertanto, il ricorso alla didattica a distanza potrebbe aver ampliato i divari negli apprendimenti e alimentato situazioni di iniquità. D'altra parte, il learning loss e cioè la perdita dei livelli di conoscenze, abilità e competenze negli studenti a seguito dell'interruzione di percorsi di apprendimento per periodi prolungati, come quelli della pausa estiva, è stato dimostrato, da studi svolti soprattutto negli Stati Uniti, che dipende dal livello socioeconomico della famiglia. La dipendenza del learning loss dal livello socioeconomico della famiglia si spiega attraverso la "metafora del rubinetto", per cui durante l'anno scolastico tutti gli studenti, indipendentemente dalle proprie condizioni sociali, possono attingere senza differenze al "rubinetto delle risorse" messo a disposizione dalla scuola. Questa possibilità, che permette la riduzione delle differenze nella possibilità per tutti di fruire di occasioni e strumenti per l'apprendimento, è una delle prime condizioni per assicurare un sistema educativo equo e identifica nella "scuola fisica" il primo ambiente e strumento di compensazione per lo sviluppo di un adeguato processo di apprendimento e il primo "ascensore sociale". Save the Children [69] ha evidenziato il pericolo di una crescita esponenziale della povertà

materiale ed educativa che ha interessato, nel periodo della DAD, bambini e adolescenti che vivono nei contesti più svantaggiati, dove appunto la mancanza di “*scuola fisica*” ha determinato l’espansione di fenomeni di deprivazione culturale, aumento dell’insuccesso scolastico, demotivazione e abbandono con il consolidamento di diseguaglianze nelle opportunità di apprendimento e quindi di un accrescimento di situazioni di iniquità nel sistema scolastico. La didattica a distanza, che ha tentato di affrontare la situazione creata a causa dell’emergenza epidemiologica, può aver creato scompensi tra chi in qualche modo, supportato dalla famiglia, è riuscito comunque a tenere in moto il processo di apprendimento e chi, a causa di un ambiente deprivato da risorse e da stimoli cognitivi, è rimasto indietro e non è riuscito più a seguire, bloccando di fatto ogni progresso.

4.6.2 Le domande di ricerca scopo di questo studio

Le domande di ricerca a cui si è cercato di dare una risposta con questo lavoro, quindi, sono state le seguenti:

1. Quanto la didattica a distanza è stata capace di contrastare gli effetti del learning loss in Italia?
2. Sui risultati delle prove INVALSI di matematica 2020/21 ha influito la DAD e cioè si sono rilevate differenze a seguito del periodo di didattica a distanza per la pandemia da Covid - 19 tra i risultati delle prove di matematica 2018/19 e 2020/21?
3. Quanto la pandemia da Covid – 19 ha aumentato le condizioni di iniquità nel sistema scolastico marchigiano?

Per rispondere al primo quesito bisogna ribadire che il progresso nell’apprendimento, legato alle opportunità offerte dalla Scuola con strumenti e ambienti didattici adeguati, si è interrotto nel periodo della DAD per gli studenti e ha gravato soprattutto su quelli provenienti da contesti svantaggiati, per i quali attingere ai supporti didattico - educativi analogici e digitali, opportunità di visite guidate, esperienze laboratoriali, ecc. è vitale per il fissaggio e lo sviluppo delle competenze acquisite. Le rilevazioni INVALSI 2020/21 [70] hanno evidenziato che le riduzioni più significative nei livelli di competenza hanno riguardato, appunto, gli studenti provenienti da contesti socioeconomici e culturali

più svantaggiati. Sul portale Invalsi Open [71] si legge *che «anche se l'effetto negativo della chiusura delle scuole è stato bilanciato con l'aiuto della didattica a distanza, il rischio di un aumento della povertà educativa resta comunque concreto»*; dunque, dalle evidenze rilevate dalle prove Invalsi si può affermare che anche in Italia, in questo periodo, il sistema scolastico non è stato in grado di assicurare medesime opportunità di apprendimento e cioè non ha rispettato i parametri per definirsi equo. D'altra parte, la scuola non è solo un ambiente di apprendimento, ma è anche e soprattutto il primo luogo, dopo la famiglia, dove si costruiscono relazioni significative e dove ci si confronta con le prime sfide e difficoltà, dove si costruisce la propria personalità insieme allo sviluppo cognitivo e si apre il percorso al processo di acquisizione di competenze complesse. L'ONU ha denunciato la portata dell'impatto che la pandemia ha avuto sulla popolazione studentesca mondiale, riferendo che la pandemia ha causato *“la più grande interruzione dei sistemi educativi della storia, interessando quasi 1,6 miliardi di studenti in più di 190 paesi in tutti i continenti”* [72].

Nelle conclusioni del JRC(Joint Research Centre) del TECHICAL REPORT *“The likely impact of COVID-19 on education: Reflections based on the existing literature and recent international datasets* [73] pubblicato nel 2020, si stima che la chiusura della “scuola fisica” e l'adozione dell'istruzione a distanza possa aver determinato una perdita di ore di apprendimento per gli studenti delle Scuole secondarie di secondo grado di circa il 10,60% del totale delle ore nette di insegnamento, che potrebbe determinare una differenza di circa 10 punti su un test standardizzato con le stesse caratteristiche di misura di PISA o TIMSS. Da un'indagine di Save the Children, per il 70% degli studenti intervistati la modalità della DAD rende più difficile concentrarsi e seguire le lezioni ed evidenzia difficoltà nella nuova modalità di socializzazione con il gruppo dei pari; il 50% non riesce a mantenere il ritmo e rimane indietro. Quest'ultimo aspetto è confermato anche dal 39,9% dei genitori così come riportato nel documento *“Riscriviamo il Futuro- L'impatto del coronavirus sulla povertà educativa”* [69]. Nel medesimo rapporto si legge che dall'inizio del lockdown è aumentata del 50% la quota di chi ritiene che i propri figli abbiano bisogno di un sostegno nello studio, ma anzi, come riassume il grafico seguente(fig.83), sono aumentate anche le percentuali di studenti che ne hanno manifestato il bisogno:

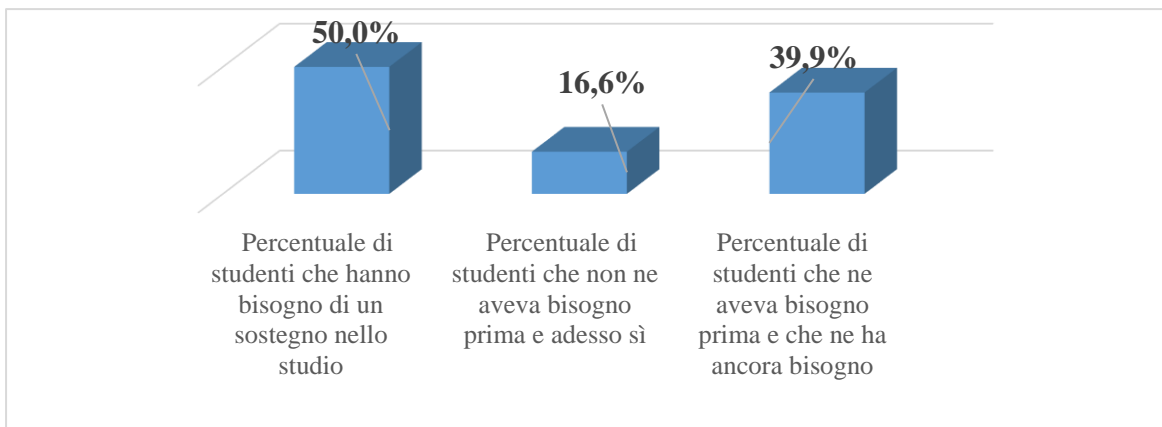


Fig. 83 – Percentuale di studenti che a seguito della DAD avrebbero bisogno di un sostegno nello studio- Fonte Save the Children

A tal proposito il Portale “ Save the Children, per venire incontro alle esigenze esposte dai genitori ha creato uno spazio web: <https://www.arcipelagoeducativo.it/>, dove alla pagina: <https://risorse.arcipelagoeducativo.it/pubblico/docenti?f%5B0%5D=competenze%3A3#block-filtralerisorse> sono presenti risorse per la didattica della matematica..

Il JRC(Joint Research Centre) TECHICAL REPORT sopra citato individua anche altri fattori che possono aver contribuito all'effetto negativo esercitato dal ricorso alla DAD a seguito dell'emergenza pandemica da COVID- 19 sui risultati degli studenti, così come illustrato dal seguente grafico tratto dal medesimo report (fig. 84) che illustra la connessione tra i fenomeni di *Learning Loss cognitivo e socio-emozionale*:

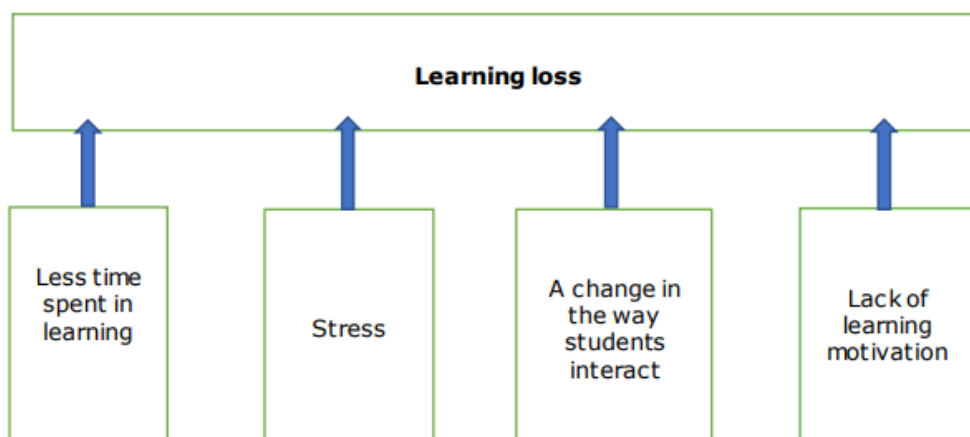


Fig. 84 - Fattori che possono contribuire all'effetto negativo esercitato dal ricorso alla DAD sui risultati degli studenti Fonte: *The likely impact of COVID-19 on education: Reflections based on the existing literature and recent international datasets.*

Per rispondere al secondo dei quesiti di ricerca basta partire dai seguenti grafici tratti dal sito ufficiale area prove nazionali [74] INVALSI OPEN (fig.85) che rappresentano i livelli di competenza raggiunti dagli studenti nelle Marche per la matematica nel 2021:

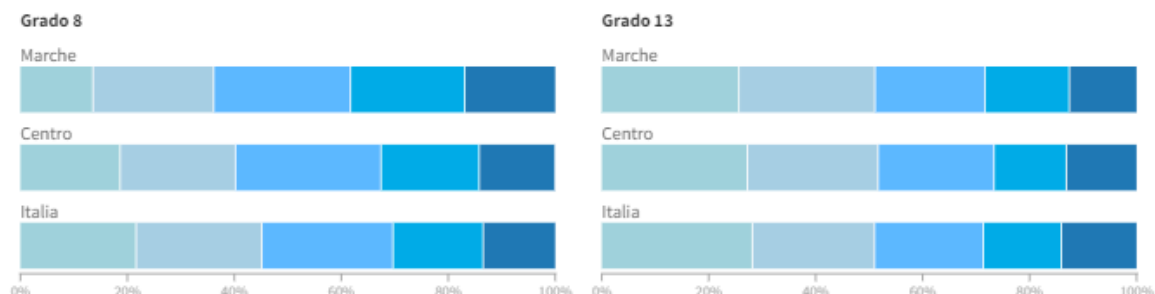


Fig.85 – Confronto tra le percentuali di studenti marchigiani che raggiungono un determinato livello di competenza rispetto al dato nazionale e di area geografica – Gradi 8 e 13 – Fonte INVALSI OPEN

e considerare i dati che stimano le percentuali di studenti che raggiungono i livelli di competenza adeguati, come rappresentato per i gradi 8 e 13 nei seguenti grafici (fig.86) sempre tratti dal sito INVALSI OPEN:

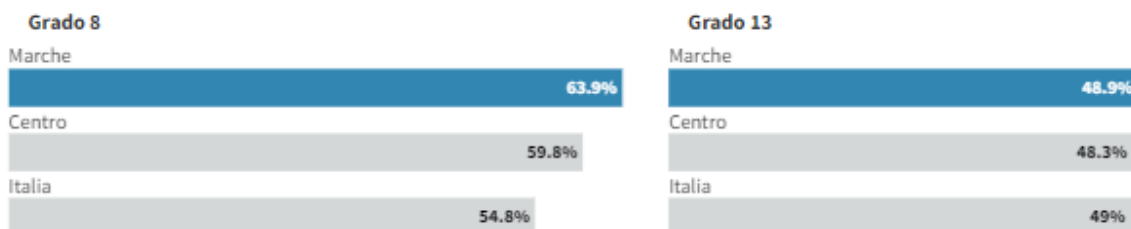


Fig.86 – Confronto tra le percentuali di studenti marchigiani che raggiungono livelli di competenza adeguati rispetto al dato nazionale e di area geografica – Gradi 8 e 13_ Fonte INVALSI OPEN

Da detti dati si evince come anche nella Regione Marche i periodi di DAD hanno determinato un calo nei livelli di competenza adeguati seguendo la tendenza negativa rilevata anche a livello nazionale per la matematica e rilevati nella sua relazione dalla prof.ssa Anna Maria Ajello, ex Presidente che, commentando i dati non positivi nelle rilevazioni per le prove di matematica ha ribadito che «la matematica si impara a scuola e meno in famiglia».

Degli esiti relativi alle Prove INVALSI 2020/21 - post lockdown – per la Regione Marche si sono occupati anche le testate giornalistiche locali, e come evidenziato nella fig. 87 seguente, sembrano confermare quanto dichiarato dalla Prof.ssa Ajello, a seguito di interviste effettuate anche a dirigenti scolastici marchigiani

Prove Invalsi, gli effetti della pandemia: malissimo inglese e matematica «La dad non può sostituire la scuola»

Fig. 87 – Articolo sugli esiti Prove Invalsi 2020/21 - Fonte: Cronache maceratesi

D'altra parte, dalle rilevazioni INVALSI 2020/21 delle prove di matematica – Grado 13 si evidenzia che il 51% degli studenti della Regione Marche sono a livello 1 e 2 e quindi sotto il livello minimo di competenza (fig. 88). Gli esiti mostrano un aumento, rispetto all'anno scolastico 2018/19 della percentuale (fig. 89) di alunni che si attestano sotto il livello minimo di competenza, che raggiungeva una percentuale al di sotto del 40%.

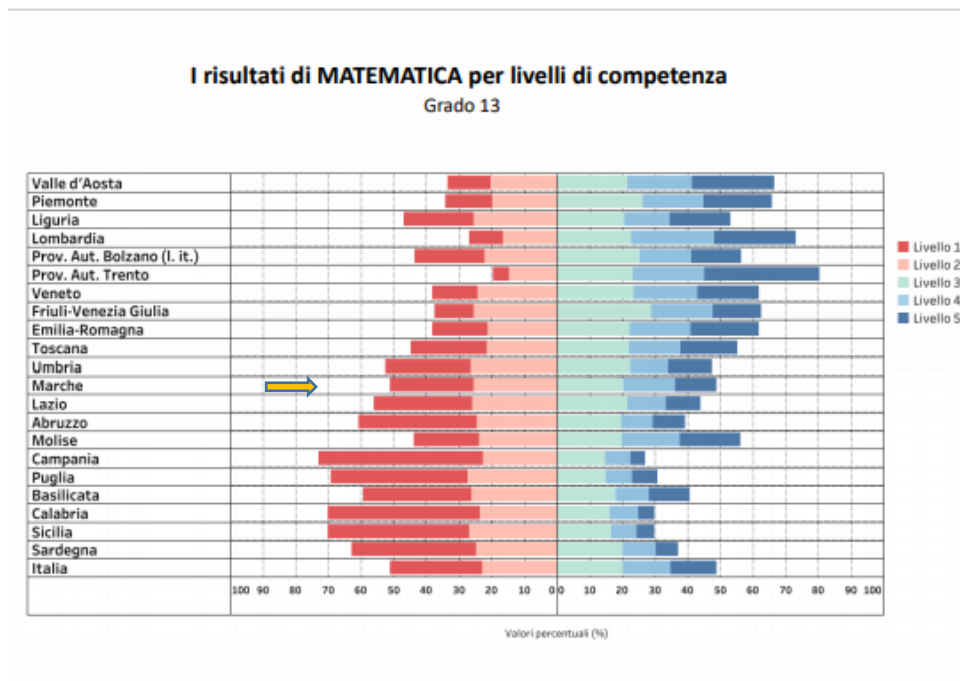


Fig. 88 -I risultati in matematica per livelli di competenza - Grado 13 – a.s. 2020/21- Fonte Dati INVALSI

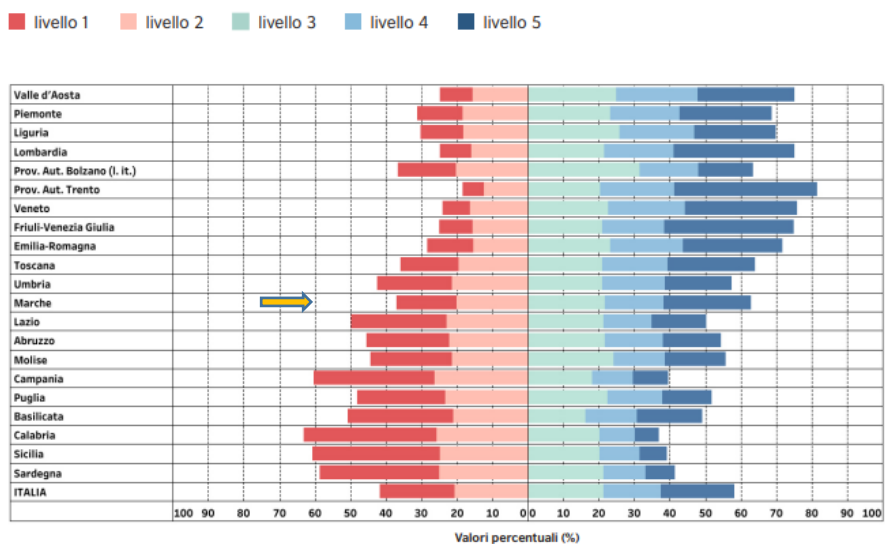


Fig. 89 - I risultati in matematica per livelli di competenza - Grado 13 – a.s. 2018/19 - Fonte Dati INVALSI

Rispetto ai livelli campione si rilevano dati per il Grado 13 riassunti nella tav. 9 seguente e rappresentati nel grafico di fig.90:

Tav. 9 – Distribuzione percentuali livelli di competenza nelle Prove Invalsi di Matematica -Grado 13 - Anni sc. 2018/19 e 2020/21 – Dati Campione – Fonte Dati Invasi

Anno	LIVELLO 1	LIVELLO 2	LIVELLO 3	LIVELLO 4	LIVELLO 5
2018-2019	17,0	20,1	21,6	16,6	24,6
2020-2021	25,7	25,4	20,6	15,8	12,6

Legenda: **DATI PRE PANDEMIA** **DATI POST PANDEMIA**

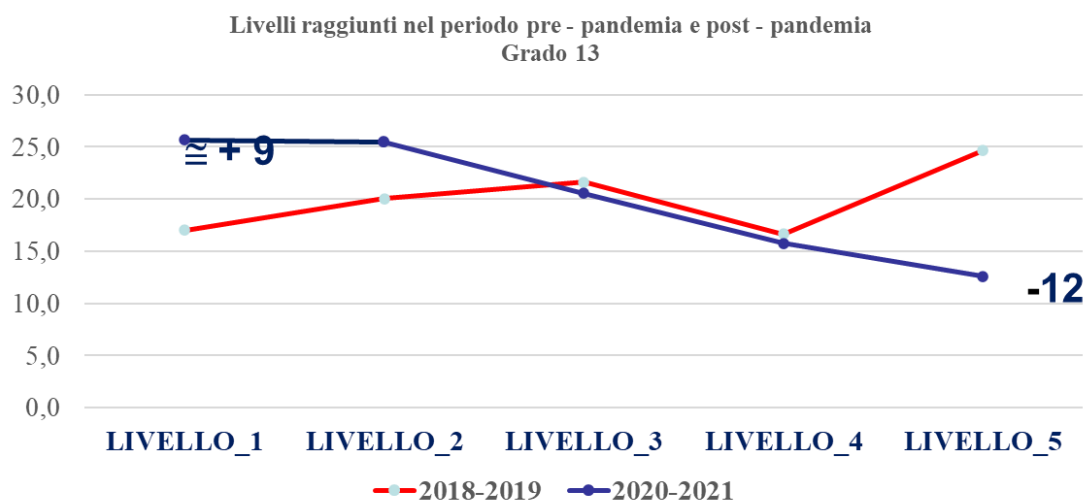


Fig. 90 – Confronto tra i livelli di competenza raggiunti nelle Prove Invalsi di Matematica – Grado 13 - nei periodi pre e post pandemia da Covid -19 – Dati Campione- Fonte Dati Invalsi

Riguardo al report dei livelli raggiunti nelle rilevazioni censuarie, con una percentuale di copertura studenti rispettivamente di 96,36% e 94,19%, si rilevano i dati per il Grado 13- Regione Marche riportati nella tav. 10 e rappresentati nel grafico di fig.91; anche in questo caso si rileva un +10 punti per il livello 1 e un -9 punti per il livello 5.

Tav. 10 – Distribuzione percentuali livelli di competenza nelle Prove Invalsi di Matematica Grado 13 -Anni sc. 2018/19 e 2020/21 – Dati censuari – Fonte Dati Invalsi

Anno	LIVELLO 1	LIVELLO 2	LIVELLO 3	LIVELLO 4	LIVELLO 5	percentuale copertura studenti
2018-19	15,86	18,29	21,78	19,00	24,58	96,36
2020-21	25,14	21,83	21,08	16,13	15,60	94,19

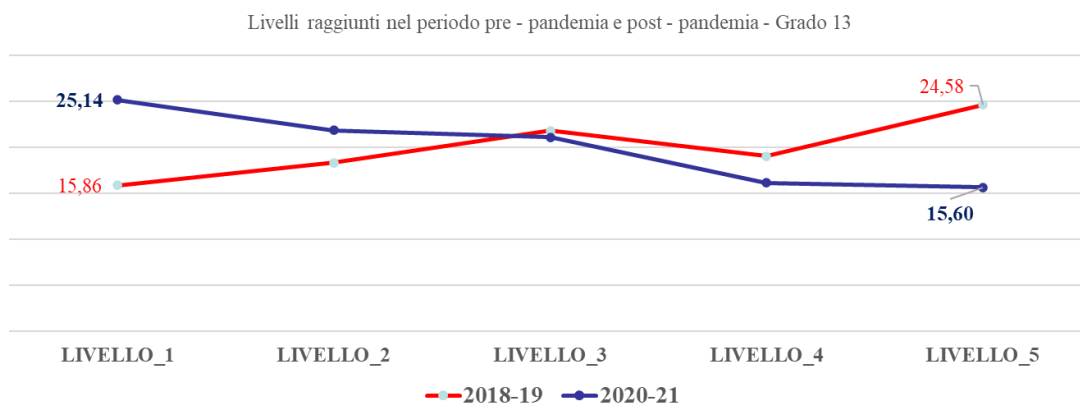


Fig. 91 – Confronto tra i livelli di competenza raggiunti nelle Prove Invalsi di Matematica – Grado 13 - nei periodi pre e post pandemia da Covid -19 – Dati Censuari- Fonte Dati Invalsi

Dalle rilevazioni INVALSI 2020/21 delle prove di matematica – Grado 8 si evidenzia una situazione migliore rispetto al grado 13; qui circa il 38% degli studenti della Regione Marche sono a livello 1 e 2 e quindi sotto il livello minimo di competenza (fig. 92). Gli esiti, comunque, mostrano un aumento pari a 8 punti percentuali, rispetto all’anno scolastico 2018/19 della percentuale (fig. 93) - di alunni che si attestano sotto il livello minimo di competenza:

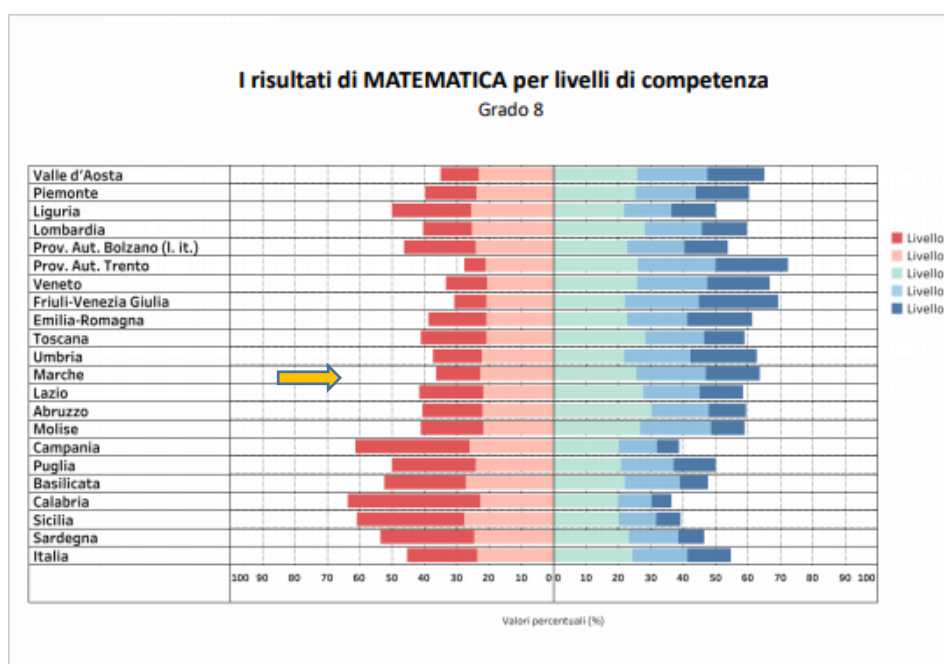


Fig. 92 – I risultati in matematica per livelli di competenza - Grado 8 – a.s. 2020/21 - Fonte Dati INVALSI

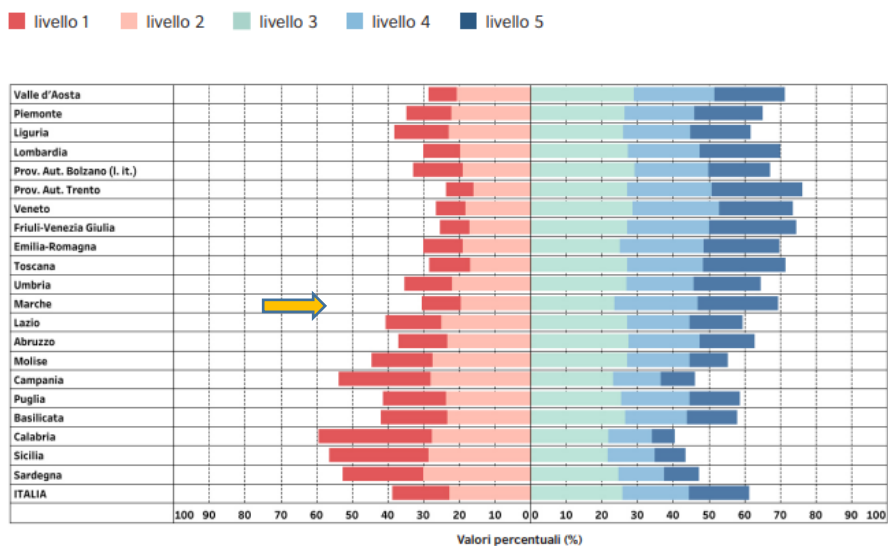


Fig. 93 – I risultati in matematica per livelli di competenza - Grado 8 – a.s. 2018/19 - Fonte Dati INVALSI

Rispetto ai livelli campione si rilevano i seguenti dati per il Grado 8 – Regione Marche, riportati nella tav. 11 e rappresentati nel grafico di fig.94:

Tav. 11 – Distribuzione percentuali livelli di competenza nelle Prove Invalsi di Matematica Grado 8 -Anni sc. 2018/19 e 2020/21 – Dati campione – Fonte Dati Invalsi

	Anno	LIVELLO 1	LIVELLO 2	LIVELLO 3	LIVELLO 4	LIVELLO 5
Dati pre - pandemia	2017-2018	10,5	19,8	25,5	22,3	22,0
	2018-2019	10,9	19,6	23,6	23,3	22,7
Dati post pandemia e prevalenza DAD	2020-2021	13,6	22,6	25,6	21,4	16,9

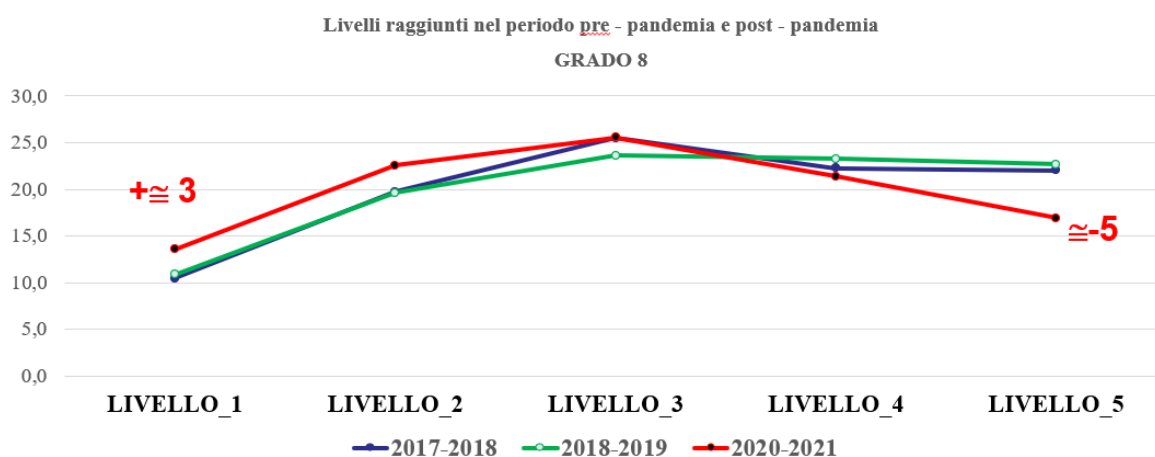


Fig. 94 – Confronto tra i livelli di competenza raggiunti nelle Prove Invalsi di Matematica – Grado 8 - nei periodi pre e post pandemia da Covid -19 – Dati Campione- Fonte Dati Invalsi

Riguardo al report dei livelli raggiunti nelle rilevazioni censuarie, con una percentuale di copertura studenti negli anni sc. 2017/18, 2018/19 e 2020/21 rispettivamente di 97,08%, 97,08%, 96,24%, si rilevano i seguenti dati per il Grado 8- Regione Marche, riportati nella tav. 12 e rappresentati nel grafico di fig.95. In questo caso si rileva, sia dai dati campionari che da quelli censuari, un aumento se pur più contenuto rispetto alle rilevazioni Grado 13 del livello 1 e una diminuzione delle percentuali di studenti che hanno conseguito il livello 5.

Tav. 12 – Distribuzione percentuali livelli di competenza nelle Prove Invalsi di Matematica Grado 8 -Anni sc. 2018/19 e 2020/21 – Dati censuari – Fonte Dati Invalsi

Anno	LIVELLO 1	LIVELLO 2	LIVELLO 3	LIVELLO 4	LIVELLO 5	percentuale copertura studenti
2017-18	10,71	19,39	26,02	22,19	21,67	97,08
2018-19	9,64	19,66	26,78	22,36	21,54	97,08
2020-21	14,50	20,75	26,07	19,99	18,65	96,24

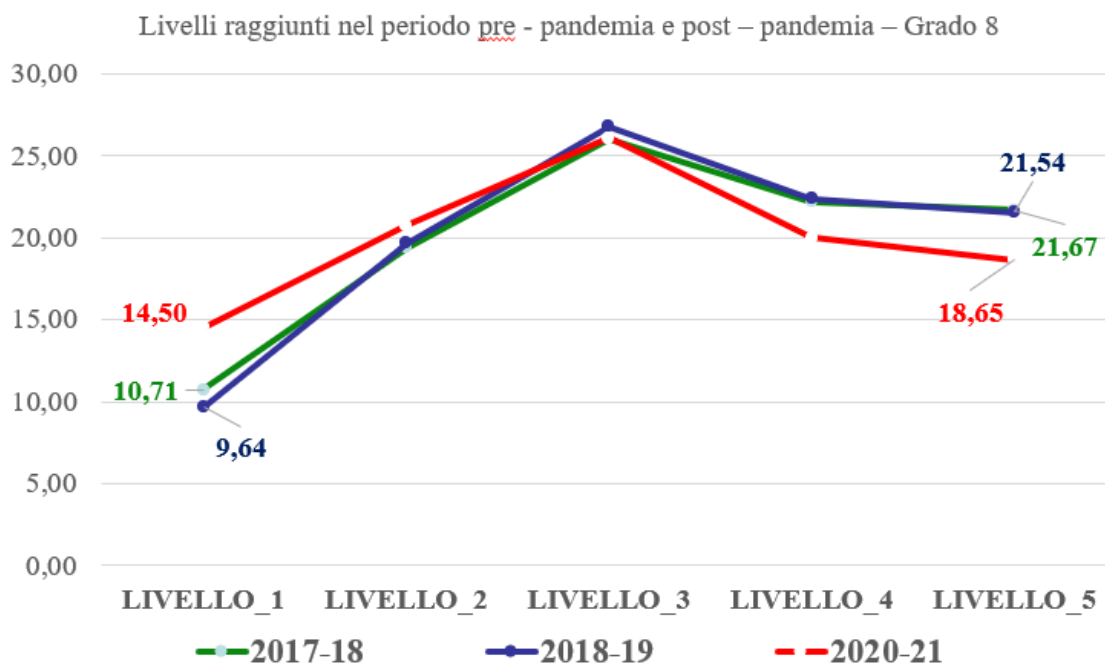


Fig. 95 – Confronto tra i livelli di competenza raggiunti nelle Prove Invalsi di Matematica – Grado 8 - nei periodi pre e post pandemia da Covid -19 – Dati Censuari - Fonte Dati Invalsi

Nel confronto dei dati relativi alle percentuali di studenti delle classi quinte – scuola secondaria di secondo grado (Grado 13) che non raggiungono i traguardi nazionali (Livello di non sufficienza) rilevati prima della pandemia da Covid 19 (a.s. 2018/19) e a seguito del lockdown e quindi alla Didattica a Distanza (DAD) (a.s.2020/21), si rileva una crescita percentuale pari a circa 14 punti, con uno scarto maggiore rispetto al dato Nazionale se confrontato con i dati pre – pandemia così come mostrato nella fig. 96 seguente:

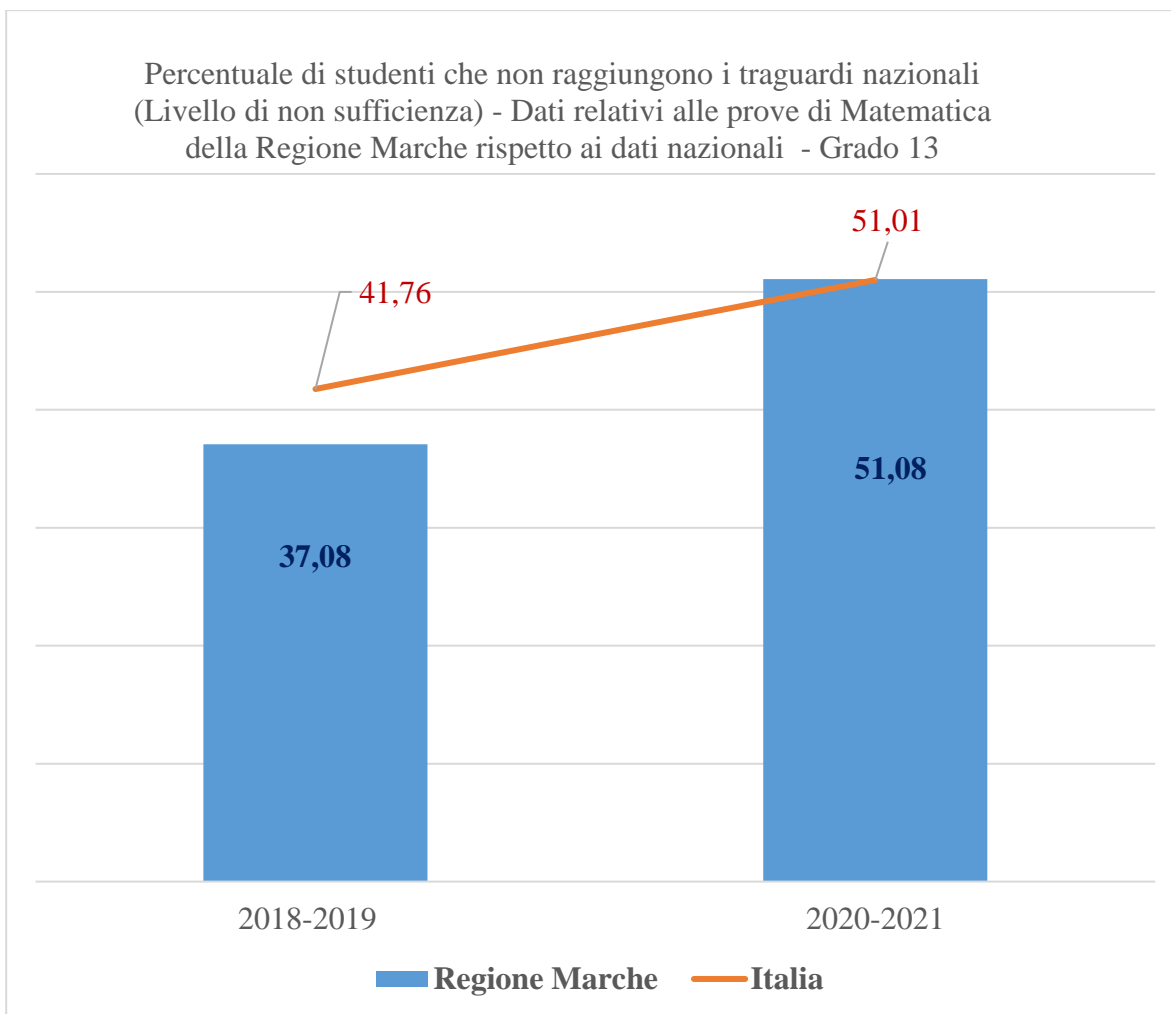


Fig. 96 - Percentuale di studenti che non raggiungono i traguardi nazionali (Livello di non sufficienza) - Dati relativi alle prove di Matematica della Regione Marche rispetto ai dati nazionali - Grado 13

D'altra parte, tale dato nazionale già mostrava un peggioramento medio nelle performance in matematica pari a meno nove punti come riportato nella fig. 97 a fianco.

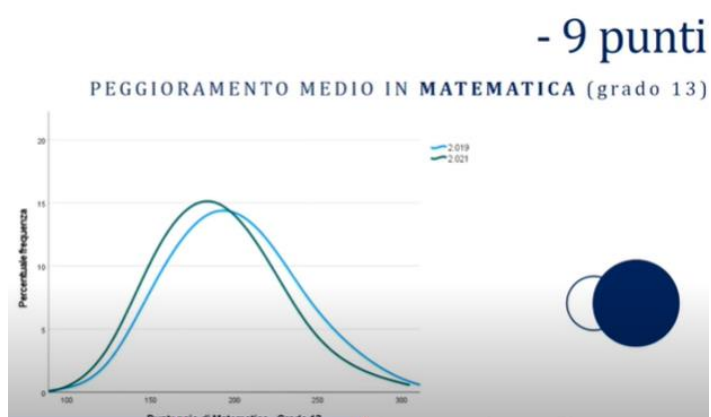


Fig. 97 – Grafico che mostra il peggioramento medio in Matematica (Grado 13) con la curva che si sposta verso sinistra e il picco della campana di Gauss in corrispondenza di un valore al di sotto di 200. – Fonte dati INVALSI

Nel confronto, invece, dei dati relativi alle percentuali di studenti delle classi terze – scuola secondaria di primo grado(Grado 8) che non raggiungono i traguardi nazionali (Livello di non sufficienza) rilevati nel biennio prima della pandemia da Covid 19 (a.s. 2017/18 e 2018/19) e a seguito del lockdown e quindi della DAD (a.s.2020/21), si rileva una crescita percentuale più contenuta rispetto al Grado 13, con uno scarto inferiore rispetto al dato Nazionale pari a meno 6 punti, se confrontato con i dati pre – pandemia, così come riportato nella fig. 98 seguente:

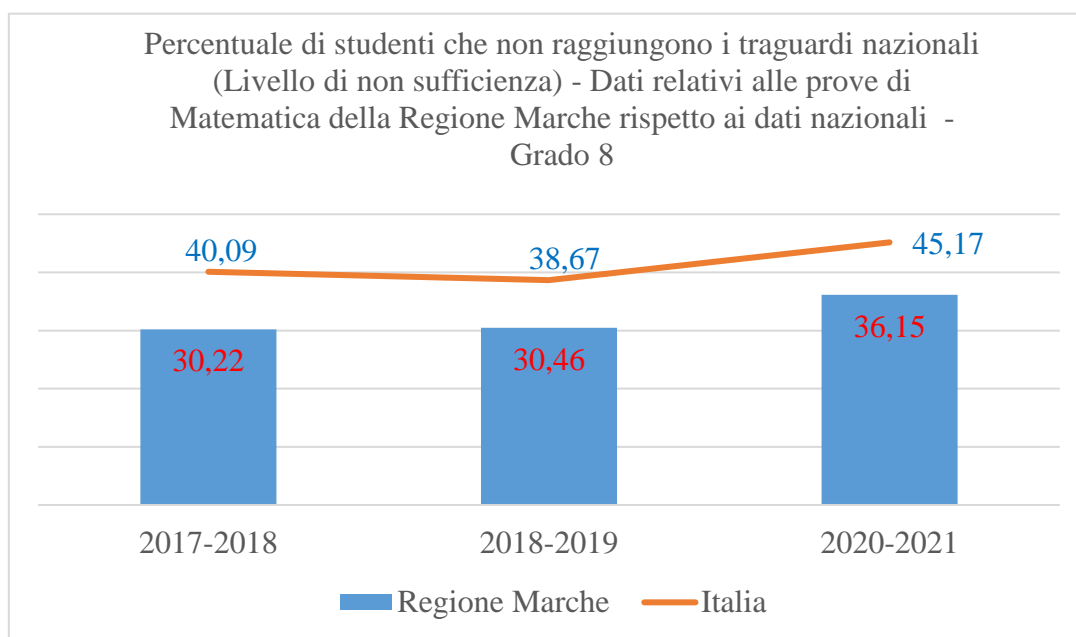


Fig. 98 - Percentuale di studenti che non raggiungono i traguardi nazionali (Livello di non sufficienza) - Dati relativi alle prove di Matematica della Regione Marche rispetto ai dati nazionali - Grado 8 _ Fonte dati INVALSI

Questo studio di ricerca ha poi voluto approfondire l’analisi dei dati utilizzando quelli desunti dal Report_comuni_istituto, con un livello di dettaglio che ha coinvolto i comuni capoluoghi delle cinque province della Regione Marche: Ancona, Ascoli Piceno, Fermo, Macerata Pesaro e Urbino.

Partendo da Ancona, si evidenzia un calo percentuale nel livello 5 nelle rilevazioni post-lockdown – Grado 8 – delle prove di Matematica di circa 7 punti percentuali e un aumento dei livelli 1 e 2 come rappresentato nel grafico di fig. 99. Si evidenzia, poi, anche qui un calo

percentuale nel livello 5 nelle rilevazioni post- lockdown – Grado 13 – delle prove di Matematica di circa 8 punti percentuali e un aumento dei livelli 1 e 2, come rappresentato in fig. 100.

Legenda dato di rilevazione:

Nome Variabile	Descrizione
id_comune_istituto	Codice comune ISTAT dell'istituto principale
Comune_istituto	Nome comune istituto principale

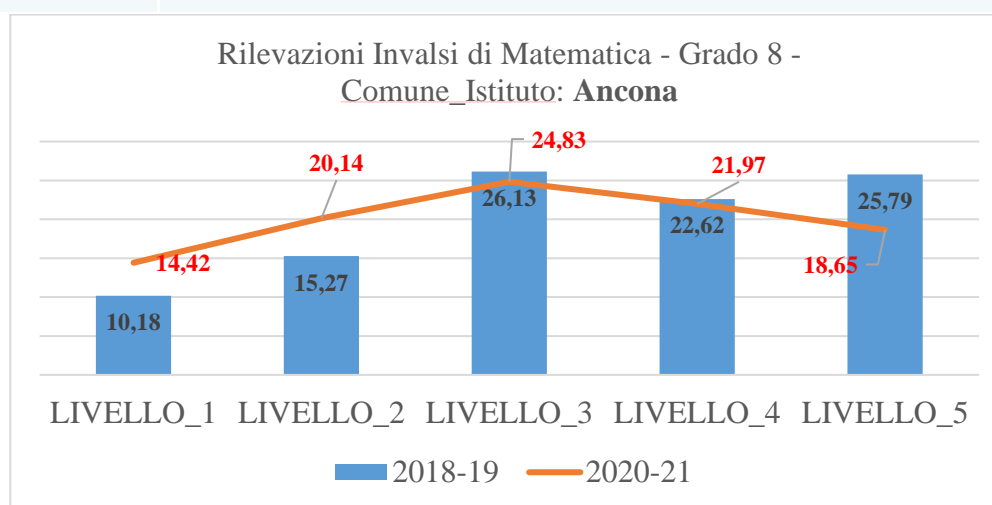


Fig. 99 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Ancona - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

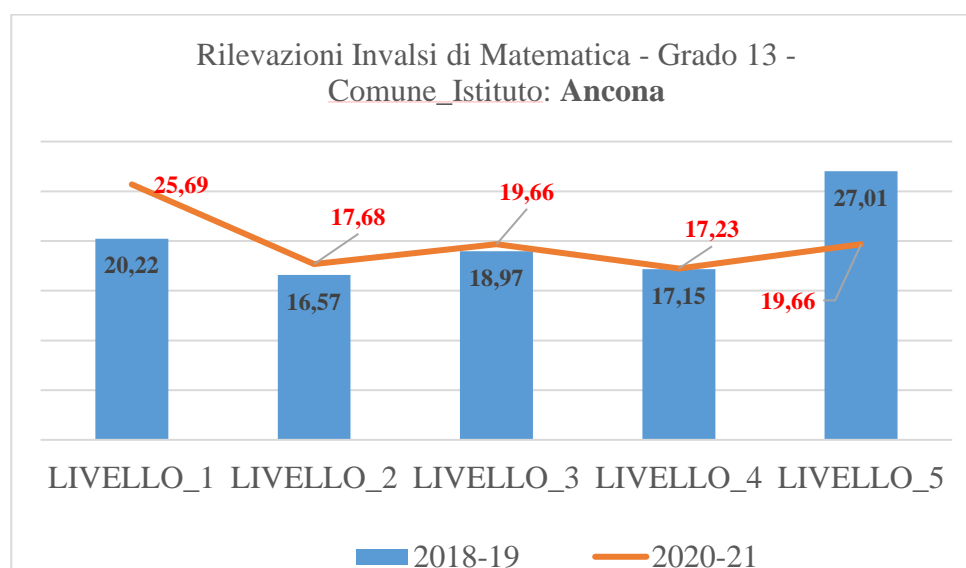


Fig. 100 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Ancona - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

In riferimento ai dati relativi al Comune di Ascoli Piceno, si evidenzia un se pur contenuto miglioramento percentuale nel livello 5 nelle rilevazioni post- lockdown – Grado 8 – delle prove di Matematica ma anche un aumento del livello 1, pari a circa 5 punti percentuali (fig. 101). Per il Grado 13, invece, si evidenzia un calo considerevole pari a circa 10 punti percentuali nel livello 5 nelle rilevazioni post- lockdown delle prove di Matematica ma anche un aumento considerevole del livello 1, pari a circa 11 punti percentuali (fig.102).

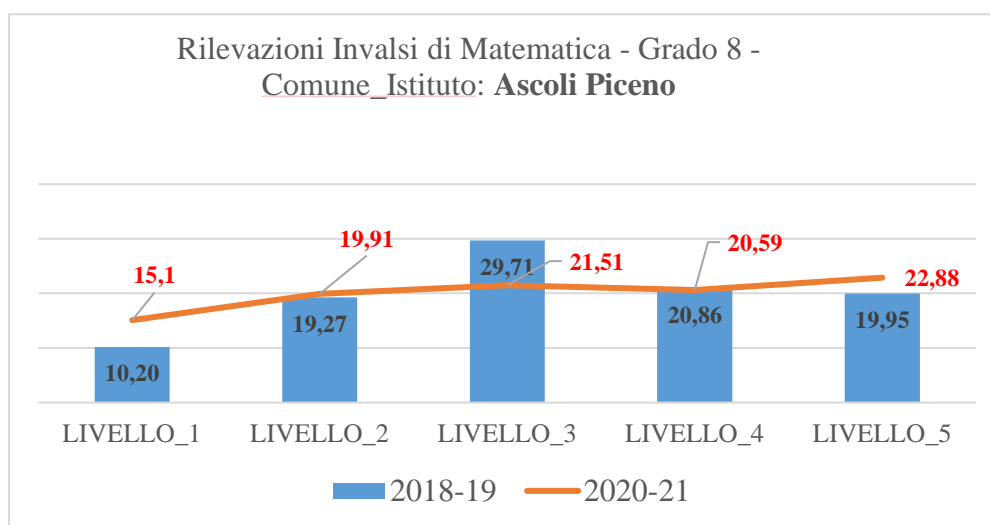


Fig. 101 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Ascoli Piceno - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

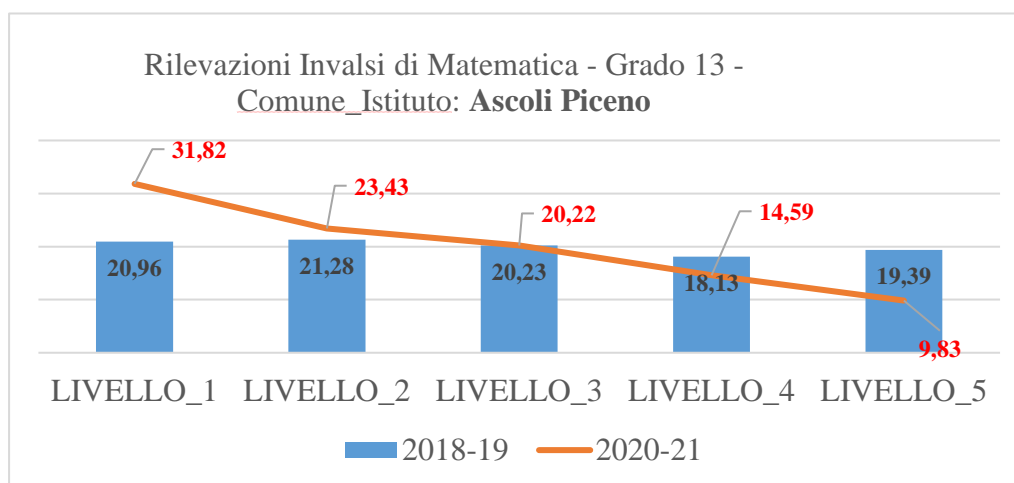


Fig. 102 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Ascoli Piceno - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Per il Comune di Fermo si evidenzia un calo contenuto nel livello 5 nelle rilevazioni post-lockdown – Grado 8 – delle prove di Matematica ma anche un aumento del livello 1, pari a circa 7 punti percentuali (fig.103). Per il Grado 13 si evidenzia un calo considerevole pari a circa 10 punti percentuali nel livello 5 nelle rilevazioni post- lockdown, delle prove di Matematica ma anche, come per Ascoli Piceno, un aumento del livello 1, pari a circa 11 punti percentuali (fig.104).

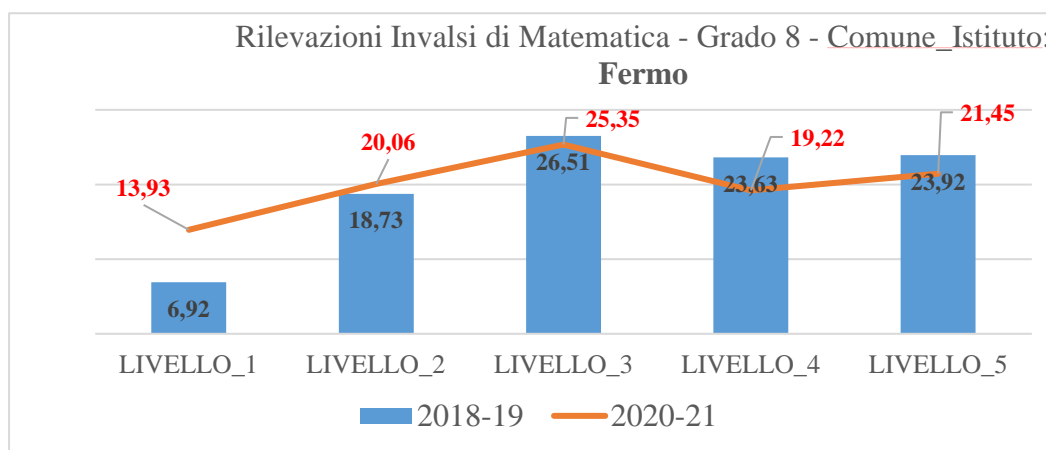


Fig. 103 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Fermo - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

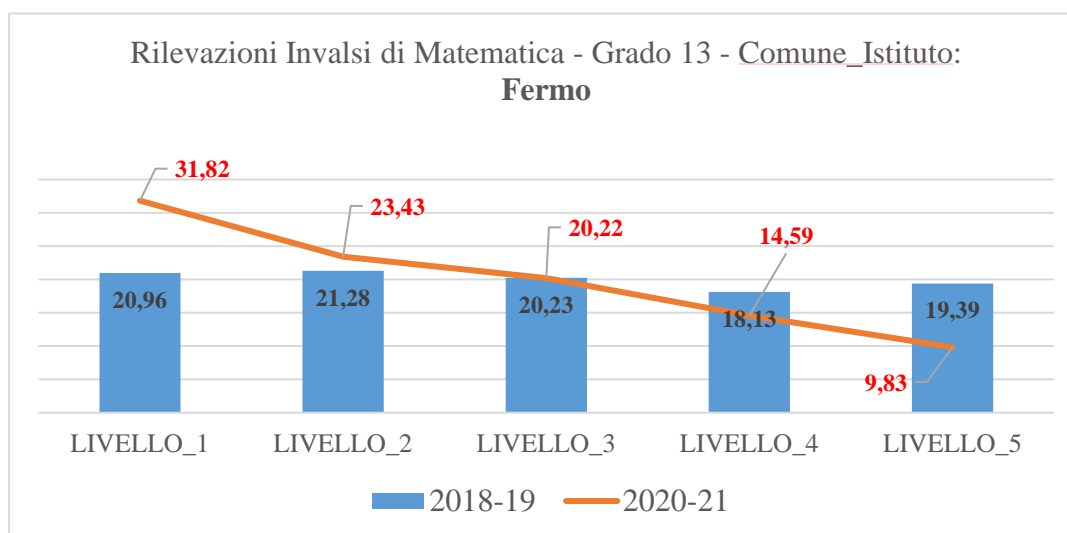


Fig. 104 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Fermo - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Per il Comune di Macerata si evidenzia un calo pari a circa 4 punti percentuali nel livello 5 nelle rilevazioni post- lockdown – Grado 8 – delle prove di Matematica e un aumento del livello 1, pari a circa 2 punti percentuali (fig.105). Per il Grado 13 si evidenzia un calo di 5 punti percentuali nel livello 5 nelle rilevazioni post- lockdown delle prove di Matematica ma anche, come per Ascoli Piceno, un aumento considerevole del livello 2, pari a circa 9 punti percentuali (fig.106).

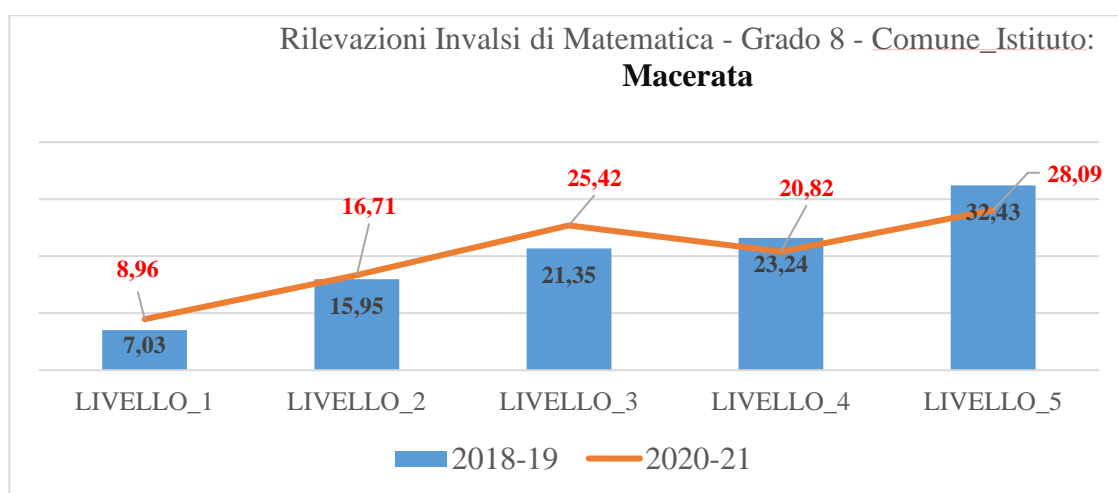


Fig. 105 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Macerata - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

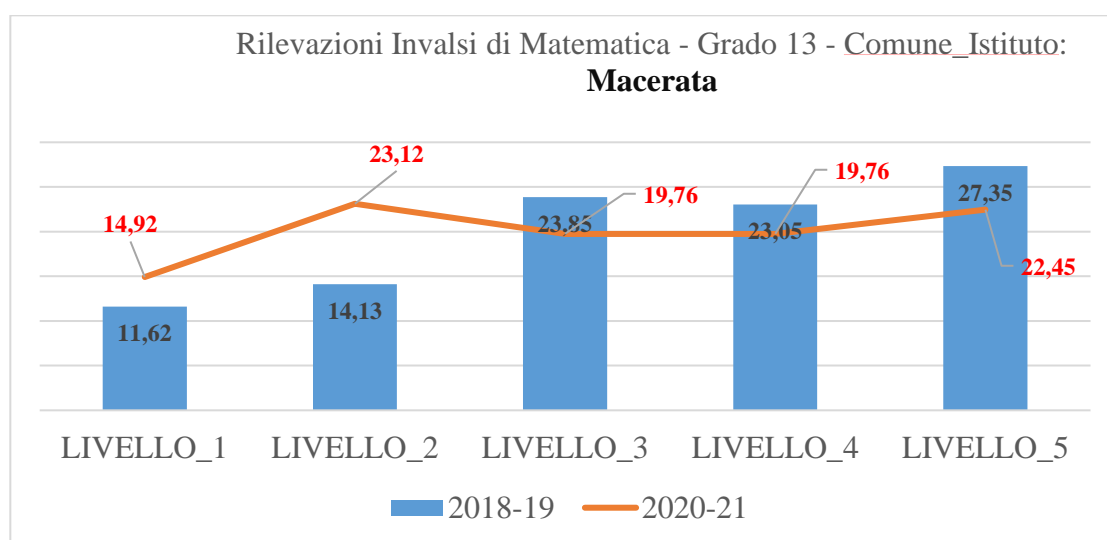


Fig. 106 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Macerata - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Per il Comune di Pesaro si evidenzia un calo contenuto nel livello 5 nelle rilevazioni post-lockdown – Grado 8 – delle prove di Matematica e un aumento del livello 1, pari a circa 4 punti percentuali (fig. 107). Per il Grado 13 si evidenzia un calo considerevole pari a circa 10 punti percentuali nel livello 5 nelle rilevazioni post- lockdown delle prove di Matematica ma anche, come per Ascoli Piceno e Macerata, un aumento considerevole del livello 1, pari a circa 11 punti percentuali (fig.108).

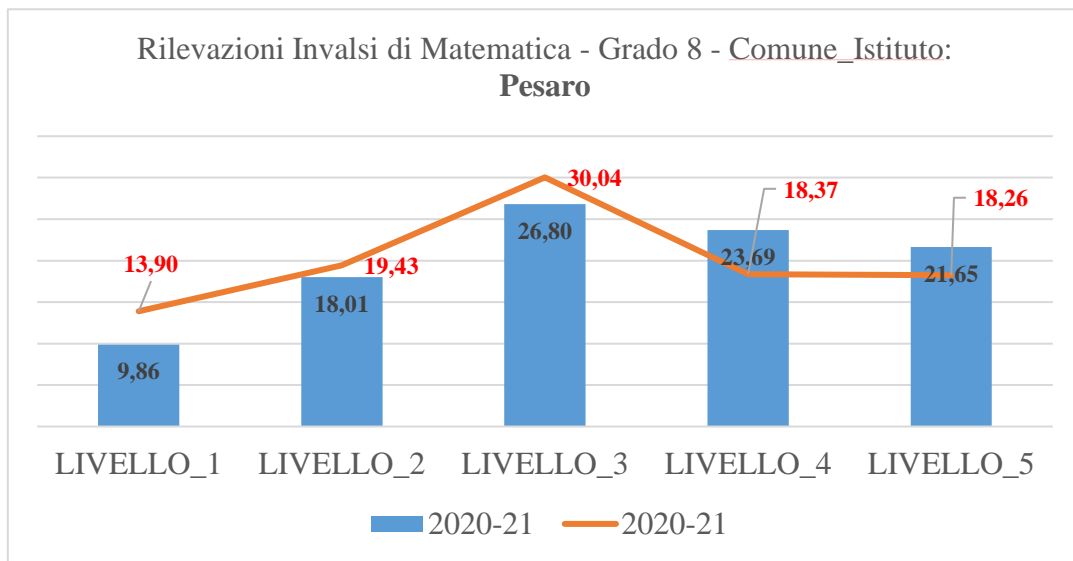


Fig. 107 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Pesaro - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

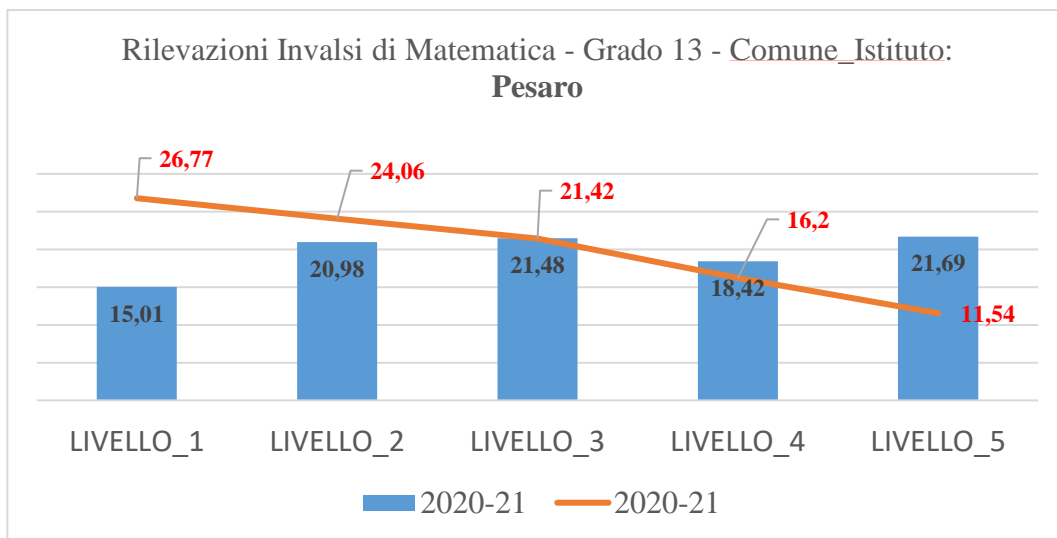


Fig. 108 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Pesaro - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Infine, per il Comune di Urbino si evidenzia nelle rilevazioni post- lockdown – Grado 8 – delle prove di Matematica sostanzialmente solo aumento contenuto del livello 1, pari a circa 3 punti percentuali (fig.109). Per il Grado 13, infine, come per le altre province di Ascoli Piceno, Macerata e Pesaro si evidenzia un calo considerevole pari a circa 10 punti percentuali nel livello 5 nelle rilevazioni post- lockdown delle prove di Matematica ma anche, un aumento considerevole del livello 1, pari a circa 10 punti percentuali(fig.110).

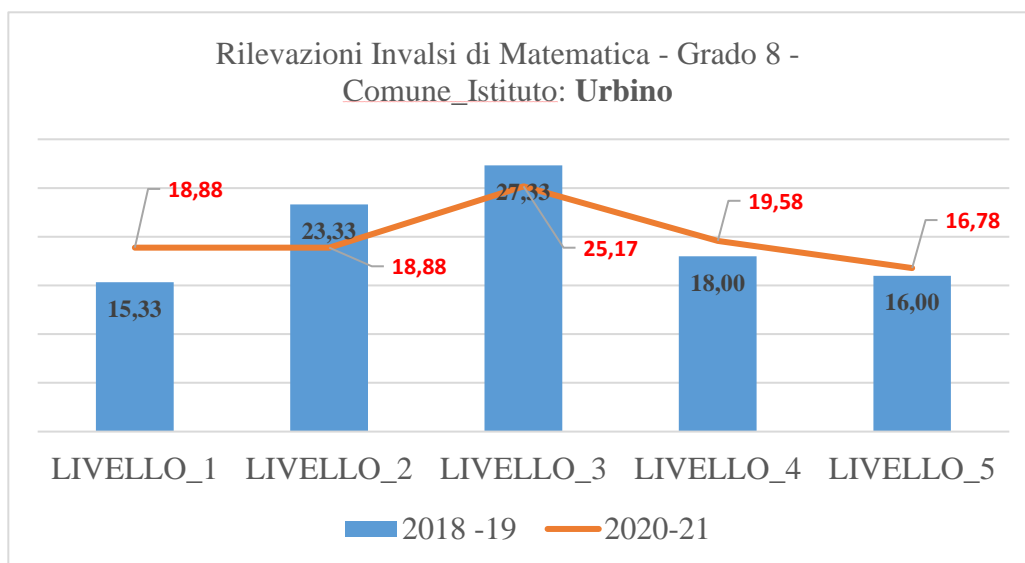


Fig. 109 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 8 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Urbino - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

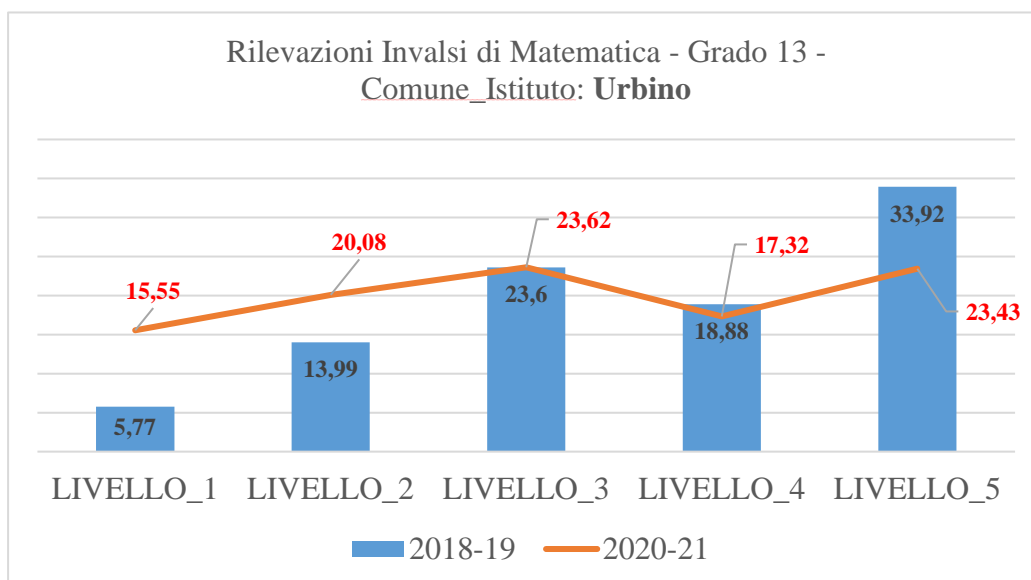


Fig. 110 – Confronto livelli di competenza nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 13 – Anni sc. 2018/19 e 2020/21 per il Comune_Istituto: Urbino - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Per rispondere, infine, al terzo dei quesiti di ricerca, si sono analizzati gli esiti in evoluzione storica nelle prove INVALSI di matematica per la Regione Marche per evidenziare ci siano stati progressi o involuzioni nei livelli di competenza e se questi siano connessi con condizioni di deprivazione sociale.

Riguardo agli esiti nelle prove INVALSI di matematica per la Regione Marche - gradi 2 e 5 - è interessante evidenziare l'andamento del punteggio medio nel periodo 2013/14 - 2020/21 nei grafici riportati nelle figg. 111, 112. In entrambi i casi, come per i gradi 8 e 13, gli esiti nelle prove Invalsi, dopo il periodo di lockdown dovuto alla pandemia da Covid -19, hanno risentito della Didattica a Distanza (DAD), così come rappresentato negli andamenti riportati nelle suddette figure. Per il Grado 2 si rileva un andamento sempre al di sopra della media nazionale (200), ma è da evidenziare come gli esiti relativi alle Prove somministrate nel periodo post – pandemia e lockdown mostrino una contrazione pari a meno nove punti nel punteggio medio conseguito rispetto ai progressi raggiunti nel periodo prima della pandemia da Covid -19(fig. 111)

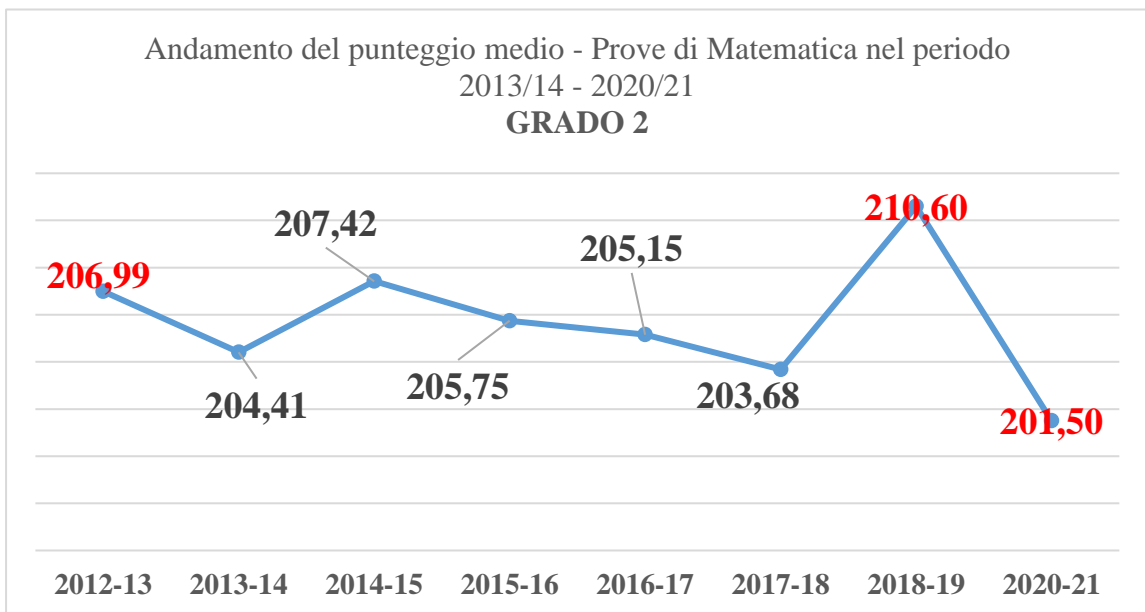


Fig. 111 – Andamento del punteggio medio conseguito nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 2 – Periodo dall' a.s.. 2013/14 all'a.s. 2020/21 - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Anche per il Grado 5 si rileva un andamento sempre al di sopra della media nazionale (200), ma è da evidenziare, allo stesso modo, come gli esiti relativi alle Prove somministrate nel periodo post – pandemia e lockdown mostrino una contrazione pari a meno sei punti nel punteggio medio conseguito rispetto ai progressi raggiunti nel periodo prima della pandemia da Covid -19 (fig. 112)

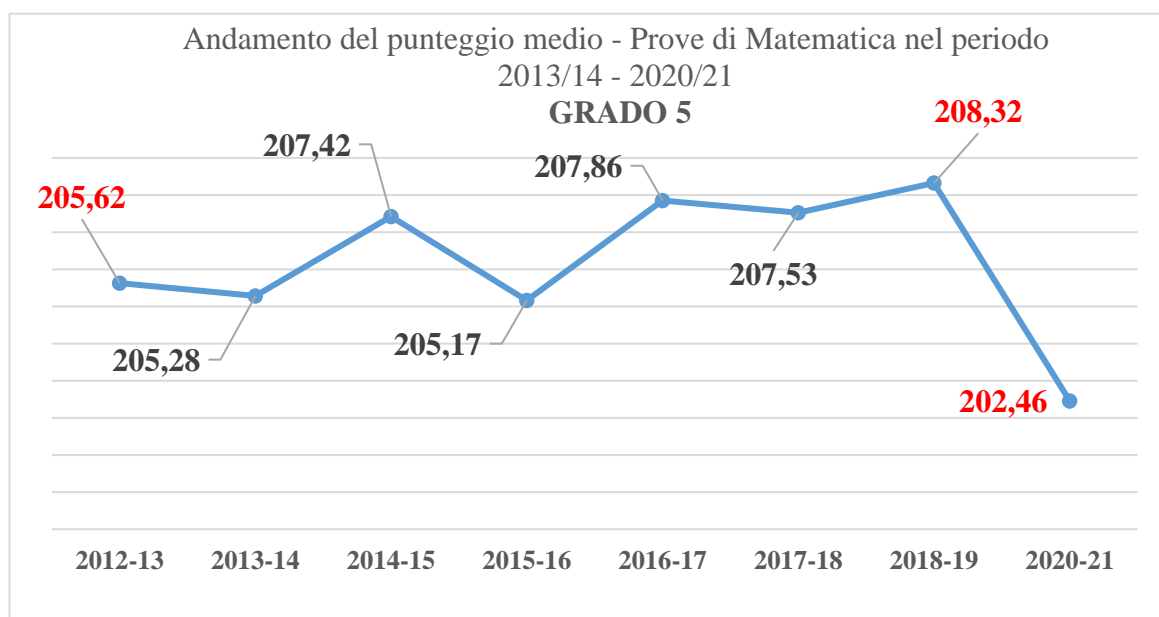


Fig. 112– Andamento del punteggio medio conseguito nelle rilevazioni Invalsi di Matematica - Grado 5 – Periodo dall' a.s.. 2013/14 all'a.s. 2020/21 - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

In una visione di sintesi il grafico seguente (fig.113), permette il confronto tra i punteggi medi conseguiti nelle prove Invalsi di Matematica prima e dopo la pandemia e quindi a seguito della didattica in presenza e a distanza per ciascun grado 2-5-8-13 (non viene ricompreso nel confronto il grado 10 perché non sono state effettuate le relative rilevazioni per l'anno scolastico 2020/21). Tale grafico mostra che la contrazione più elevata negli esiti è da attribuirsi al Grado 13 e cioè a quella percentuale di studenti che maggiormente hanno usufruito della didattica a distanza, confermando la relazione tra didattica a distanza e risultati conseguiti, con le possibili conseguenze anche sulla motivazione allo studio e dispersione scolastica.

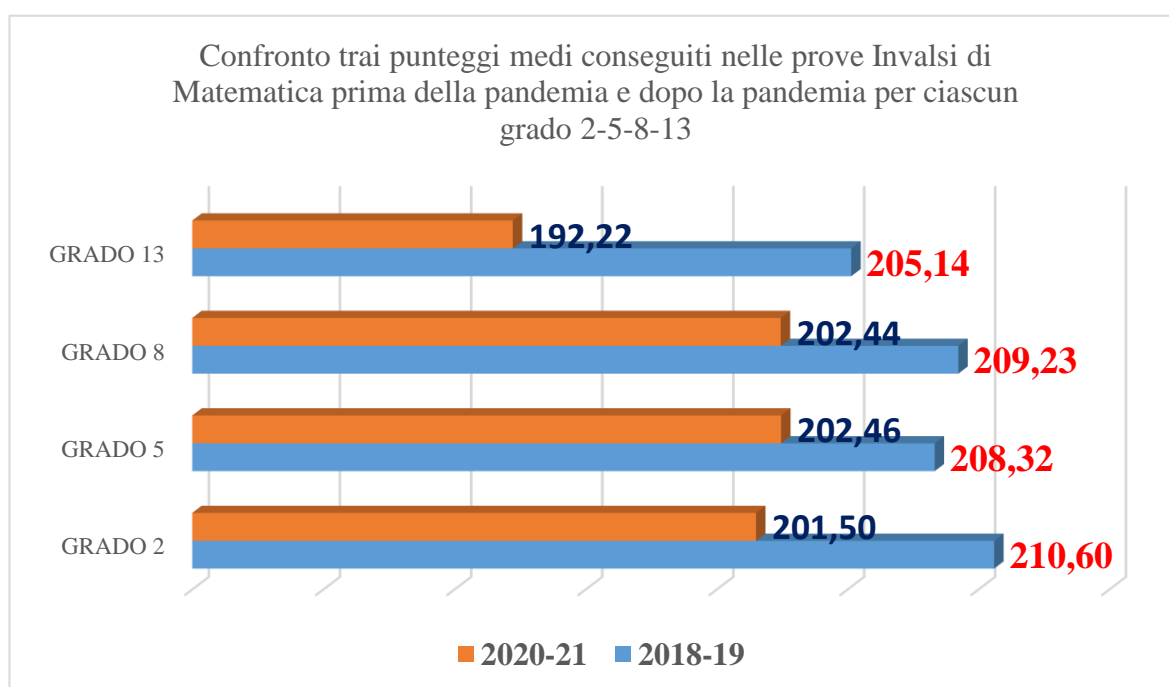


Fig. 113 – Confronto tra i punteggi medi conseguiti nelle prove Invalsi di Matematica prima della pandemia e dopo la pandemia per ciascun grado 2-5-8-13 - Fonte: dati INVALSI rilasciati sotto licenza Creative Commons (CC BY 4.0 IT)

Secondo un rapporto di Save the Children uscito a marzo 2021 [75] che ha studiato la presenza a scuola in 8 capoluoghi di provincia durante l'anno scolastico 2020/21 i cui risultati sono riportati nella seguente tabella(fig.114):

Comparazione "giorni in presenza" A.S. 2020/21								
Ordine Scolastico	Numero di Giorni di scuola in presenza							
	Milano	Roma	Napoli	Bari	Reggio C.	Torino	Palermo	Firenze
Giorni teorici previsti	107 (*)	108	97	107	97	104	107	106
Scuola dell'Infanzia	112	108	70	48	86	104	103	106
Scuola Primaria	107	108	53,6	48	79	104	99	106
Scuola secondaria di 1° grado	100,7	108	42	48	60,8	79,5	95,5	95,5
Scuola Secondaria di 2° Grado	61,9	80,6	27	30,5	35,5	54,1	61,5	75,1

(*) per la scuola dell'infanzia 112 giorni

Fig. 114 – Comparazioni giorni di presenza tra 8 capoluoghi di provincia – a.s. 2020/21 ripetto a ciascuno grado scolastico – Fonte Save the Children

Durante l'anno scolastico 2020/21, sono stati offerti in questi comuni, per la scuola secondaria di secondo grado, mediamente 61 giorni di scuola in presenza su un totale atteso di 107 e, cioè, una media percentuale pari al 57% circa, mentre nella Regione Marche - come riportato nella Relazione della Banca d'Italia di cui si è dato già conto nel primo paragrafo – lo stesso dato è pari circa al 50%, e dalle rilevazioni nelle prove standardizzate di matematica si evidenzia una diminuzione della percentuale dei livelli di competenza adeguati che è passata dal 62,2% nella rilevazione del 2018/19 al 48,9% in quella del 2020/21.

D'altra parte, se T è il tasso di studenti deboli in una certa area e rappresenta la percentuale P degli allievi sotto la soglia z identificata con il decimo percentile della distribuzione nazionale dei punteggi della prova di Matematica, dagli esiti delle prove INVALSI di matematica per l'anno scolastico 2020/21 si evidenzia, anche, che per il grado 2 c'è un aumento solo pari a 1,5 punti percentuali di alunni che si trovano nella fascia 1 corrispondente al quinto percentile, mentre per il grado 5 addirittura il medesimo dato addirittura migliora passando da 3,3 a 2,6.

Laddove, quindi, il periodo di lockdown ha comportato una riduzione della frequenza in presenza con lezioni totalmente da remoto e un conseguente utilizzo massiccio della DAD, i risultati in Matematica per la Regione Marche evidenziano un calo dei livelli di competenza e un aumento dei livelli non adeguati al raggiungimento dei traguardi nazionali. In particolar

modo ciò accade, appunto, per il Grado 13 che addirittura consegue risultati in Matematica nelle prove Invalsi 2020/21 al di sotto della media nazionale (200). Ciò, insieme ai dati che evidenziano l'evoluzione storica nel triennio 2018/20 dei giovani dai 18 ai 24 anni d'età che abbandonano prematuramente gli studi, rappresentata dal grafico seguente(fig.115):

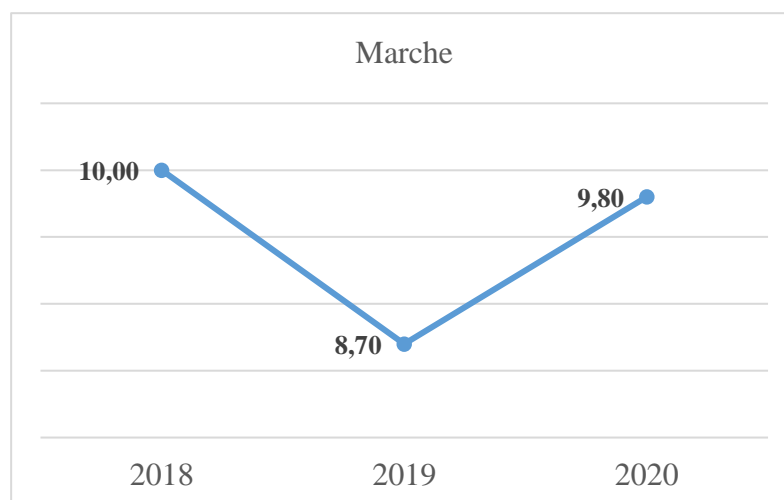


Fig. 115 – Giovani dai 18 ai 24 anni d'età che abbandonano prematuramente gli studi– Serie storica triennio 2018-2020 – Regione Marche - Fonte Dati ISTAT

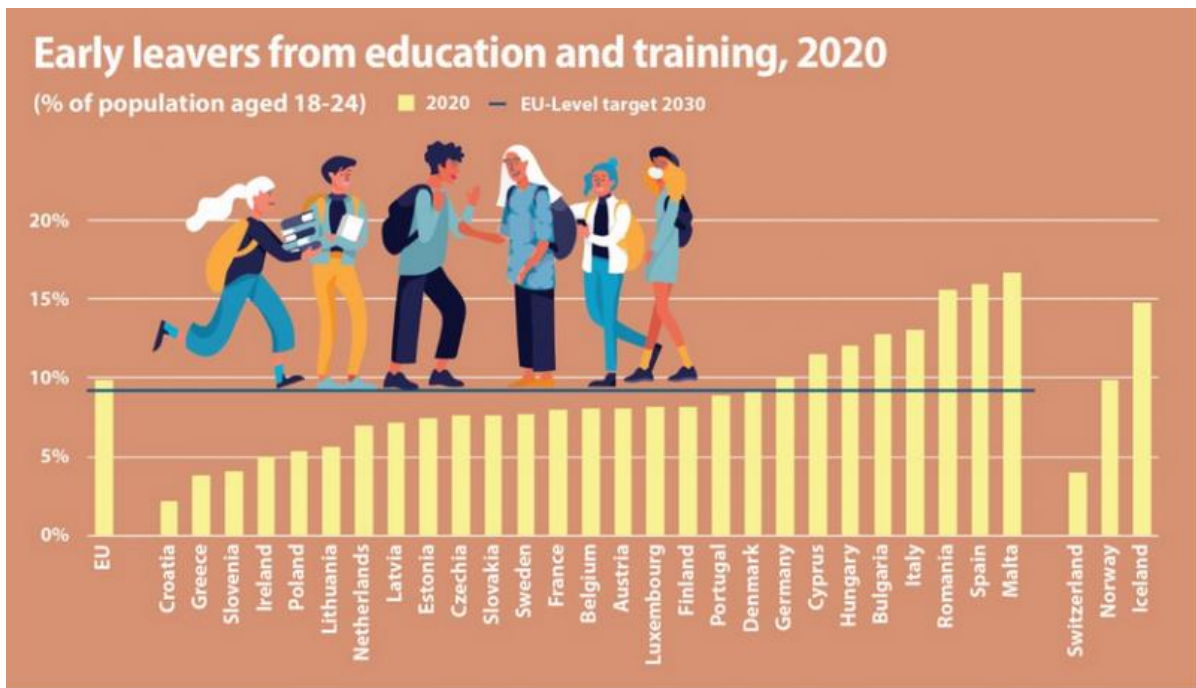
ci permette di rispondere al terzo quesito oggetto di questa ricerca, potendo affermare che, se pur in modo rilevante solo per il Grado 13, sicuramente il periodo di lockdown e quindi di didattica a distanza hanno aumentato le condizioni di iniquità del sistema scolastico marchigiano e amplificato quella che il Presidente Invalsi ,dott. Ricci, definisce la “dispersione scolastica implicita” [76] e cioè quella che documenta lo stato di apprendimento di quegli studenti che *«conseguono sì un titolo di scuola secondaria di secondo grado, ma senza aver raggiunto i traguardi minimi di competenze previsti per il loro percorso di studio.»* Diplomati, quindi, secondo Ricci che *«affrontano la vita adulta con competenze di base totalmente insufficienti per agire autonomamente e consapevolmente nella società in cui vivranno»*, con “grosse difficoltà ad elaborare le informazioni a loro disposizione per prendere delle decisioni basate su dati di realtà e coerenti con i loro progetti di vita».

Studenti, infine, che probabilmente avranno bisogno di ricostruire le proprie componenti personali e di relazione anche nei confronti dei coetanei, riorganizzare un pacchetto di

competenze base per affrontare il proprio inserimento nel mondo lavorativo o eventualmente in un percorso di istruzione terziaria e/o di formazione professionale, rielaborare un proprio progetto di vita. A tutti questi bisogni il sistema scolastico italiano e marchigiano è chiamato a rispondere con misure tempestive di supporto psicologico e di accompagnamento, per poter ridurre nei prossimi anni i dati della dispersione scolastica (2020) sia esplicita che implicita.

4.7 La dispersione scolastica esplicita e implicita come indicatore di iniquità del sistema scolastico italiano e marchigiano

Importante considerare la dispersione scolastica implicita perché essa è complementare a quella esplicita, amplificando quindi di fatto gli effetti di quest'ultima che, in riferimento ai dati ultimi disponibili e riferibili al giugno 2021 e riportati nel Rapporto Istat "Ciclo di audizioni sul tema della dispersione scolastica" [77], in Italia la percentuale di *Early leavers from education and training* (ELET) ha subito una riduzione nel tempo attestandosi intorno al 13,1%, pari a 543 mila giovani come riportato nel grafico di fig. 105, tratto da Eurostat *Statistic Explained* [78] e circa un punto percentuale in meno rispetto alla rilevazione del 2018 (fig. 116).

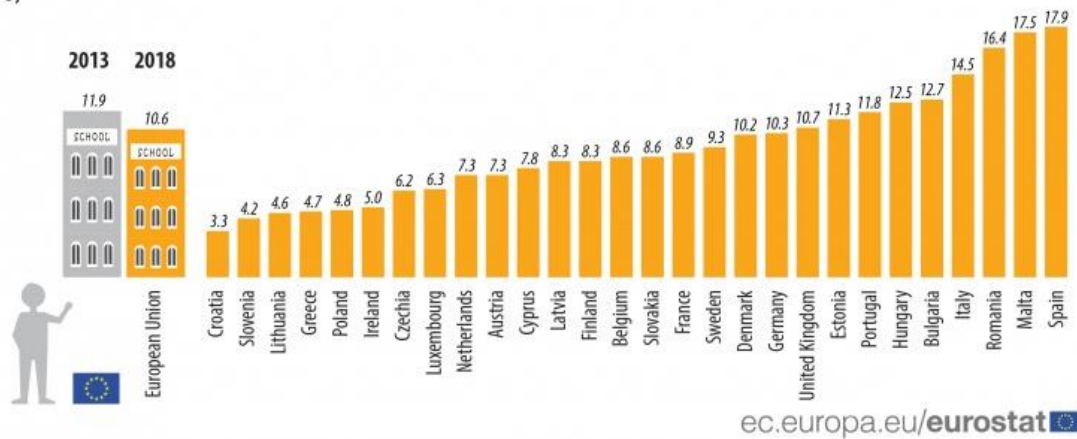


ec.europa.eu/eurostat

Fig. 116 – Abbandoni anticipati 2020 – Confronto dati Europa -Fonte Eurostat Statistic Explained

One out of ten young people in the EU have completed at most a lower secondary education and are not in further education and training

Early leavers from education and training (% of population aged 18–24) (2018)



ec.europa.eu/eurostat

Fig. 117 – Abbandoni anticipati 2018 – Confronto dati Europa -Fonte Eurostat Statistic Explained

Questo indice che definisce da un punto di vista quantitativo il fenomeno dei giovani che abbandonano prematuramente l'istruzione e la formazione con la conseguenza di poter trovare, poi, notevoli difficoltà nel mercato del lavoro a causa di un'istruzione limitata e non adeguata, esprime uno degli aspetti di iniquità del sistema scolastico e giustifica un auspicabile impegno crescente delle scelte di politica scolastica per assolvere ai traguardi dell'Obiettivo 4 – Agenda 2030: Fornire un'educazione di qualità, equa ed inclusiva, e opportunità di apprendimento per tutti, definiti dai seguenti punti 4.1, 4.2 e 4.3:.

4.1 Garantire entro il 2030 ad ogni ragazza e ragazzo libertà, equità e qualità nel completamento dell'educazione primaria e secondaria che porti a risultati di apprendimento adeguati e concreti

4.2 Garantire entro il 2030 che ogni ragazza e ragazzo abbiano uno sviluppo infantile di qualità, ed un accesso a cure ed istruzione pre-scolastiche così da essere pronti alla scuola primaria

4.3 Garantire entro il 2030 ad ogni donna e uomo un accesso equo ad un'istruzione tecnica, professionale e terziaria -anche universitaria- che sia economicamente vantaggiosa e di qualità

L'Italia si è avvicinata all'obiettivo indicato dall'Unione Europea per il 2020 di ridurre al 10% la percentuale di ELET, ma purtroppo, come anche rilevato dal Presidente Ricci nell'Editoriale "La dispersione scolastica implicita" non tutte le regioni d'Italia sono in linea con questo traguardo e in particolare, come si evince dal Rapporto Istat relativo al "Ciclo di audizioni sul tema della dispersione scolastica - Audizione dell'Istituto nazionale di statistica -Dott.ssa Raffaella Cascioli" (giugno 2021) sono significativi i divari territoriali rispetto al fenomeno degli ELET, nonostante nel 2020 la differenza tra Nord e Mezzogiorno si riduca al 5,3 punti dai 7,7 del 2019. *"In particolare, nel 2020, l'abbandono degli studi prima del completamento del sistema secondario superiore o della formazione professionale è stato del 16,3% nel*

Mezzogiorno, 11,0% nel Nord e 11,5% nel Centro”. Si rilevano considerevoli fenomeni di iniquità nel sistema scolastico italiano che non riesce ad assicurare a tutti gli studenti condizioni per completare il ciclo di studi del secondo ciclo soprattutto nelle Regioni del Mezzogiorno dove, come riportato nel Rapporto Istat di cui sopra, troviamo incidenze di abbandoni in Sicilia, Campania, Calabria e Puglia pari, rispettivamente, al 19,4%, 17,3%, 16,6% e 15,6%. In riferimento al sistema scolastico marchigiano la percentuale di non completamento del sistema secondario superiore o della formazione professionale è fornito dal confronto dei dati di seguito riportati nella Tav. 11 e dal grafico di fig. 118, da cui si evince che nel 2019 lo scarto tra le due percentuali è pari a circa - 12 punti percentuali che ne documentano la dispersione nel secondo ciclo di istruzione.

Tav. 11 – Confronto tra i dati di andamento tra gli anni dal 2004 al 2019 tra le percentuali di popolazione in possesso almeno del Diploma di scuola secondaria di primo grado e quella in possesso di almeno il Diploma di scuola secondaria di secondo grado

Livello di istruzione della popolazione 15-19 anni																
<i>Quota della popolazione di 15-19 anni in possesso almeno della licenza media inferiore (percentuale)</i>																
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Marche	98,8	99,2	98,3	97,1	97,1	98,5	98,6	98,4	97,0	98,5	98,7	97,2	98,4	99,1	99,1	99,2
Italia	98,0	97,9	98,1	98,2	98,1	98,3	98,1	98,3	98,1	98,3	98,4	98,2	98,6	98,7	98,6	98,9
Tasso di scolarizzazione superiore																
<i>Popolazione in età 20-24 anni che ha conseguito almeno il diploma di scuola secondaria superiore (percentuale)</i>																
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Marche	79,3	76,8	78,6	81,3	84,0	81,0	81,4	84,3	80,5	81,3	85,3	86,1	86,3	86,7	85,6	87,5
Italia	72,1	73,1	74,9	75,9	76,0	75,9	76,1	77,0	77,4	77,6	79,4	79,7	80,5	81,5	80,9	81,8

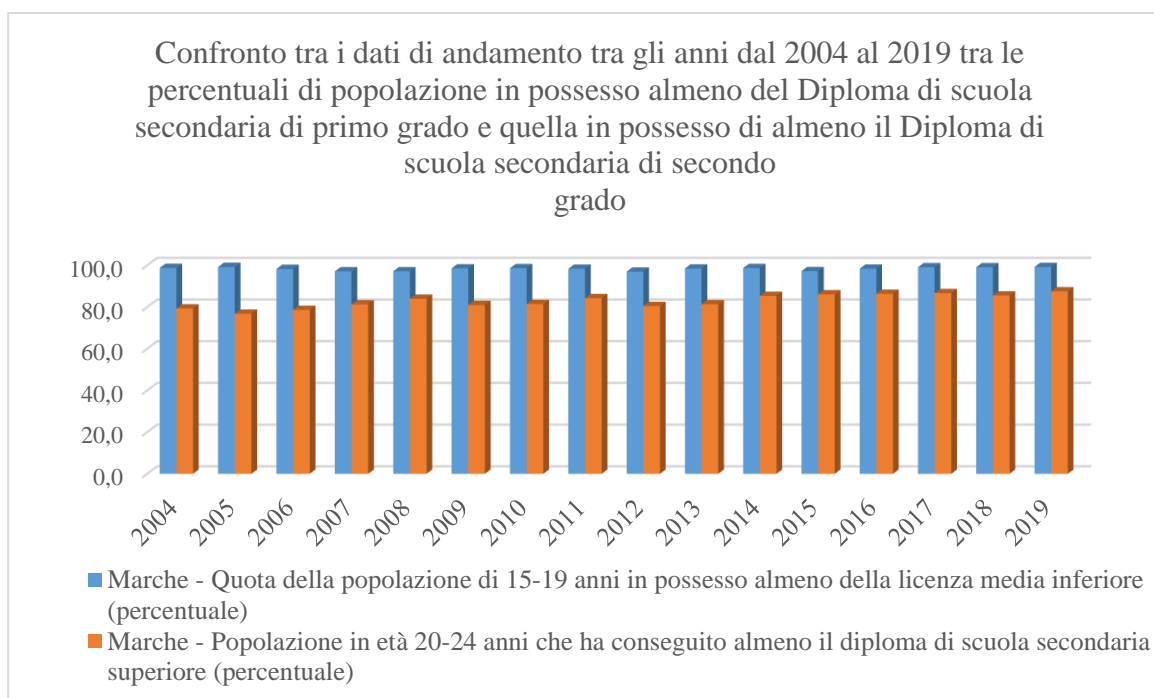


Fig. 118 – Dati a confronto nel periodo dal 2004 al 2019 tra le percentuali di popolazione in possesso almeno del Diploma di scuola secondaria di primo grado e quella in possesso di almeno il Diploma di scuola secondaria di secondo grado - Fonte sito <http://statistica.regione.marche.it/statistiche-per-argomento/istruzione-formazione> della Regione Marche su elaborazione dati ISTAT

Per quanto riguarda i giovani con cittadinanza non italiana, come riportato nel Rapporto Istat, il tasso di abbandono precoce degli studi è triplo rispetto al dato dei coetanei italiani che, nel 2020, è stato pari al 35,4% contro 11,0%, con un'incidenza che varia a seconda dell'età all'arrivo in Italia. E' da rilevare, come riferito nel Rapporto Istat su citato che, mentre nel periodo tra il 2008 ed il 2014 si registrava una significativa contrazione nella percentuale di ELET anche tra gli stranieri, nel periodo a seguire dal 2014 al 2020 si è rilevata una riduzione

solo tra i cittadini italiani. L'incidenza degli ELET tra gli stranieri varia a seconda dell'età all'arrivo in Italia, così come rappresentato nel grafico di fig. 118 seguente,

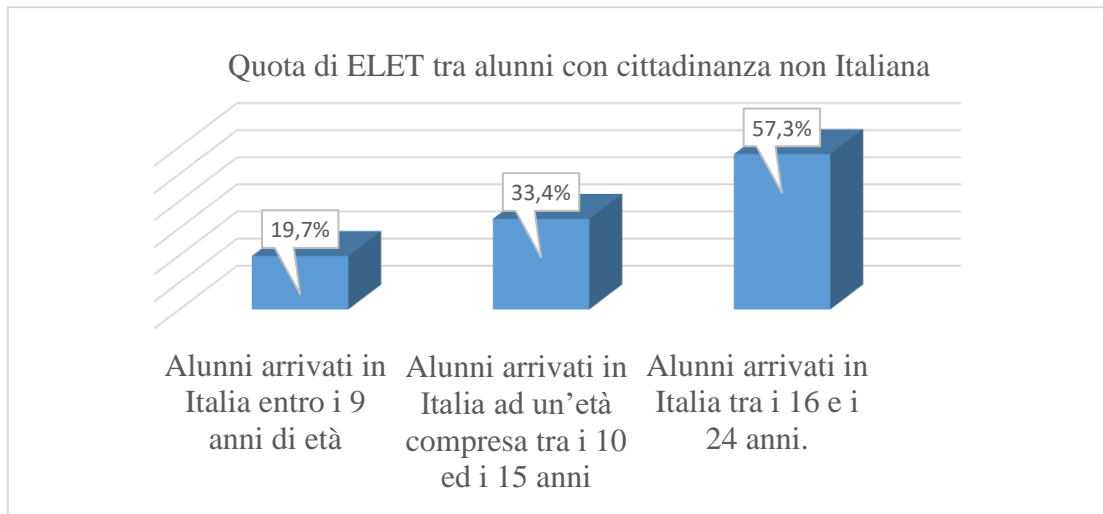
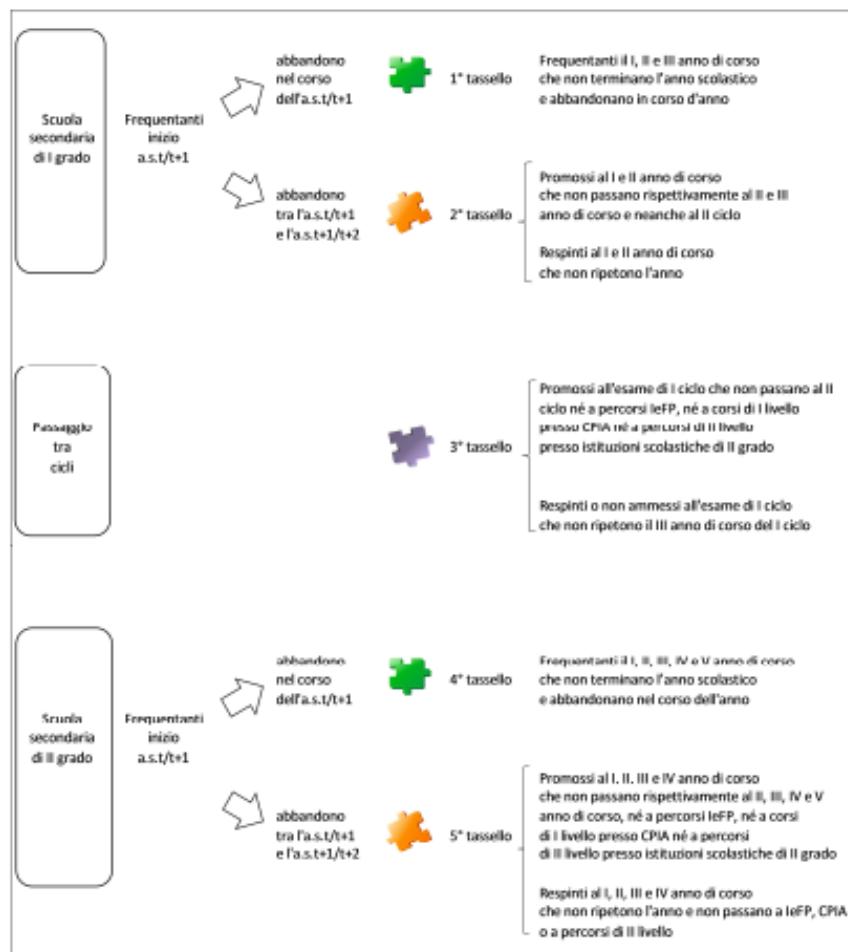


Fig. 119 – Incidenza degli ELET tra gli stranieri a seconda dell'età all'arrivo in Italia – Fonte dati ISTAT

dimostrando che una precoce scolarizzazione e, quindi, integrazione nel sistema scolastico è una modalità per contrastare possibili condizioni di iniquità anche per il futuro inserimento nel sistema economico – sociale del territorio di riferimento.

Fig. 120 – I cinque “tasselli della dispersione” – Fonte Rapporto “La dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 - 2018/2019 - 2019/2020”



Secondo quanto riportato nel Rapporto sulla dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 aa.ss. 2018/2019 - 2019/2020” [79] pubblicato nel maggio 2021 dal Ministero dell’Istruzione sono vari e articolati i “*Tasselli della dispersione scolastica*” così come riassunti nella fig. 110 precedente, tratta proprio da questo Rapporto.

Come approfondito nell’Editoriale del Presidente Invalsi, già richiamato “La dispersione scolastica implicita”, accanto alla dispersione scolastica esplicita definita nella sua evoluzione nel grafico della fig.121 tratto dal Rapporto sulla dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 aa.ss. 2018/2019 - 2019/ 2020”

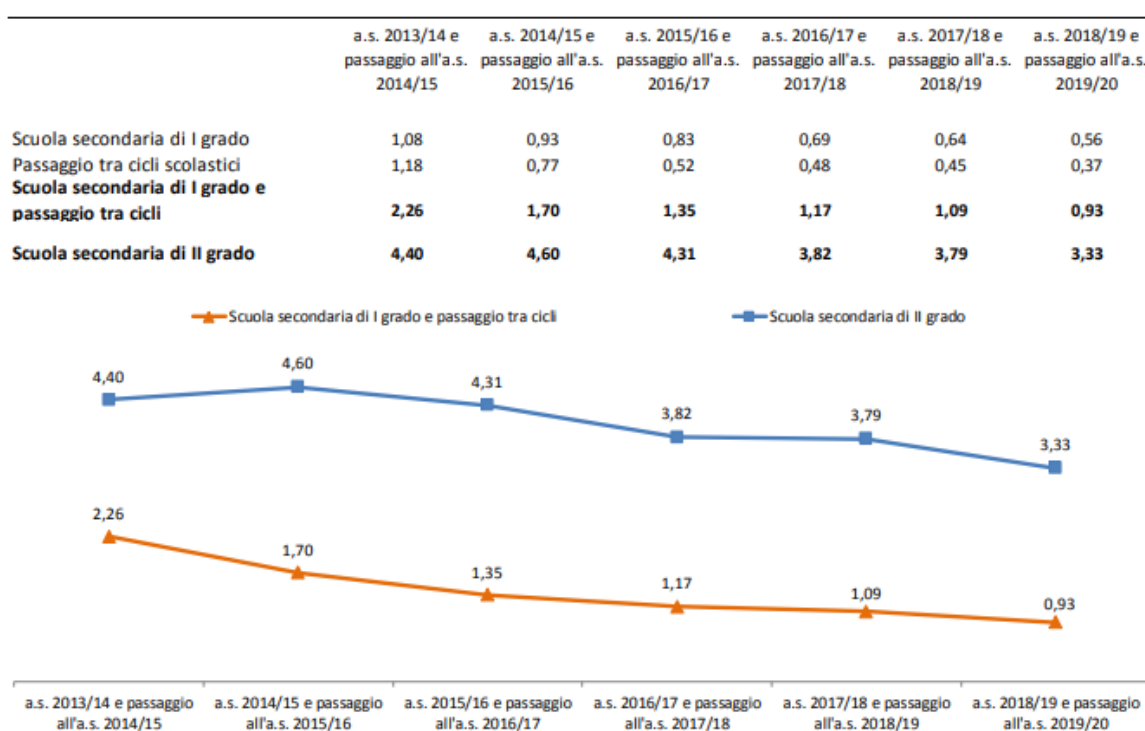


Fig. 121 – L’abbandono complessivo (%) in serie storica: aa.ss. 2013/2014-2014/2015 - aa.ss.2018/2019-2019/2020 – Fonte Rapporto “La dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 aa.ss. 2018/2019 - 2019/2020” su dati : MI - DGSIS - Gestione Patrimonio Informativo e Statistica - ANS

bisogna considerare la dispersione scolastica implicita rappresentata dalla percentuale di studenti che conseguono un diploma di scuola secondaria di secondo grado e se pur non appartengono alla percentuale di giovani definita dall’indicatore “ELET”, non conseguono livelli di competenza sufficienti per inserirsi nel mondo del lavoro o per avviarsi all’Istruzione terziaria in modo adeguato. Nel 2019 è stata fatta una stima di tale dispersione implicita da

parte dell’Invalsi in riferimento ai livelli di competenza acquisiti nelle prove standardizzate e differenziati per regione così come riportato nel grafico di fig. 122, in cui la regione Marche si attesta su un valore poco superiore al 5% e comunque al di sotto del dato nazionale:

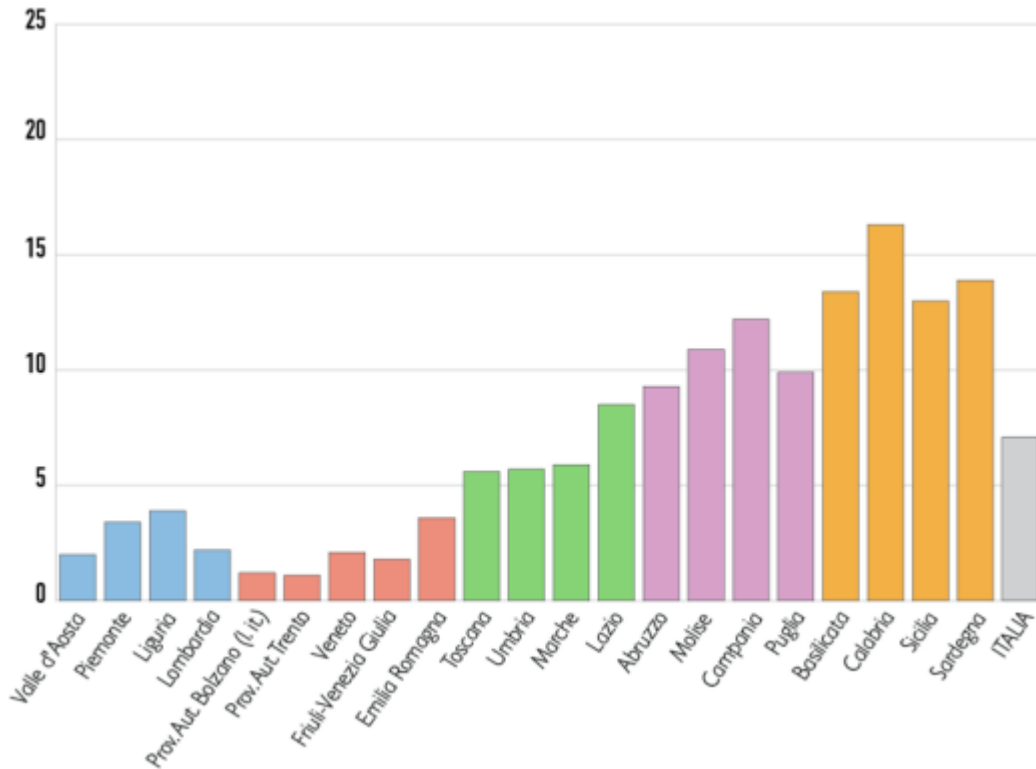


Fig. 122 – Valori percentuali della dispersione scolastica implicita – Fonte Editoriale “La dispersione scolastica implicita” su dati Invalsi 2019

Considerando i dati dell’abbandono complessivo nella scuola secondaria di II grado (%) aa.ss.2018/2019 - 2019/2020 come definiti nel seguente grafico (fig. 123) tratto dal Rapporto sulla dispersione scolastica del Ministero dell’Istruzione già citato, in cui la Regione Marche è presente con una stima pari al 2,9%, si può affermare che la percentuale della dispersione scolastica totale per le Marche e riferita al 2019 - data dalla somma di entrambe le componenti, dispersione esplicita e dispersione implicita – si attesta su una percentuale poco superiore all’8%.

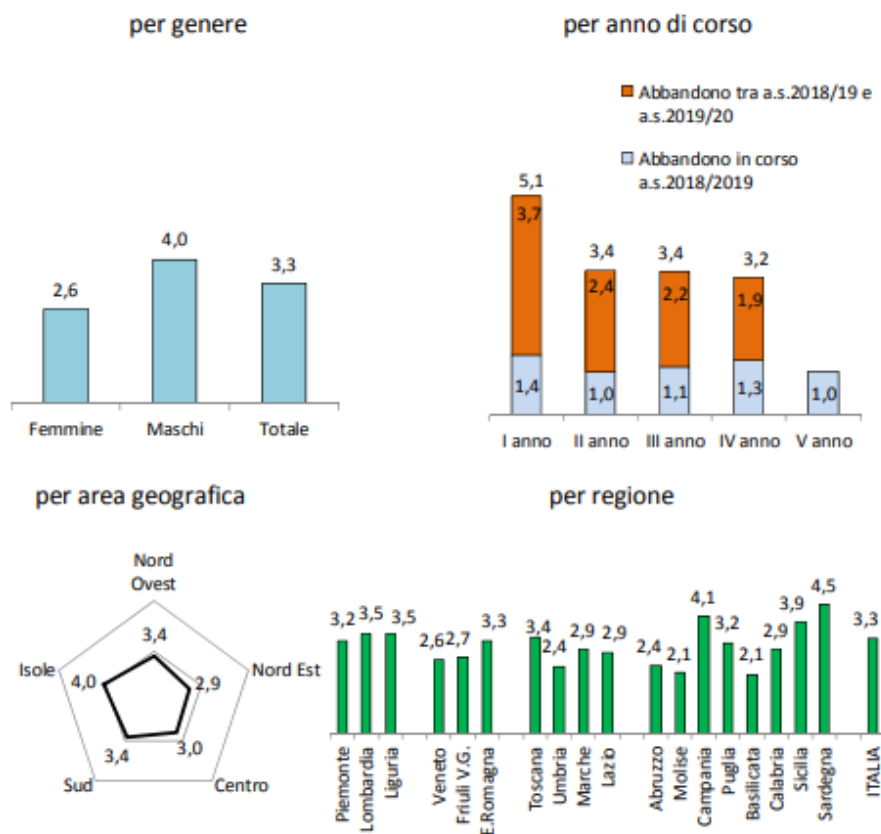


Fig. 123 - Percentuali di abbandono complessivo nella scuola secondaria di II grado (%) aa.ss.2018/2019 - 2019/2020 - Fonte Rapporto "La dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 aa.ss. 2018/2019 - 2019/2020" su dati : MI - DGSIS - Gestione Patrimonio Informativo e Statistica - ANS

Eppure da quanto affermato dal Presidente Ricci [76]: «*La dispersione scolastica implicita viene da lontano : gli Allievi in difficoltà al termine della III secondaria di primo grado*» ed effettivamente la percentuale di alunni in difficoltà nelle Marche è pari all' 8,3%, così come riportato nella fig. 124 a fianco

	Percentuale di allievi in difficoltà		Percentuale di allievi in difficoltà
Valle D'Aosta	7,2	Marche	8,3
Piemonte	11,9	Lazio	13,0
Liguria	12,1	Abruzzo	13,8
Lombardia	8,3	Molise	16,5
Prov. Aut. Bolzano (I.it)	8,3	Campania	25,0
Prov. Aut. Trento	6,3	Puglia	18,9
Veneto	8,1	Basilicata	19,9
Friuli-Venezia Giulia	6,6	Calabria	29,6
Emilia-Romagna	10,2	Sicilia	27,9
Toscana	11,6	Sardegna	22,2
Umbria	10,8	ITALIA	14,4

Fig. 124 - Percentuale alunni in difficoltà al termine della III classe scuolasec. di primo grado -Fonte dati Invalsi

tratta dal medesimo documento, dove per “allievi in difficoltà” si intende quegli studenti che hanno raggiunto livelli di competenza in Italiano e Matematica non superiore a 2 e che non hanno raggiunto il livello A2 in Inglese, in lettura e ascolto. A dimostrazione di quanto affermato dal Dott. Ricci, non a caso la percentuale di alunni in difficoltà al termine della terza classe della scuola secondaria di primo grado – Regione Marche (8,3%) coincide con la percentuale calcolata in precedenza della dispersione scolastica totale.

CAPITOLO 5: IL CAMPIONAMENTO MULTI - STADIO E I MODELLI DI REGRESSIONE MULTILIVELLO

5.1 Introduzione

Nella scelta e definizione di un modello statistico coerente con l’oggetto di studio è necessario seguire tre fasi di lavoro: identificazione del modello, stima dei parametri, verifica. In coerenza con quanto prescinde lo studio statistico dei dati relativa a conoscenze pregresse desunte dalla letteratura e piste di ricerca, si stabilisce una relazione funzionale tra le variabili di interesse, che studi la dipendenza in media di una variabile aleatoria Y da k variabili esplicative mediante una funzione f che esprima il legame tra la variabile aleatoria dipendente Y e le k variabili non stocastiche esplicative o predittori (X_1, \dots, X_k) . Nel caso le k variabili esplicative siano quantitative (*c.d. covariate*) e quindi misurate su scala a intervalli, allora siamo di fronte a un’analisi della regressione. Nel caso, invece, le k variabili esplicative siano di natura qualitativa o misurate su scala ordinale siamo nelle condizioni di un’analisi della varianza (ANOVA); nel caso, infine, le suddette k variabili esplicative siano sia quantitative che qualitative si parla di analisi della covarianza (ANCOVA).

Prima di tutto è necessario stimare i parametri che definiscono il modello e di verificare, così, l’efficacia nella scelta del modello per una possibile generalizzazione delle tesi sostenute dai risultati sperimentali.

Gli elementi caratterizzanti i dati analizzati nei capitoli precedenti (cittadinanza, genere, regolarità, ESCS), se pur studiati nella loro singolarità, sono espressione anche di influenze reciproche e sono parte del complesso processo dell'apprendimento che si esplica a vari livelli (individuo, classe, scuola), generando scenari diversi di studio. Questa è la motivazione per cui è necessario far riferimento ad opportuni modelli che permettano di considerare l'insieme di questi elementi caratterizzanti, con la possibilità di identificare e isolare l'effetto determinato da ciascuno di essi ai diversi livelli oggetto di studio. I modelli statistici multilivello, di cui si tratterà in questo capitolo, rappresentano il corretto strumento per un'analisi completa e coerente, in quanto i modelli di regressione classici non tengono conto della struttura gerarchica dei dati, determinando problemi di stima, tra cui la negazione dell'indipendenza delle osservazioni mentre è plausibile che le unità di uno stesso gruppo (o cluster) siano correlate positivamente fra di loro.

La modellazione multilivello è una tecnica base utilizzata nella ricerca quantitativa delle scienze sociali per la modellazione di dati con strutture gerarchiche complesse. I modelli statistici 'multilivello' sono coerenti con strutture di natura gerarchica delle informazioni e sono in grado di rappresentare, in modo statisticamente adeguato, le relazioni tra il livello individuale e il livello aggregato. Nel contesto scolastico, dove la popolazione oggetto di studio è rappresentata dagli studenti e dagli esiti da loro raggiunti, i dati presentano una tipica struttura annidata (*nested*) o come viene definita solitamente gerarchica. Infatti, gli allievi sono suddivisi in classi che, a loro volta, appartengono a scuole, raggruppate in province e così via. Talvolta, lo stesso disegno di campionamento riflette la struttura gerarchica della popolazione, così come già esposto nel paragrafo 2.3 di questa tesi per il disegno di campionamento utilizzato per le rilevazioni INVALSI. I modelli multilivello [80], denominati anche modelli gerarchici, modelli a coefficienti (effetti) casuali, modelli a effetti misti o modelli a componenti di varianza, sono opportunamente utilizzati per analizzare dati con struttura

gerarchica, considerando la correlazione fra unità appartenenti allo stesso gruppo e diventando il primo strumento nello studio dei dati da parte dell'Invalsi.

5.2 Il disegno di rilevazione INVALSI e i modelli di regressione multilivello

Il disegno della rilevazione INVALSI si esplica attraverso una raccolta dati da un insieme universo rappresentato da tutte le classi riferite ai gradi 2-5-8-10-13 e da un suo sottoinsieme rappresentato da un campione di classi/scuole oggetto di un piano di campionamento a due stadi stratificato dove al primo stadio l'individuazione delle scuole si ottiene mediante un campionamento con probabilità proporzionale al numero di alunni e, al secondo stadio, si procede con l'estrazione di due classi intere. La stratificazione delle scuole avviene, come già descritto nel cap. 2 secondo i domini di interesse e il metodo di analisi adottato deve tenere in conto la struttura annidata dei dati e le correlazioni fra le osservazioni delle unità afferenti allo stesso livello. Il piano di campionamento adottato da INVALSI nelle sue rilevazioni è un esempio di campionamento multistadio e si basa su una struttura annidata e quindi gerarchica (*multi-stage sampling*). In questo tipo di analisi la scelta di modelli di regressione a un solo livello non sarebbe in grado di fornire una rappresentazione adeguata dei dati, in quanto con la modellazione la struttura gerarchica non verrebbe considerata. I dati oggetto di questo studio di ricerca, infatti, sono da riferirsi alle prove somministrate a studenti che rappresentano le unità di primo livello, aggregati in classi che rappresentano il secondo livello, inserite in scuole che sono il terzo livello di una struttura di analisi, come quella rappresentata nella fig.125:

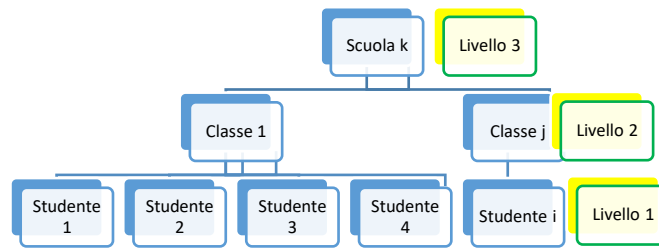


Fig. 125 – Esempio di struttura gerarchica nelle rilevazioni INVALSI: studenti, classi, scuole

ANOVA permette di analizzare e confrontare le varianze nelle rilevazioni ai differenti livelli e, mediante la loro scomposizione, stimarne l'entità e la loro dipendenza dalle caratteristiche di ciascun livello. L'utilizzo di una modellazione multilivello permette di integrare le due dimensioni micro e macro, la prima riferita allo studente, la seconda al suo contesto di riferimento. I modelli di regressione multilevel, rispetto a quelli di regressione ordinaria che si basano sull'indipendenza delle variabili in campo, sono gli unici che riescono a studiare le situazioni reali presenti nei contesti scolastici. Ogni studente è inserito in una classe che a sua volta è inserita in una scuola che a sua volta insiste su un territorio...quindi non è possibile non considerare gli effetti di tutte queste variabili sugli esiti delle prove, non è possibile quindi non tenere in conto dell'esistenza di un effetto di contesto o di composizione del gruppo. In generale, quindi, come già dimostrato nei capitoli precedenti, non è possibile considerare che il rendimento scolastico di uno studente sia solo influenzato dalle sue caratteristiche individuali, ma anche dalle sue interazioni con il contesto di riferimento (gruppo classe e scuola di appartenenza) rappresentato dal livello medio delle caratteristiche dei compagni. La modellizzazione di regressione multilevel permette di analizzare tali effetti sui risultati scolastici degli studenti e, quindi, risulta più adeguata della regressione ordinaria per lo studio delle relazioni tra variabili in campo educativo. Il modello teorico ANOVA [81] prevede che,

considerato il generico punteggio di una prova y_{ij} di uno studente i del gruppo j , allora esso possa essere espresso dalla relazione:

$$(5.1) y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$$

con μ che rappresenta la media generale dei punteggi relativa ai dati del campione; α_j è l'effetto dovuto al trattamento/livello j della variabile indipendente, ed è costante all'interno del trattamento; ε_{ij} è una componente "residua", o di errore causale, specifica per ogni studente che può dipendere dalle sue caratteristiche specifiche al momento della prova. Per interpretare in modo affidabile i risultati di ANOVA è necessario che siano soddisfatte alcune premesse di base:

1. gli errori ε_{ij} devono seguire la distribuzione normale ed avere media uguale a 0;
2. la varianza degli errori σ_ε deve essere uguale in ogni gruppo (*condizione di omoschedasticità*);
3. gli errori ε_{ij} devono essere indipendenti;
4. gli effetti hanno una natura additiva: la variabile sperimentale «aggiunge» qualcosa alla condizione-base e lo fa in maniera «identica» per tutti i soggetti.

In riferimento all'omoschedasticità dall'etimologia della parola homo (uguale) e cedasticità (dispersione) si presuppone che tutti i residui siano tratti da una popolazione che ha una varianza costante (stessa dispersione) e cioè la varianza di errore sia uguale per tutti i valori attesi(predetti). La condizione espressa al punto 2, quindi, si esprime graficamente come riportato nel grafico 1 seguente che rappresenta la distribuzione degli errori omoschedastici, rispetto a quanto riportato nel grafico 2 che rappresenta la distribuzione degli errori eteroschedastici (fig.126) [82]:

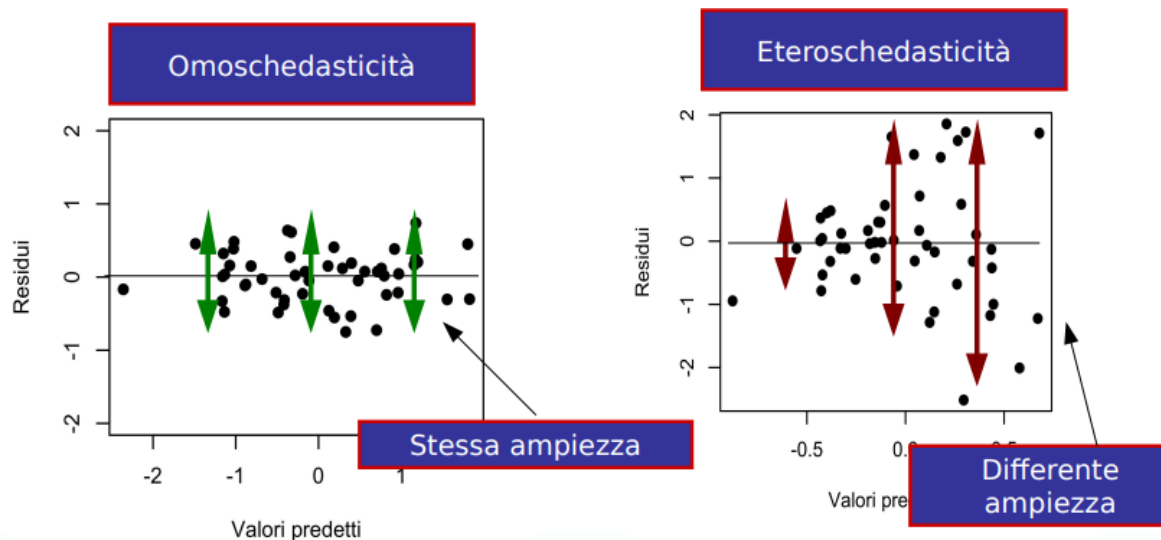


Fig. 126 – Grafici rappresentativi di Omoschedasticità ed Eteroschedasticità – tratti da Assunzioni – Lezione n. 6 – Prof. Marcello Gallucci – Università Bicocca di Milano

5.3 Il modello ANOVA (Analysis of Variance)

L'analisi della varianza ANOVA è una metodica statistica di tipo parametrico sviluppata da Fisher che permette di confrontare le differenze tra medie campionarie, considerando le rispettive varianze.

Il principio su cui si basa questo tipo di test è quello di determinare se due o più medie campionarie derivino da popolazioni che hanno la stessa media parametrica. Quando le medie sono solamente due conviene utilizzare il t - test, mentre si utilizza l'ANOVA quando le medie sono più di due, o quando vogliamo suddividere la variabile di raggruppamento - che nel nostro caso esempio che analizzeremo nel paragrafo seguente è la cittadinanza/origine - in più variabili per eliminare eventuali effetti di variazione oltre a quella determinata dal fattore oggetto di studio. La motivazione che induce alla scelta di utilizzare ANOVA invece che piuttosto il t -test più volte per confrontare i gruppi, sta nel fatto che nell'eseguire un test di ipotesi t- test, è possibile che si commettano errori di tipo I e cioè errori di rifiuto dell'ipotesi H_0 quando questa invece risulta vera. Un ANOVA controlla questo tipo di errori I in modo che rimanga a una percentuale massima del 5%,

assicurando che qualsiasi risultato sia statisticamente significativo in quanto l'errore commesso non sia da attribuire all'esecuzione di molti test. Si parte dall'ipotesi che la variabile di interesse segua per i dati di popolazione una distribuzione normale e che sia casuale l'estrapolazione dei campioni.

Il modello ANOVA (Analisi della varianza) risulta essere lo strumento statistico che più di ogni altro è in grado di studiare gli effetti di contesto e di background sui risultati scolastici degli studenti, in quanto permette di confrontare la variabilità interna ai gruppi (varianza *Within*) con quella esterna tra i gruppi (varianza *Between*).

Il modello ANOVA si esplica attraverso differenti tecniche statistiche che dipendono dal numero di variabili e dalle eventuali interazioni. Abbiamo il modello ad un via che prevede una sola variabile indipendente, il modello fattoriale che prevede due o più variabili indipendenti, univariata che prevede una sola variabile dipendente e, infine, la multivariata che prevede due o più variabili dipendenti. Nei paragrafi successivi ne definiremo le caratteristiche.

5.3.1 ANOVA a una via o unidirezionale ed F-test

Nel modello Anova a una via o unidirezionale i dati oggetto di studio si differenziano solo per un fattore sperimentale e il disegno è completamente randomizzato. Come ogni test d'ipotesi è una procedura statistica che permette di pervenire a conclusioni su una popolazione, partendo dai dati osservati in un campione. Questa procedura, basata su un test F (test di Fisher), è un ampliamento a più di due gruppi del t-test per verificare l'ipotesi sulla differenza tra le medie di due popolazioni indipendenti. Mediante l'analisi della variabilità all'interno dei gruppi, considerata come errore casuale, e tra gruppi attribuibile alle possibili differenze esistenti ed effetto del trattamento/ livello della definizione dei gruppi stessi, è possibile pervenire a conclusioni sulla differenza delle medie.

Facciamo un esempio. Immaginiamo di voler studiare gli esiti nelle prove INVALSI di matematica nelle rilevazioni Grado 13 a. s. 2018/19 - Regione Marche. Il fattore rappresentato dalla variabile utilizzata per estrarre dei campioni e differenziare i gruppi è l'origine e cioè la cittadinanza di nascita. Il livello o trattamento è uno dei possibili valori/stati/caratteristiche che il fattore può assumere; nello specifico i livelli sono 3: alunno di origine italiana, alunno straniero di prima generazione, alunno straniero di seconda generazione. La variabile di risposta è la variabile quantitativa oggetto di studio; nello specifico il punteggio WLE Matematica (stima delle abilità secondo il modello di Rasch).

Ipotizziamo che questi 3 gruppi rappresentino popolazioni con distribuzione normale, caratterizzate tutte dalla stessa varianza e che le osservazioni campionarie siano estratte casualmente ed indipendentemente dai 3 gruppi di dati in cui è possibile suddividere, mediante il parametro della cittadinanza, i dati di esito delle prove INVALSI di matematica – Grado 13 – anno sc. 2018/19.

Nei test di ipotesi vengono sempre formulate due ipotesi sul valore del parametro oggetto di studio, un'ipotesi nulla H_0 (ipotesi nulla) e un'ipotesi alternativa H_1 . Riguardo alle ipotesi esse possono essere semplici se è specificato un unico valore (per es. $\mu = \mu_0$) o composte con la definizione di uno o più intervalli di valori per cui vengono definite:

- A una coda (per es. $\mu > \mu_0$). In tal caso il Test è definito a una coda (o test unilaterale) e la regione di rifiuto è relativa a un solo intervallo;
- A due code (per es. $\mu \neq \mu_0$). In tal caso il Test è definito a due code (o test bilaterale) e la regione di rifiuto è relativa a due intervalli, ossia da due code della distribuzione.

Dobbiamo inoltre tener presente che poiché ci riferiamo a un campione, se pur definito attraverso tre gruppi che rappresentano su un'intera popolazione, il test di ipotesi può andare in contro a conclusioni che possono prevedere errori che si classificano in due specie:

- Errore di prima specie, quando si rifiuta H_0 pur essendo vera.
- Errore di seconda specie, quando non si rifiuta H_0 pur essendo falsa.

In ogni caso si perviene a una decisione che comporta un errore, per cui affinché un test di ipotesi si possa considerare “buono”, deve essere configurato in modo da minimizzare l’errore. L’unico modo per ridurre entrambe le tipologie di errore sopra enunciati è di aumentare la numerosità del campione, cosa questa non sempre possibile. Esiste però un limite rappresentato dal livello di significatività del test che indica la probabilità massima entro cui ammettere il rischio di accettare un errore di prima specie. Detto livello è rappresentato da α e se, come nel nostro caso esempio, è stato scelto il livello di significatività dello 0,05, allora ci sono circa 5 probabilità su 100 di rifiutare un’ipotesi quando andrebbe accettata e allo stesso tempo abbiamo il dato confortante di aver preso la decisione giusta con una percentuale di probabilità pari al 95% [15]. L’analisi della varianza è utilizzata per testare le differenze tra medie campionarie e per fare questo si prendono in considerazione le rispettive varianze.

La procedura prevista da questo tipo di test è quella di verificare se la differenza tra le medie di questi tre campioni sia statisticamente significativa, pervenendo così alla conclusione che sussista con i dati di esito (il punteggio medio WLE Matematica) una dipendenza con il trattamento specifico (alunno di origine italiana, alunno straniero di prima generazione, alunno straniero di seconda generazione); in tal caso si verrebbe a rigettare l’ipotesi nulla che è l’ipotesi di totale casualità dei risultati e che in questo caso suppone che le medie di tutti e tre i gruppi siano uguali tra loro, non prevedendo significative differenze tra le medie e quindi nessuna influenza dei trattamenti. Si ipotizza che i 3 gruppi di 10 dati ciascuno provengano tutti da una stessa popolazione statistica normalmente distribuita di media μ e varianza σ^2 (ipotesi H_0). Di detta varianza σ^2 relativa alla popolazione da cui abbiamo estratto i tre campioni si determinano, in base ai dati relativi, due stime indipendenti la varianza tra i gruppi (Between) e la varianza entro i gruppi (*Within*).

In questo caso esempio, se indichiamo con μ_1, μ_2, μ_3 le suddette medie, allora le ipotesi nulla e alternativa sono:

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \\ \text{contro l'ipotesi alternativa} \\ H_1: \text{non tutte le } \mu_i \text{ sono uguali tra loro (con } i=1,2,3) \end{array} \right\}$$

Le ipotesi H_0 e H_1 sono rappresentate dai grafici seguenti [83](fig. 126): se l'ipotesi H_0 fosse vera, allora si può asserire che i dati differiscono tra loro solo per l'errore casuale. Se invece, rifiutando l'ipotesi H_0 , si considera vera l'ipotesi H_1 allora entrambe le variabilità sono determinanti per la variabilità totale.

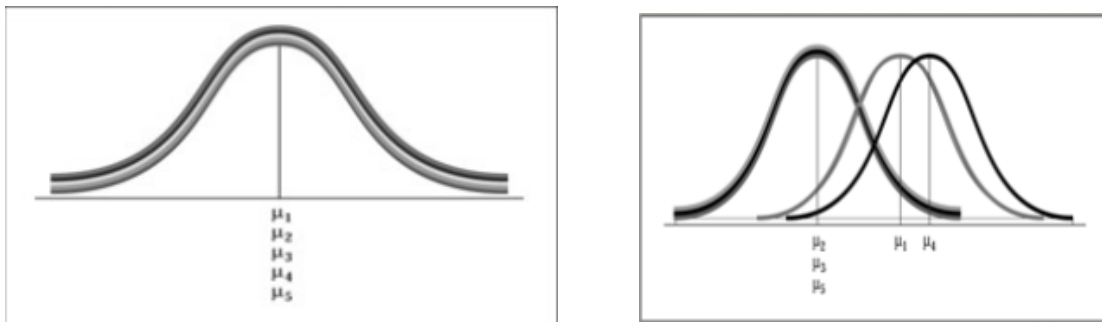


Fig. 127 – Rappresentazione grafica di H_0 e H_1 - Tratto da “L’Analisi della Varianza ANOVA”

È necessario definire la regione di accettazione per il test F in riferimento all' α prescelto, che nel nostro caso è pari a 0,05. Poi una volta calcolato il rapporto tra le varianze tra i gruppi (*Between*) ed entro i gruppi (*Within*) e si valuta se tale rapporto cade nella regione di accettazione. L'equazione della curva di distribuzione della statistica F dipende dai valori dei gradi di libertà di v_1 e v_2 :

$$(5.2) F_{(v_1, v_2)} = Y_0 \frac{F^{(v_1-2)/2}}{\left(1 + \frac{v_1}{v_2} F\right)^{(v_1-v_2)/2}}$$

dove v_1 e v_2 rappresentano rispettivamente il grado di libertà della varianza tra i gruppi (*Between*) e il grado di libertà della varianza entro i gruppi (*Within*); Y_0 rappresenta una costante che dipende anch'essa dai suddetti gradi di libertà.

Nella fig.128 seguente sono rappresentate esempi di diverse curve di distribuzione della variabile in relazione a coppie diverse di gradi di libertà: $F[1,1]$, $F[1,2]$, $F[1,3]$, $F[1,4]$, $F[1,5]$:

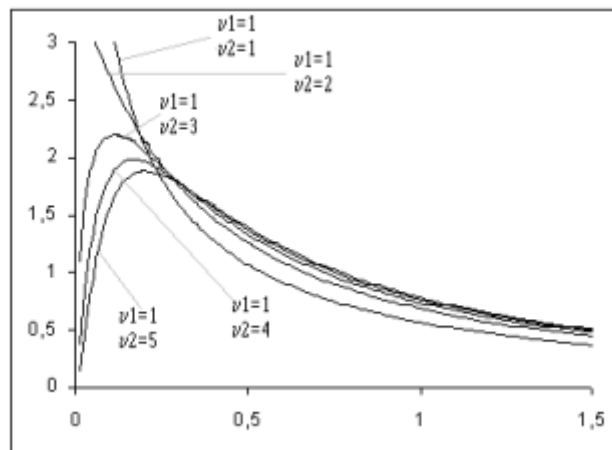


Fig.128 - Curve di distribuzione della variabile F al variare dei gradi di libertà v_1 e v_2

Gli errori dovuti al campionamento devono essere distribuiti normalmente intorno alla media, per cui prima dell'applicazione del test deve essere attuato il controllo dell'asimmetria e della curtosi della distribuzione, per verificare che non si discosti eccessivamente dalla normale.

A differenza della distribuzione normale, la curva di distribuzione della statistica F è asimmetrica. Non a caso anche il grafico desunto dall'analisi della distribuzione dei 30 dati riassunti nella Tav. 15 seguente, come si evince dal grafico (fig. 129), seguono una distribuzione asimmetrica, con un indice di asimmetria $A = 1,83$. Ciò determina un'asimmetria a destra e l'indice di curtosi $C = 3,74$ permette di definire la forma della distribuzione leptocurtica. L'indice K di curtosi rappresenta l'addensamento di una distribuzione intorno al suo valore modale (che in questo caso è compreso nell'intervallo $[149,169]$) e misura l'entità

di discostamento dalla normalità distributiva, rispetto alla quale si verifica un maggiore appiattimento (distribuzione platicurtica) o un maggiore allungamento (distribuzione leptocurtica). Di conseguenza esso indica il maggiore o minore peso dei valori posti agli estremi della distribuzione (code), rispetto a quelli della parte centrale. Si precisa, a tal proposito, che per determinare il numero di classi a cui è seguito il calcolo della frequenza relativa ai raggruppamenti è la seguente [84]:

$$(5.3) K (\text{Numero classi}) = 1 + 3,322 \log n, \text{ con } n \text{ numero dati}$$

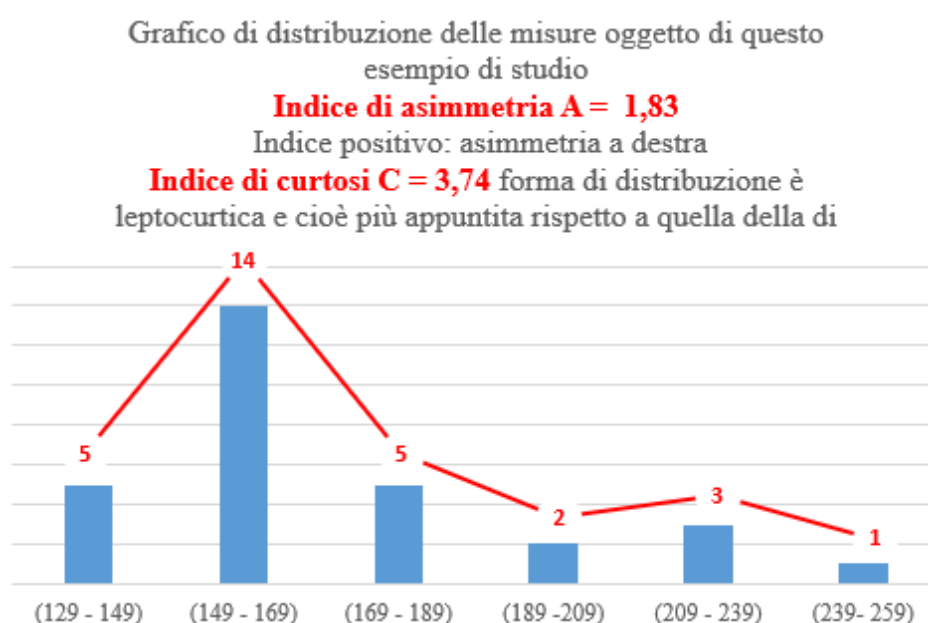


Fig. 129 – Grafico di distribuzione delle misure oggetto di esempio studio con indice di asimmetria $A = 1,83$ e indice di curtosi $C = 3,74$

Ritornando alla rappresentazione di F, essa di solito presenta una concavità verso il basso asimmetrica a sinistra, mentre ha un andamento asintotico a destra. Ciò è in accordo con il fatto che la statistica F è un rapporto di due varianze, e quindi è sempre una quantità positiva: non esistono valori negativi della statistica F.

Condurremo un test di ipotesi utilizzando un livello di significatività del 5% per verificare l'ipotesi nulla e cioè che non vi sia alcuna differenza punteggi WLE Matematica tra i tre gruppi rispetto all'ipotesi alternativa che almeno una media sia diversa dalle altre perché influenzata

dall'origine dello studente. Si vuole verificare se l'origine (fattore) considerando i tre livelli: alunno di origine italiana (codice dato:1), alunno straniero di prima generazione (codice dato:2), alunno straniero di seconda generazione (codice dato:3), abbia influenzato il Punteggio WLE Matematica conseguito nelle rilevazioni Grado 13, anno sc. 2018/19.

La variabile quantitativa oggetto di studio e cioè il generico punteggio WLE Matematica è dato da:

$$(5.4) y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}, \quad \forall i$$

$$(5.5) y_{ij} = \mu + (\mu_i - \mu) + \varepsilon_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}, \quad \forall i$$

ove μ rappresenta la media di tutte le misure, α_i è l'effetto dell'*i*esimo livello, ε_{ij} è l'errore causale o variabilità residua. In questo caso la variabilità totale è data dalla somma della variabilità fra i gruppi (*varianza Between*) e cioè dagli effetti del livello e dalla variabilità all'interno dei gruppi (*varianza Within*) dovuta all'errore sperimentale, visto che μ è una costante.

Si procede calcolando la variabilità totale che verrà scomposta in due componenti: una componente attribuibile alla differenza tra i gruppi e una seconda componente che si riferisce alle differenze riscontrate all'interno dei gruppi. Nella seguente tabella (*Tav. 15*) le misure sono classificate in funzione del livello e il fattore di classificazione (l'origine o cittadinanza) è unico, per cui siamo nel caso di ANOVA ad una via. Le diverse misure in ogni gruppo prendono il nome di repliche, di cui per semplicità ne considereremo in numero $n_i = 10$.

Si calcolano le devianze entro i gruppi (che rappresenta anche l'errore) e tra i gruppi come riportato nella *Tav. 15* seguente mediante le formule:

$$(5.6) \quad SSW(Within) = \sum_{j=1}^3 Dev(y_{ij})$$

e

$$(5.7) \quad SSB(Between) = \sum_{j=1}^3 (\mu_{ij} - \mu)^2 n_i$$

Tav. 15 – Esempio del TEST F DI FISHER O ANALISI DELLA VARIANZA (ANOVA) – tabella delle misure

$n = \sum_i n_i$ è il numero totale di misure, e n_i sono il numero di ripetizione delle misure nel gruppo j-esimo	LIVELLI		
	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana (codice dato:1)	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione (codice dato:2)	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione (codice dato:3)
Ripetizioni delle misure	$j=1$	$j=2$	$j=3=k$
$i = 1$	$y_{11} = 138,37$	$y_{12} = 154,54$	$y_{13} = 129,29$
$i = 2$	$y_{21} = 146,89$	$y_{22} = 168,10$	$y_{23} = 147,93$
$i = 3$	$y_{31} = 151,20$	$y_{32} = 179,14$	$y_{33} = 212,30$
$i = 4$	$y_{41} = 152,27$	$y_{42} = 197,09$	$y_{43} = 244,85$
$i = 5$	$y_{51} = 155,11$	$y_{52} = 219,27$	$y_{53} = 173,79$
$i = 6$	$y_{61} = 156,47$	$y_{62} = 220,57$	$y_{63} = 196,84$
$i = 7$	$y_{71} = 160,48$	$y_{72} = 155,51$	$y_{73} = 133,56$
$i = 8$	$y_{81} = 161,67$	$y_{82} = 167,84$	$y_{83} = 157,11$
$i = 9$	$y_{91} = 162,35$	$y_{92} = 171,74$	$y_{93} = 157,81$
$i = 10$	$y_{101} = 163,91$	$y_{102} = 178,79$	$y_{103} = 171,69$
Medie rispetto a ciascun codice dato Media di ciascun gruppo $\mu_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$	$\mu_{i1} = 154,87$	$\mu_{i2} = 181,26$	$\mu_{i3} = 172,52$
Media delle medie $\widehat{\mu}_{ij} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \mu_{ij}$	169,55		
Media generale di tutte le misure: $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \mu_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$	169,55		
Devianze per ciascun gruppo $Dev(y_{ij}) = \sum_{i=1}^{n_i} (y_{ij} - \mu_{ij})^2$	$Dev(y_{i1}) = 574,15$	$Dev(y_{i2}) = 5071,82$	$Dev(y_{i3}) = 11852,85$
Devianza entro i gruppi $SSW(Within) = \sum_{j=1}^3 Dev(y_{ij})$	$SSW(Within) = 574,15 + 5071,82 + 11852,85 = 17.498,82$		
Devianza tra i gruppi $SSB(Between) = \sum_{j=1}^3 (\mu_{ij} - \mu)^2 n_i$	$SSB = (154,87 - 169,55)^2 * 10 + (181,26 - 169,55)^2 * 10 + (172,52 - 169,55)^2 * 10 = 215,50 * 10 + 137,12 * 10 + 8,82 * 10 = 3.614,40$		

Per valutare la significatività della statistica F si costruisce la tabella dell'ANOVA a una via come riportato nella Tav 16 seguente, dove per ogni combinazione di gradi di libertà

del numeratore e del denominatore, e per ogni livello di probabilità, facendo riferimento alle Tav.17a e Tav. 17b è possibile stabilire se il rapporto dato da:

$$(5.8) F = \frac{SSB/(j-1)}{SSW/(n-j)}$$

che rappresenta la nostra statistica test è superiore ad un certo valore soglia per cui è relativamente probabile (livello di probabilità scelto è $\alpha = 0,05$) ottenere quei valori quando si considerino gruppi random di una stessa popolazione. Se l'ipotesi nulla è vera non ci sono differenze significative tra le medie dei gruppi e quindi tra le varianze totale, entro i gruppi e tra i gruppi. Se l'ipotesi nulla è vera, il test F dovrebbe assumere valori prossimi a 1, mentre se H_0 è falsa ci aspettiamo un valore di significatività maggiore di 1. Quindi, fissato il livello di significatività α ad esempio pari a 0,05, l'ipotesi nulla dovrà essere rifiutata se il valore osservato del F test è maggiore del valore critico F_α , con $\alpha = 0,05$ di una distribuzione F con $(j-1 = 2)$ e $(n-j = 30-3 = 27)$ gradi di libertà.

Nel nostro caso considerato il valore $F_{0,05}(2,27) = 3,35$

Per cui se:

$$(5.9) F_{\text{test}} > F_{0,05}(2,27)$$

allora il test è significativo a livello $\alpha = 0,05$ e si rifiuta l'ipotesi nulla H_0 . Nel nostro caso essendo $F_{\text{test}} = 2,79$, allora vale:

$$(5.10) F < F_{0,05}(2,27)$$

Tav. 16 – Tabella dell'ANOVA a una via – esempio studio

Tipo di variabilità	Devianze	Gradi di libertà	Varianze	F_{test}	$F_{0,05}$ per gdl (2,27)
Tra i gruppi (<i>Between</i>)	3.614,40	$j - 1 = 2$	<i>Varianza Between</i> = $3.614,40/2 = 1.807,20$	$F = 1.807,20/648,10 = 2,79$	(*) $F_{\text{crit}} = 3,35$ Non Significativo
Nei gruppi (<i>Within</i>)	17.498,82	$n - j = 30 - 3 = 27$	<i>Varianza Within</i> = $17.498,82/27 = 648,10$		
Totale	21112,24	$n - 1 = 29$	<i>Varianza Totale</i> = $21112,24/29 = 728,00$		

(*) A tal proposito si utilizza la Tav. 17a di seguito riportata e si considera l'intersezione tra i gradi di libertà colonna 2 e riga 27 il valore della variabile casuale F di Fisher a una determinata area $\alpha = 0,05$ nella coda destra della distribuzione. Il nostro F_{α} è pari al valore 3,35. Calcolando l'area sotto la curva F per valori superiori al valore F_{test} si determina il *p-value*, detto livello di probabilità. Essendo un valore di probabilità, il *p-value* è un numero compreso tra 0 e 1. In particolare, diremo che:

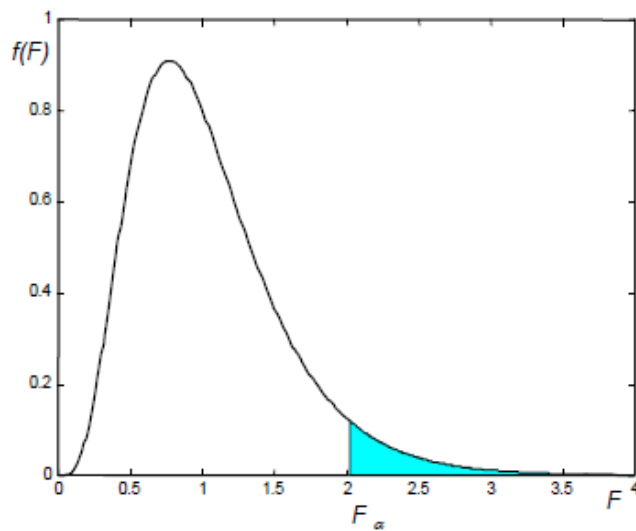
1. se $p\text{-value} \geq 0,05 \Rightarrow$ si dice che il test non è statisticamente significativo (cioè può trattarsi di un effetto casuale del campionamento) e H_0 viene accettata;
2. se $p\text{-value} < 0,05 \Rightarrow H_0$ viene, in generale, rifiutata e il test viene detto:
 - **statisticamente significativo** se $0,01 \leq p\text{-value} < 0,05$, $0,01 \leq p\text{-value} < 0,05$
 - **molto significativo** se $0,001 \leq p\text{-value} < 0,01$, $0,001 \leq p\text{-value} < 0,01$
 - **estremamente significativo** se $p\text{-value} < 0,001$, $p\text{-value} < 0,001$

Le tavole della distribuzione F di Fisher possono essere usate anche per calcolare l'area sinistra (come nell'esempio in fig.130) sottesa dalla curva mediante la seguente identità:

$$(5.11) F_{1-\alpha}(v_1, v_2) = \frac{1}{F_{\alpha}(v_1, v_2)}$$

$$\text{Per cui: } F_{0,95}(2,27) = \frac{1}{F_{0,05}(27,2)} = 1/19,445=0,514$$

La tavola fornisce i valori di F_{α} per i quali $P(F > F_{\alpha}) = \alpha$ per alcuni valori notevoli di α e per



i gradi di libertà v_1 e v_2 del numeratore e del denominatore.

Quindi $p - value = 0,514 > 0,05$ il test non è statisticamente significativo e H_0 viene accettata

Fig. 130 – Esempio di calcolo di area nella distribuzione di Fisher

Quindi non si rifiuta l'ipotesi H_0 , per cui i dati dei vari gruppi sono estratti casualmente dalla stessa popolazione. Con un numero infinito di trattamenti e di repliche, è sufficiente un rapporto superiore a 1 per rifiutare l'ipotesi nulla, in quanto in questo caso le medie non sarebbero uguali (come mostra la tabella dei valori critici di F). Nel caso di un campione con un numero ridotto di dati, il rapporto può essere superiore a 1, per effetto delle variazioni casuali.

In sintesi, in riferimento ai valori critici per i rispettivi gradi di libertà forniti dalla distribuzione F e riportati nelle Tav. 17a e Tav.17b due sono gli scenari possibili:

- Se il valore di F calcolato è superiore a quello tabulato, alla probabilità α prefissata, si rifiuta l'ipotesi nulla e si accetta l'ipotesi alternativa: almeno una media è diversa dalle altre.
- Se il valore F calcolato è inferiore a quello riportato nella tabella, si accetta l'ipotesi nulla, o almeno non può essere rifiutata la tesi che le medie siano tutte uguali.

Si perviene, infine, alla seguente tesi: la probabilità che l'ipotesi nulla sia vera è superiore al 5%. Di conseguenza, si accetta l'ipotesi nulla: i tre campioni sono stati estratti dalla stessa popolazione; non esiste una differenza significativa tra le 3 medie campionarie. Questo risultato dimostra che le eventuali differenze negli esiti non dipendono dalle condizioni d'ingresso relative alla cittadinanza, ma evidentemente si manifestano per altri parametri che influiscono sulle performance in matematica.

5.3.2 ANOVA a due criteri di classificazione (due vie)

Il precedente caso studio può essere svolto classificando le misure secondo due fattori, considerando cioè i tre gruppi rispetto a due trattamenti: la cittadinanza e la regolarità. In questo caso si parla, allora di ANOVA a due vie. Se considerata la combinazione dei due fattori sono per ciascuna di esse si rilevano più misure, o repliche, allora è possibile valutare

l'interazione tra i due fattori.

Supponiamo dapprima che non siano presenti repliche e costruiamo una tabella a doppia entrata dove il fattore C = cittadinanza presenta 3 livelli (studente italiano, studente straniero di I generazione, studente straniero di II generazione) e il fattore R = regolarità presenta anch'esso tre livelli (regolare, anticipatorio, posticipatorio):

Esempio di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) Modello ad effetti fissi		Fattore R		
		Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione
Fattore C	Punteggio WLE Matematica Alunno regolare	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana e regolare = x_{11}	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione regolare = x_{12}	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione regolare = x_{13}
	Punteggio WLE Matematica Alunno anticipatorio	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana anticipatorio = x_{21}	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione anticipatorio = x_{22}	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione anticipatorio = x_{23}
	Punteggio WLE Matematica Alunno posticipatorio	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana Posticipatorio = x_{31}	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione posticipatorio = x_{32}	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione posticipatorio = x_{33}

Il modello lineare che non prevede interazioni tra i due fattori può essere definito dalla relazione:

$$(5.12) x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

con α_i che rappresenta l'effetto relativo al fattore C (cittadinanza), β_j che rappresenta l'effetto relativo al fattore R (regolarità) e ε_{ij} che rappresenta l'errore di campionamento. Come nell'esempio studio precedente (Anova a una via), si studierà l'effetto dei fattori C ed R analizzando la variabilità nei dati, considerandoli nel loro insieme o raggruppandoli in funzione dei due fattori e utilizzeremo un modello ad effetti fissi e cioè considerando α_i e β_j

come costanti e non come variabili aleatorie. Il modello lineare scelto che si distingue da quello in cui entrambi i fattori sono descritti da variabili aleatorie e da quello misto in cui alcuni fattori sono random e altri sono fissi, limita la nostra analisi alla verifica dell'effetto dei trattamenti nei gruppi oggetto di studio, senza la possibilità di estendere gli eventuali risultati alla popolazione dalla quale il nostro campione è estratto.

Le ipotesi nulle da cui partire sono due e sono le seguenti:

H_C: si ipotizzano effetti nulli relativi al fattore C (effetti di riga α_i pari a 0, per ogni i e cioè e cioè dovuti solo all'errore di campionamento e non al trattamento/ tipo di cittadinanza)

H_R: si ipotizzano effetti nulli relativi al fattore R (effetti di colonna β_j pari a 0, per ogni j e cioè dovuti solo all'errore di campionamento e non al trattamento/ tipo di regolarità)

Definita la media totale: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij}$, con n il numero totale delle misure si costruisce la seguente tabella (Tav. 18)

Tav. 18 - Esempio di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) - Modello ad effetti fissi

Dati di riferimento		Fattore R			
Punteggio WLE Matematica Grado 10 -Anno sc. 2014/15		Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione	Medie dei fattori di riga
Fattore C	Punteggio WLE Matematica Alunno regolare	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana e regolare = 210,25	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione regolare = 183,44	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione regolare = 198,69	$\bar{x}_{11} =$ 197,46
	Punteggio WLE Matematica Alunno anticipatorio	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana anticipatorio = 200,17	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione anticipatorio = 207,19	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione anticipatorio = 141,91	$\bar{x}_{21} =$ 183,09
	Punteggio WLE Matematica Alunno posticipatorio	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana Posticipatorio = 207,78	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione posticipatorio = 182,62	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione posticipatorio = 165,89	$\bar{x}_{31} =$ 185,43

Medie dei fattori di colonna	$\bar{x}_{i1} = 206,07$	$\bar{x}_{i2} = 191,08$	$\bar{x}_{i3} = 168,83$	
Media delle misure $\bar{x} = 188,66$	Devianza relativa al fattore C SSC = 356,69			
Devianza Tot. SST = 4.175,9	Devianza relativa al fattore R SSR = 2106,28			
Devianza dell'errore o dei residui	$SSE = SST - (SSC + SSR) = 1.712,93$			

Calcoliamo la devianza totale:

$$(5.13) \text{ SST} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (x_{ij} - \bar{x})^2 = (210,25 - 188,66)^2 + (200,17 - 188,66)^2 + (207,78 - 188,66)^2 + (183,44 - 188,66)^2 + (207,19 - 188,66)^2 + (182,62 - 188,66)^2 + (198,69 - 188,66)^2 + (141,91 - 188,66)^2 + (165,89 - 188,66)^2 = 466,13 + 132,48 + 365,57 + 27,25 + 343,36 + 36,48 + 100,60 + 2.185,56 + 518,47 = \mathbf{4.175,9}$$

La media dei fattori di riga α_i è pari a:

$$(5.14) \hat{\alpha}_i = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 x_{ij} - \bar{x} =$$

, mentre la media dei fattori di colonna β_j è data da:

$$(5.15) \hat{\beta}_j = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 x_{ij} - \bar{x}$$

La devianza spiegata dalle differenze tra le righe relative al fattore C è data da:

$$\text{SSC} = 3 \sum_{i=1}^3 (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

con \bar{x}_i la media della generica riga i .

Nel nostro caso $\bar{x}_{1j} = 197,46$, $\bar{x}_{2j} = 183,09$, $\bar{x}_{3j} = 185,43$, quindi

$$\text{SSC} = 3 \sum_{i=1}^3 (\bar{x}_i - \bar{x})^2 = 3 (77,44 + 31,02 + 10,43)^2 = \mathbf{356,69}$$

Allo stesso modo si calcola la devianza dovuta alle differenze tra le colonne relative al fattore R che è dato da:

$$\text{SSR} = 3 \sum_{j=1}^3 (\bar{x}_j - \bar{x})^2 = 3 (302,99 + 5,87 + 393,22)^2 = \mathbf{2106,28}$$

Con $\bar{x}_{i1} = 206,07$, $\bar{x}_{i2} = 191,08$, $\bar{x}_{i3} = 168,83$.

La devianza dell'errore o dei residui è data da:

$$(5.16) \text{SSE} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \varepsilon_{ij}^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (x_{ij} - \alpha_i - \beta_j - \mu)^2 = \\ = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (x_{ij} - \alpha_i - \beta_j - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (x_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2$$

Considerando che il modello che stiamo utilizzando è a effetti fissi per cui α_i e β_j sono considerate costanti, allora $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 0$ e $\sum_{j=1}^3 \beta_j = 0$, per cui:

$$\text{SSE} = \text{SST} - (\text{SSC} + \text{SSR}) = 4.175,9 - (356,69 + 2106,28) = \mathbf{1.712,93}$$

Da queste si possono ricavare le rispettive varianze, tenendo conto dei gradi di libertà, quindi:

$$\mathbf{S^2_{tot}} = \text{SST} / n - 1 = 4.175,9 / 8 = \mathbf{521,99}$$

$$\mathbf{SC^2} = \text{SSC} / (i - 1) = 356,69 / 2 = \mathbf{178,34}$$

$$\mathbf{SR^2} = \text{SSR} / (j - 1) = 2106,28 / 2 = \mathbf{1.053,14}$$

$$\mathbf{SE^2} = \text{SSE} / (i - 1)(j - 1) = 1.712,93 / 4 = \mathbf{428,23}$$

Considerando le ipotesi nulle H_c e H_R si ottiene che il rapporto tra le varianze segue una distribuzione di Fisher, per cui si applica lo stesso approccio utilizzato per l'ANOVA ad una via sintetizzato nella tabella (Tav. 19) seguente:

Tav. 19 – Tabella di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) - Modello ad effetti fissi – esempio studio

Tipo di variabilità	Devianze	Gradi di Libertà gdl	Varianze	F_{test}	$F_{0,05}$ per gdl (*) (2,4) per gdl(**) (4,2)
Tra righe	SSC	$i - 1 = 2$	SC² = 178,34	$F_C = \frac{SC^2}{SE^2} = \frac{178,34}{428,23}$ F_C = 0,416	(*) F_{0,05} = 6,94
Tra colonne	SSR	$j - 1 = 2$	SR² = 1.053,14	$F_R = \frac{SR^2}{SE^2} = \frac{1.053,14}{428,23}$ F_R = 2,46	(**) F_{0,05} = 6,94

Errore	SSE	$(i-1)(j-1) = 4$	SE² =428,23		
Totale	SST	$ij-1 = 8$	S² tot = 521,99		

(*) F_C è una statistica di Fisher con gradi di libertà $F(i-1;(i-1)(j-1)) = F(2,4)$

(**) F_R è una statistica di Fisher con gradi di libertà $F(j-1;(i-1)(j-1)) = F(2,4)$

Per cui se:

$$(5.17) F_C > F_{0,05}(2,4)$$

allora il test è significativo a livello $\alpha = 0,05$ e si rifiuta l'ipotesi nulla H_C . Nel nostro caso essendo $F_C = 0,021$, allora vale:

$$(5.18) F < F_{0,05}(2,4)$$

per cui non si rifiuta l'ipotesi H_C e le variazioni di riga sono dovute solo all'errore di campionamento e non al trattamento/ tipo di cittadinanza. Allo stesso modo si procede per l'ipotesi H_R per cui se:

$$(5.19) F_R > F_{0,05}(2,4)$$

allora il test è significativo a livello $\alpha = 0,05$ e si rifiuta l'ipotesi nulla H_R . Nel nostro caso essendo $F_R = 0,120$, allora vale:

$$(5.20) F_R < F_{0,05}(2,4)$$

per cui non si rifiuta l'ipotesi H_R e le variazioni di colonna sono dovute solo all'errore di campionamento e non al trattamento/ tipo di regolarità.

Se calcoliamo l'area sinistra (come nell'esempio in fig.130) sottesa dalla curva mediante la l'identità:

$$(5.11) F_{1-\alpha}(v_1, v_2) = \frac{1}{F_{\alpha}(v_1, v_2)}$$

Otterremo in questo caso per entrambe gli F_{test} : $F_{0,95}(2,4) = \frac{1}{F_{0,05}(4,2)} = 1/6,94 = 0,144$

Quindi $p - \text{value} = 0,144 > 0,05$ il test non è statisticamente significativo e, quindi, sia H_C che H_R vengono accettate.

5.3.3 ANOVA a due vie con interazione

In un progetto di ricerca talvolta può succedere che, per approfondire l'analisi, si voglia valutare l'effetto di due fattori sperimentali combinati, in modo da mettere in evidenza possibili "interazioni" e cioè se l'effetto di un fattore cambia a seconda del livello dell'altro fattore. In riferimento, ad esempio, ai dati riportati nella tav. 18, è evidente che il risultato di riga 2 riferito al secondo fattore di colonna 3 sia notevolmente più basso rispetto all'elemento di riga medesima ma riferito al secondo fattore ma di colonna 2. In termini algebrici, l'interazione può essere evidenziata come mancanza di additività e cioè di non linearità nei risultati. Se ci riferiamo, infatti, sempre alla stessa tabella (riportata di seguito), si può rilevare che il trattamento relativo alla riga 2 ha diminuito il risultato di 5,57 unità rispetto alla media generale, mentre il trattamento di colonna 3 ha diminuito il risultato di 19,83 unità, sempre rispetto alla media generale. Di conseguenza, per la combinazione X_{23} ci aspetteremmo un risultato finale additivo, pari a $- 5,57 - 19,83 + 188,66 = 163,26$, mentre il risultato finale è di 183,09 unità. Evidentemente la combinazione X_{23} è una combinazione svantaggiosa, cioè i due trattamenti interagiscono tra di loro in modo negativo portando ad un risultato inferiore alle attese.

Dati di riferimento		Fattore R			
Punteggio WLE Matematica Grado 10 -Anno sc. 2014/15		Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione	Medie dei fattori di riga
Fattore C	Punteggio WLE Matematica Alunno regolare	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana e regolare = 210,25	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione regolare = 183,44	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione regolare = 198,69	$\bar{x}_{11} =$ 197,46
	Punteggio WLE Matematica Alunno anticipatorio	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana anticipatorio = 200,17	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione anticipatorio = 207,19	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione anticipatorio = 141,91	$\bar{x}_{21} =$ 183,09
	Punteggio WLE Matematica Alunno posticipatorio	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana Posticipatorio = 207,78	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione posticipatorio = 182,62	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione posticipatorio = 165,89	$\bar{x}_{31} =$ 185,43
Medie dei fattori di colonna		$\bar{x}_{i1} =$ 206,07	$\bar{x}_{i2} =$ 191,08	$\bar{x}_{i3} =$ 168,83	
Media delle misure $\bar{\bar{x}} =$ 188,66					

Nel caso, quindi, si consideri un modello non additivo, ma che presenti una evidenza legata all'interazione tra i fattori, è necessario che per ogni cella della tabella precedente siano presenti più misure e per avere un modello bilanciato tali misure siano in numero uguale per ogni cella. Il modello rappresentato dalla:

$$(5.12) x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

diventa più complesso ed è rappresentato dalla:

$$(5.21) x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

dove l'addendo $(\alpha\beta)_{ij}$ rappresenta l'effetto relativo all'interazione dei due fattori.

Supponiamo di avere per ogni cella (i,j), r repliche e nel nostro caso esempio r=2 per cui la tabella riportata in Tav. 18 diventa:

Tav. 20 - Esempio di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) con repliche e fattore di interazione

Dati di riferimento		Fattore R			
Punteggio WLE Matematica Grado 10 -Anno sc. 2014/15		Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione	Medie dei fattori di riga
Fattore C	Punteggio WLE Matematica Alunno regolare	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana regolare Repliche 2 210,25 220,64 $\bar{x}_{11} = 215,44$	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I gen. regolare Repliche 2 183,44 169,08 $\bar{x}_{12} = 176,26$	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II gen. regolare Repliche 2 198,69 209,25 $\bar{x}_{13} = 203,97$	$\bar{x}_{1j} = 198,55$
	Punteggio WLE Matematica Alunno anticipatario	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana anticipatario Repliche 2 200,17 232,77 $\bar{x}_{21} = 216,47$	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione anticipatario Repliche 2 207,19 225,37 $\bar{x}_{22} = 216,28$	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione anticipatario Repliche 2 141,91 225,37 $\bar{x}_{23} = 183,64$	$\bar{x}_{2j} = 205,46$
	Punteggio WLE Matematica Alunno posticipatario	Punteggio WLE Matematica Alunno di origine italiana Posticipatario Repliche 2 207,78 193,43 $\bar{x}_{31} = 200,60$	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di I generazione posticipatario Repliche 2 182,62 189,98 $\bar{x}_{32} = 186,30$	Punteggio WLE Matematica Alunno straniero di II generazione posticipatario Repliche 2 165,89 134,11 $\bar{x}_{33} = 150,00$	$\bar{x}_{3j} = 178,97$
Medie dei fattori di colonna		$\bar{x}_{i1} = 210,84$	$\bar{x}_{i2} = 192,95$	$\bar{x}_{i3} = 179,20$	
Media delle misure $\bar{x} = 194,33$		Devianza relativa al fattore C SSC = 2265,72			
Devianza relativa al fattore CR SSCR = 9345,72		Devianza relativa al fattore R SSR = 3020,40			
Devianza dell'errore o dei residui		$SSE = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^{18} (\bar{x}_{ijk} - \bar{x}_{ij})^2 = 5397,41$			

Come nel caso del modello precedente si possono calcolare le devianze calcolate tra le medie di riga relative al fattore C, di colonna relative al fattore R, ma vanno anche

considerate le medie per ogni cella fattore di interazione RC. In questo caso le ipotesi nulle diventano 3:

H_C: si ipotizzano effetti nulli relativi al fattore C (effetti di riga α_i pari a 0, per ogni i e cioè e cioè dovuti solo all'errore di campionamento e non al trattamento/ tipo di cittadinanza);

H_R: si ipotizzano effetti nulli relativi al fattore R (effetti di colonna β_j pari a 0, per ogni j e cioè dovuti solo all'errore di campionamento e non al trattamento/ tipo di regolarità);

H_{CR}: si ipotizzano effetti nulli relativi al fattore CR (effetti di colonna $(\alpha\beta)_{ij}$ pari a 0, per cella ij e cioè dovuti solo all'errore di campionamento e non all'interazione dei due trattamenti/ tipo di cittadinanza con tipo di regolarità).

Indicate con \bar{x} la media di tutte le misure, \bar{x}_i la media della riga i -esima, \bar{x}_j la media della colonna j -esima e con \bar{x}_{ij} la media della cella di coordinate (i, j) , allora si può costruire la tabella per lo studio delle variabilità in maniera analoga a quanto fatto precedentemente per il caso di ANOVA a due vie, senza repliche come riportato nella Tav. 21 seguente.

In questo caso la devianza spiegata dalle differenze tra le righe relative al fattore C è data da:

$$(5.21) \text{SSC} = 3 * 2 \sum_{i=1}^3 (\bar{x}_i - \bar{x})^2 = 6 [(198,55 - 194,33)^2 + (205,46 - 194,33)^2 + (178,97 - 194,33)^2] = 6 (17,81 + 123,88 + 235,93) = \mathbf{2265,72}$$

$$(5.22) \text{SSR} = 3 * 2 \sum_{j=1}^3 (\bar{x}_j - \bar{x})^2 = 6 [(210,84 - 194,33)^2 + (192,95 - 194,33)^2 + (179,20 - 194,33)^2] = 6 (272,58 + 1,90 + 228,92) = \mathbf{3020,40}$$

$$(5.23) \text{SSCR} = 2 \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x})^2 = 2 [(\bar{x}_{11} - \bar{x}_{1j} - \bar{x}_{i1} + \bar{x})^2 + (\bar{x}_{12} - \bar{x}_{2j} - \bar{x}_{i2} + \bar{x})^2 + (\bar{x}_{13} - \bar{x}_{3j} - \bar{x}_{i3} + \bar{x})^2 + (\bar{x}_{21} - \bar{x}_{2j} - \bar{x}_{i2} + \bar{x})^2 + (\bar{x}_{22} - \bar{x}_{2j} - \bar{x}_{i2} + \bar{x})^2 + (\bar{x}_{23} - \bar{x}_{3j} - \bar{x}_{i3} + \bar{x})^2 + (\bar{x}_{31} - \bar{x}_{1j} - \bar{x}_{i1} + \bar{x})^2 + (\bar{x}_{32} - \bar{x}_{2j} - \bar{x}_{i2} + \bar{x})^2 + (\bar{x}_{33} - \bar{x}_{3j} - \bar{x}_{i3} + \bar{x})^2] = 2 [(215,44 - 198,55 - 210,84 + 194,33)^2 + (176,26 - 205,46 - 192,95 + 194,33)^2 + (203,97 - 178,97 - 179,20 + 194,33)^2 + (216,47 - 205,46 - 192,95 + 194,33)^2 + (216,28 - 205,46 - 192,95 + 194,33)^2 + (183,64 - 178,97 - 179,20 +$$

$$+194,33)^2 + (200,60 - 198,55 - 210,84 + 194,33)^2 + (186,30 - 205,46 - 192,95 + 194,33)^2 + (150,00 - 178,97 - 179,20 + 194,33)^2 =$$

$$= 2 [877,34 + 773,95 + 1.610,42 + 153,51 + 148,84 + 392,04 + 209,09 + 316,13 + 191,54] = \mathbf{9345,72}$$

$$(5.24) \text{ SSE} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^{18} (\bar{x}_{ijk} - \bar{x}_{ij})^2 = (215,44 - 198,55)^2 + (176,26 - 198,55)^2 + (203,97 - 198,55)^2 + (216,47 - 205,46)^2 + (216,28 - 205,46)^2 + (183,64 - 205,46)^2 + (200,60 - 178,98)^2 + (186,30 - 178,98)^2 + (150,00 - 178,98)^2 + (215,44 - 210,84)^2 + (216,47 - 210,84)^2 + (200,60 - 210,84)^2 + (176,26 - 192,95)^2 + (216,28 - 192,95)^2 + (186,30 - 192,95)^2 + (203,97 - 179,20)^2 + (183,64 - 179,20)^2 + (150,00 - 179,20)^2 = 285,27 + 496,84 + 29,38 + 121,22 + 117,07 + 476,11 + 467,42 + 53,58 + 839,84 + 21,16 + 31,70 + 104,85 + 278,56 + 544,29 + 44,22 + 613,55 + 19,71 + 852,64 = \mathbf{5397,41}$$

Tav.21 - Esempio di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) con repliche e fattore di interazione – esempio studio

Tipo di variabilità	Devianze	Gradi di Libertà gdl	Varianze	F _{test}	F _{0,05} per gdl (*) (2,9) per gdl(**) (2,9) per gdl(***) (4,9)
Tra righe	SSC	i - 1 = 2	SC² = SSC/2 1.132,86	F_C = $\frac{SC^2}{SE^2} = \frac{1132,86}{599,71}$ F_C = 1,89	(*) F_{0,05} = 4.26 Non Significativo
Tra colonne	SSR	j - 1 = 2	SR² = SSR/2 1.510,2	F_R = $\frac{SR^2}{SE^2} = \frac{1510,20}{599,71}$ F_R = 2,52	(**) F_{0,05} = 4.26 Non Significativo
Interazione	SSCR	(i - 1)(j - 1) = 4	SCR² = SSCR/4 2.336,43	F_{CR} = $\frac{SCR^2}{SE^2} = \frac{2.336,43}{599,71} = 3,89$	(***) F_{0,05} = 3.63 Con gdl uguali a 4 e 9 risulta significativo con probabilità P < 0,05
Errore	SSE	ij(r-1) = 9	SE² = SSE/9 599,71		

Totale	SST	$ijr-1=17$	$S^2_{tot} = SST/17 =$ $= \frac{1}{17} [\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (x_{ij} - \bar{x})^2]$	
--------	-----	------------	--	--

(*) F_C è una statistica di Fisher con gradi di libertà $F(i-1;(i-1)(j-1))$;

(**) F_R è una statistica di Fisher con gradi di libertà $F(j-1;(i-1)(j-1))$

(***) F_{CR} è una statistica di Fisher con gradi di libertà $F((i-1)(j-1); ij(r-1))$

Quindi , si perviene ai seguenti risultati:

$F_C < F_{0,05}$ allora, H_c è accettata;

$F_R < F_{0,05}$ allora, H_R è accettata;

$F_{CR} > F_{0,05}$, H_{CR} è non accettata e poiché p- value che è dato da $F_{0,95} = 1/3.63 = 0,275 < 0,05$

allora se p-value $< 0,05 \Rightarrow H_0$ viene, in generale, rifiutata e il test viene detto:

statisticamente significativo, visto che ci troviamo nelle condizioni per cui $0,01 \leq p\text{-value} < 0,050, 01 \leq p\text{-value} < 0,05$.

5.3.4 Il modello ANOVA a effetti casuali

I modelli di regressione classici OLS (*Ordinary least squares*) [85] [86], poiché non sono in grado di identificare quale possa essere il contributo del raggruppamento nello spiegare la variabilità residua, si riferiscono a una dimensione campionaria delle variabili non corretta, non sono considerati adeguati a una struttura gerarchica dei dati come introdotta dal paragrafo 5.2 e la loro possibile correlazione. Per analizzare, infatti, dati con struttura gerarchica, come quelli descritti nel paragrafo 5.2 oggetto di questo studio di ricerca, è invece opportuno utilizzare i modelli multilivello [87] [88] [89] detti anche modelli gerarchici, modelli a coefficienti (effetti) casuali, modelli a effetti misti o modelli a componenti di varianza. In

questo paragrafo inizieremo la nostra analisi dal modello ANOVA a effetti casuali considerando quanto già anticipato nel paragrafo 5.2 sui modelli gerarchici e perché detti modelli vengono utilizzati da INVALSI. In riferimento al termine *regressione* utilizzato in statistica, esso si riferisce alla relazione possibile tra le misure di due o più variabili e il loro posizionamento (*regressione*) rispetto alla media.

Riferendoci allo schema rappresentato nella fig 125 di esempio di struttura gerarchica nelle rilevazioni INVALSI studenti, classi, scuole, il numero di livelli scelto che dipende di solito dalla finalità della ricerca, può considerarne un numero meno esteso rispetto a quelli possibili e nel nostro caso partiremo da un modello a due livelli. Partiremo dalla considerazione che nelle rilevazioni INVALSI il risultato individuale y_i dipende (fig.131) da fattori riferibili all'unità statistica (studente i -esimo = unità di primo livello)

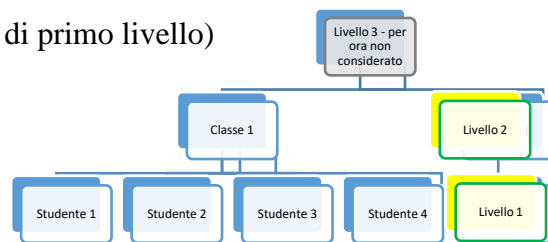


Fig. 131 – Esempio di struttura gerarchica nelle rilevazioni INVALSI a due livelli: studenti, classi

e da fattori riferibili al gruppo di appartenenza (classe j -esima = unità statistica di secondo livello) delle unità statistiche, mentre i dati raccolti (fattori osservabili) si esprimono mediante una o più variabili x riferite all'unità di primo livello e da una o più variabili z riferite all'unità di secondo livello, mentre ciò che sfugge all'osservazione (fattori non osservabili o non osservati) viene considerato afferente ad un termine di errore che può riferirsi all'unità statistica di primo livello (indicato con ϵ) e all'unità statistica di secondo livello (indicato con μ [90]. In questo paragrafo si partirà con analizzare un modello a due livelli, senza regressori, e con la sola intercetta casuale e cioè non la stessa per i diversi gruppi. Tale modello identificato come ANOVA ad effetti casuali è definito dalla seguente relazione [91] che definisce il valore assunto dalla variabile di risposta y (esito della prova, nello specifico il

punteggio WLE Matematica come stima delle abilità secondo il modello di Rasch) per l'individuo i -esimo del gruppo/classe j -esimo:

$$(5.26) y_{ij} = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

dove β_{0j} è l'intercetta (valore atteso) per il gruppo j -esimo e ε_{ij} è l'errore di primo livello che stima la variazione di esito dell'individuo i -esimo rispetto al valore atteso del gruppo j -esimo (del gruppo/classe di appartenenza). L'intercetta β_{0j} può essere scomposta in una parte costante (fissa) y_{00} corrispondente al valore atteso per l'intera popolazione oggetto di studio e in una parte variabile o casuale μ_{0j} che stima la variazione della media del gruppo/classe j -esimo dalla media complessiva (media della popolazione) e definita come l'errore di secondo livello. Tale scomposizione permette di definire il modello ANOVA a effetti casuali mediante la seguente relazione:

$$(5.27) y_{ij} = y_{00} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

e di esprimere il valore assunto dalla variabile di risposta y in funzione del valore atteso per l'intera popolazione (parte fissa e costante/ intercetta) e di due tipi di errore uno relativo allo studente i -esimo rispetto gruppo/classe di appartenenza j -esimo ε_{ij} che si riferisce, quindi, alle caratteristiche specifiche dello studente stesso e μ_{0j} che si riferisce al gruppo di appartenenza, stimandone la variabilità rispetto alla media generale. Detti errori, per quanto appena detto, rispondono alle seguenti condizioni di validità [92]:

1. Gli effetti casuali μ_{0j} si distribuiscono in modo normale, con media nulla e varianza costante pari a $\sigma^2_{\mu_{0j}}$, $\mu_{0j} \approx N(0, \sigma^2_{\mu_{0j}})$;
2. gli errori ε_{ij} sono distribuiti in modo normale, con media nulla e varianza costante pari a σ^2 , $\varepsilon_{ij} \approx N(0, \sigma^2)$;

3. gli effetti casuali μ_{0j} e gli errori ε_{ij} sono indipendenti e cioè la correlazione tra ogni coppia di μ_{0j} e ε_{ij} è nulla, quindi il coefficiente di variazione che stima lo scarto quadratico medio rispetto alla media della distribuzione delle misurazioni:

$$\rho_{\mu_{0j} \varepsilon_{ij}} = 0;$$

4. gli errori ε_{ij} non sono correlati tra loro.

Supponiamo di voler replicare l'analisi dati riportati nella Tav. 20 non come esempio di ANOVA a due criteri di classificazione (due vie) con repliche e fattore di interazione e quindi a supponiamo di voler passare con i medesimi dati dall'analisi a effetti fissi all'analisi a effetti casuali; si supponga cioè che le misure relative agli esiti in matematica di studenti per cittadinanza e regolarità siano stati scelti casualmente, per cui si perverrà alla medesima Tav. 21 come di seguito riportata, dove però la media di riga, la media di colonna e media di ciascuna cella vengono considerati variabili casuali, distribuite in modo normale con media nulla e varianza costante.

In questo caso le tre ipotesi nulle si riferiscono non più ai valori medi ma ai valori delle varianze σ^2 :

$$\mathbf{H_C} : \sigma_C^2 = 0$$

$$\mathbf{H_R} : \sigma_R^2 = 0$$

$$\mathbf{H_{CR}} : \sigma_{CR}^2 = 0$$

In questo caso, per verificare le ipotesi, si utilizzano le stesse formule dell'ANOVA a effetti fissi, ottenendo la stessa tabella di risultati (Tav.21) rispetto alle devianze, i gradi di libertà e le varianze, ma cambiano gli F_{test} tra righe e tra colonne, ma non quello per l'interazione.

Infatti, in questo caso, per la determinazione di $\mathbf{F_C}$ e $\mathbf{F_R}$ si useranno formule dove al denominatore non abbiamo SE^2 , ma SCR^2 , per cui arriveremo a definire la seguente Tav.22:

Tav.22 - Esempio di ANOVA II a effetti casuali

Tipo di variabilità	Devianze	Gradi di Libertà gdl	Varianze	F_{test}	$F_{0,05}$ per gdl (*) (2,4) per gdl(**) (2,4) per gdl(***) (4,9)
Tra righe	SSC	$i - 1 = 2$	SC² = 1.132,86	$F_c = \frac{SC^2}{SCR^2} = \frac{1132,86}{2.336,43}$ F_C = 0,48	(*) F_{0,05} = 6,94 Non Significativo
Tra colonne	SSR	$j - 1 = 2$	SR² = 1.510,2	$F_R = \frac{SR^2}{SCR^2} = \frac{1510,20}{2.336,43}$ F_R = 0,65	(**) F_{0,05} = 6,94 Non Significativo
Interazione	SSCR	$(i - 1)(j - 1) = 4$	SCR² = 2.336,43	$F_{CR} = \frac{SCR^2}{SE^2} = \frac{2.336,43}{599,71} = 3,89$	(***) F_{0,05} = 3.63 Con gdl uguali a 4 e 9 risulta significativo con probabilità $P < 0,05$
Errore	SSE	$ij(r-1) = 9$	SE² = 599,71		
Totale	SST	$ijr-1 = 17$	$S^2_{tot} = SST/17 = \frac{1}{17} [\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (x_{ij} - \bar{x})^2]$		

In riferimento alla relazione che definisce algebricamente l'ANOVA a effetti casuali mediante la relazione (5.20), poiché gli errori sono tra loro indipendenti e la varianza di un termine costante è nulla, la variabilità complessiva della risposta è espressa dalla seguente relazione:

$$(5.28) \text{Var}(y_{ij}) = \text{Var}(y_{00} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}) = \sigma^2_{\mu_0} + \sigma_\varepsilon^2$$

dove la varianza $\sigma^2_{\mu_0}$ va identificata con la varianza fra i gruppi **SB²(Between)** e σ_ε^2 con la varianza interna ai gruppi **SW²(Within)**.

Se si calcola la correlazione tra i dati di uno stesso gruppo, ad esempio tra i punteggi WLE Matematica di una classe individuata da un codice SIDI e la correlazione tra i dati di gruppi

diversi, ad esempio tra i punteggi WLE Matematica di due classi individuate da due codici SIDI, si può provare che:

$$(5.29) \text{Cov}(y_{ij}, y_{i'j'}) \begin{cases} = 0 & \text{se } j \neq j' \\ = \sigma^2_{\mu_0} & \text{se } j = j' \end{cases}$$

e, cioè, che c'è correlazione positiva tra i punteggi WLE Matematica di una stessa classe, mentre non c'è correlazione tra i punteggi WLE Matematica di due diverse classi. Per dimostrare quanto appena affermato, si introduce il concetto di coefficiente di correlazione intraclasse (ICC) che misura il grado di omogeneità/disomogeneità entro i gruppi. Esso è dato dal rapporto fra la varianza tra i gruppi e la varianza totale di una distribuzione di misure e può variare da 0 a 1; rappresenta una misura che giustifica il ricorso al modello gerarchico e un valore del coefficiente molto basso, non segnalando la presenza di correlazione all'interno dei gruppi, suggerisce di evitare la modellizzazione a più livelli e di ricorrere ai tradizionali modelli regressivi ad un solo livello [93]. Esiste una proporzionalità diretta tra il valore del coefficiente di correlazione intraclasse (ICC) e il livello di contributo dovuto alla strutturazione di tipo gerarchico, in quanto l'ICC fornisce una misura dell'omogeneità all'interno di uno stesso gruppo, rappresentando la proporzione di varianza residua relativa al gruppo.

Consideriamo i punteggi WLE Matematica delle classi individuate dai CODICI CLASSE 411010090503 e 411010090505 –V PRIMARIA (GRADO 5) - Anno sc. 2018/19 –CODICE SCUOLA 41101009 e CODICE PLESSO 326232 (Provincia di Ancona) e calcoliamo il coefficiente di correlazione intraclasse, dato da:

$$(5.30) \rho_{\mu_0 \varepsilon} = \frac{\sigma^2_{\mu_0}}{\sigma^2_{\mu_0} + \sigma_{\varepsilon}^2} \quad \text{con } \rho \in [0,1]$$

Dove in questo caso $\sigma^2_{\mu_0}$ rappresenta la varianza tra i punteggi WLE Matematica di due classi individuate dai CODICI CLASSE 411010090503 e 411010090505 riportate nella tabella seguente:

CODICE_SCUOLA	Codice plesso	CODICE CLASSE	SIDI invalsi	macrotipologia	campione	regolarità	origine	WLE_MAT_200_CORR	cod_provincia_ISTAT	Cod_reg Marche
41101009	328919	411010090505	6067197	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	186,89	AN	11
41101009	328919	411010090505	6067198	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	309,58	AN	11
41101009	328919	411010090505	6067199	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	136,99	AN	11
41101009	328919	411010090505	6067201	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	231,77	AN	11
41101009	328919	411010090505	6067202	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	199,29	AN	11
41101009	328919	411010090505	6067204	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	207,83	AN	11
41101009	328919	411010090505	6120137	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	178,67	AN	11
41101009	328919	411010090505	6169029	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	226,52	AN	11
41101009	328919	411010090505	6178923	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	257,57	AN	11
41101009	328919	411010090505	6194606	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	203,52	AN	11
41101009	328919	411010090505	6206557	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	207,83	AN	11
41101009	328919	411010090505	6213093	SCUOLA PRIMARIA	0	1	3	118,03	AN	11
41101009	328919	411010090505	6288982	SCUOLA PRIMARIA	0	1	2	165,99	AN	11
41101009	328919	411010090505	6313832	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	199,29	AN	11
41101009	328919	411010090505	6329950	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	216,82	AN	11
41101009	328919	411010090505	6332135	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	190,99	AN	11
41101009	328919	411010090505	6335889	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	207,83	AN	11
41101009	328919	411010090505	6393967	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	157,08	AN	11
41101009	328919	411010090505	6396932	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	290,03	AN	11
41101009	328919	411010090505	6397484	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	250,09	AN	11
41101009	328919	411010090505	6417863	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	309,58	AN	11
41101009	328919	411010090505	6437560	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	170,29	AN	11
41101009	328919	411010090505	6518097	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	231,77	AN	11
41101009	326232	411010090503	6171208	SCUOLA PRIMARIA	0	1	3	190,99	AN	11
41101009	326232	411010090503	6228218	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	226,52	AN	11
41101009	326232	411010090503	6255422	SCUOLA PRIMARIA	0	1	3	195,13	AN	11

41101009	326232	411010090503	6256639	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	212,25	AN	11
41101009	326232	411010090503	6257142	SCUOLA PRIMARIA	0	1	3	216,82	AN	11
41101009	326232	411010090503	6276276	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	199,29	AN	11
41101009	326232	411010090503	6303829	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	212,25	AN	11
41101009	326232	411010090503	6353395	SCUOLA PRIMARIA	0	1	3	231,77	AN	11
41101009	326232	411010090503	6369264	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	216,82	AN	11
41101009	326232	411010090503	6392024	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	199,29	AN	11
41101009	326232	411010090503	6422704	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	257,57	AN	11
41101009	326232	411010090503	6449901	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	243,43	AN	11
41101009	326232	411010090503	6473249	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	216,82	AN	11
41101009	326232	411010090503	6479710	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	237,37	AN	11
41101009	326232	411010090503	6489632	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	237,37	AN	11
41101009	326232	411010090503	6491985	SCUOLA PRIMARIA	0	1	1	237,37	AN	11
41101009	326232	411010090503	6542780	SCUOLA PRIMARIA	0	1	3	178,66	AN	11
41101009	326232	411010090503	8490269	SCUOLA PRIMARIA	0	3	2	231,77	AN	11

$$\rho_{\mu_0\varepsilon} = \frac{1502,14}{1502,14 + 407,89} = \frac{1502,14}{1.910,03} = 0,79$$

Il valore trovato indica, come anticipato sopra, quale porzione della varianza totale è attribuibile alla variazione dovuta ai gruppi e per questo motivo è anche denominato come *Variance partitioning coefficient* (VPC). Il valore trovato, prossimo a 1 giustifica, quindi, il ricorso al modello gerarchico segnalando la presenza di correlazione all'interno dei gruppi.

5.3.5 Modello ANOVA a due livelli con covariate di primo livello e intercetta casuale

La relazione (5.27) ha permesso attraverso l'ICC di valutare il livello del contributo dovuto alla strutturazione di tipo gerarchico e suggerisce che, per stimare la variabilità all'interno dei gruppi e tra i gruppi stessi, di inserire nel modello variabili predittive, sia di livello micro

(variabilità interna ai gruppi), sia di livello macro e quindi di tipo gerarchicamente superiore (variabilità tra i gruppi) [94] .

La scelta di modelli multilevel consente di modellare la variabilità dei coefficienti di regressione (sia intercetta, che coefficiente angolare) esistente tra le unità di secondo livello, prendendo in considerazione anche le variabili esplicative definite al secondo livello di analisi [95]. Con questa modellazione Y viene predetta da X secondo la retta di regressione a meno di un «errore» casuale ε (positivo o negativo), che segue una distribuzione normale con media nulla e variabilità espressa da σ^2 , e indipendente da x.

Con questa procedura, il modello rappresentato algebricamente dalla (5.26) diventa:

$$(5.31) \quad y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

con β_{0j} che è l'intercetta per il generico gruppo j e β_{1j} è il coefficiente angolare della variabile di primo livello X per il generico gruppo j, mentre gli errori ε_{ij} sono tali da seguire una distribuzione normale con media nulla e varianza σ^2 .

In questo caso, in base alla relazione (5.26), è possibile esprimere intercetta e il coefficiente angolare mediante il sistema di equazioni seguente:

$$(5.32) \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_{0j} = y_{00} + \mu_{0j} \\ \beta_{1j} = y_{10} + \mu_{1j} \end{array} \right.$$

dove y_{00} è l'intercetta media e rappresenta la parte costante dell'intercetta e μ_{0j} la sua parte variabile che indica di quanto l'intercetta β_{0j} relativa al gruppo j-esimo vari rispetto al valore

atteso (intercetta media); y_{10} è la pendenza media e rappresenta la parte costante della pendenza, mentre μ_{1j} è la sua parte variabile e indica di quanto il valore della pendenza β_{1j} relativa al gruppo j-esimo vari rispetto al valore atteso (pendenza media). La relazione (5.31) che viene definita equazione di primo livello rappresenta la situazione da un punto di vista micro, mentre le relazioni definite dalla (5.32) definite equazioni di secondo livello rappresentano la situazione dal punto di vista macro. Se le ipotesi di variabilità sia dell'intercetta che della pendenza rispetto al gruppo j di riferimento, si limitano solo alla variabilità dell'intercetta, allora la (5.32) diventa:

$$(5.33) \quad \begin{cases} \beta_{0j} = y_{00} + \mu_{0j} \\ \beta_{1j} = y_{10} \end{cases}$$

che sostituite nella (5.31) determinano l'equazione che rappresenta il modello a due livelli a intercetta casuale che da un punto di vista geometrico rappresenta un fascio di rette parallele:

Parte
casuale/variabile

$$(5.34) \quad y_{ij} = y_{00} + y_{10} x_{ij} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

Parte
fissa/costante

Rispetto al modello ANOVA a effetti casuali valgono le stesse condizioni sugli errori di primo e secondo livello, ma va aggiunta anche la condizione di indipendenza di tutti gli addendi nella (5.34) riferiti agli errori dalla variabile indipendente x, per cui:

$$(5.35) \quad Var(y_{ij} / x_{ij}) = \sigma^2_{\mu_0} + \sigma^2_{\varepsilon}$$

$$(5.36) \text{Cov} (y_{ij}, y_{i'j'} | x_{ij}, x_{i'j'}) \begin{cases} = 0 & \text{se } j \neq j' \\ = \sigma^2_{\mu_0} & \text{se } j = j' \end{cases}$$

Anche in questo caso la varianza che è residuale, si scompone in due componenti, una riferita alla varianza fra gruppi e un'altra riferita alla varianza interna ai gruppi; i dati riferiti a uno stesso gruppo sono correlati positivamente per cui si definisce il coefficiente di correlazione intraclasse residuale utilizzando la relazione (5.30):

$$(5.37) \text{Corr} (y_{ij}, y_{i'j'} | x_{ij}, x_{i'j'}) \rho_{\mu_0 \varepsilon} = \frac{\sigma^2_{\mu_0}}{\sigma^2_{\mu_0} + \sigma^2_{\varepsilon}} \quad \text{con } \rho \in [0,1]$$

Come anticipato nel paragrafo precedente, l'effetto di gruppo risulterà irrilevante nel caso in cui detto coefficiente risulti non significativo (molto prossimo a zero), implicando quindi in questo caso di scegliere un modello standard e non multilivello.

5.3.6 Effetti entro e tra i gruppi ed effetto di contesto come esempio di modello ANOVA a due livelli con covariate di primo livello a intercetta casuale

Utilizzando la relazione:

$$(5.34) y_{ij} = y_{00} + y_{10} x_{ij} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

The diagram shows the equation (5.34) $y_{ij} = y_{00} + y_{10} x_{ij} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$ centered between two boxes. The top box is labeled 'Parte casuale/variabile' and has a downward-pointing arrowhead at its bottom edge. The bottom box is labeled 'Parte fissa/costante' and has an upward-pointing arrowhead at its top edge.

che interpreta il modello ANOVA a due livelli con intercetta casuale e una covariata di primo livello (che spiega la variabilità della risposta), si vuole studiare la scomposizione dell'effetto y_{00} di X sulla risposta totale considerando che l'effetto della covariata di primo livello sulla risposta e quindi l'effetto della variabilità della risposta si rileva sia interno ai gruppi, che all'esterno dei gruppi. Il modello di regressione rappresentato dalla (5.34) è di tipo lineare, con y_{00} intercetta = valore costante, mentre gli altri coefficienti indicano la variazione della variabile dipendente Y in corrispondenza della variazione di una unità delle variabili esplicative X_i , con $i=1,2,\dots,k$. Per cui l'effetto esterno può essere espresso tramite la relazione seguente, in cui il valore assunto dalla risposta y_{ij} è rappresentato in modo più generico e non riferito allo specifico studente i -esimo per cui il pedice ij è sostituito da un generico $\dots j$:

$$(5.38) y_{..j} = y_{00} + \beta_{between} \bar{x}_{..j} + \mu_{0j}$$

dove il coefficiente di regressione *between* indica l'indice di variazione della media della risposta di gruppo $\bar{x}_{..j}$ in relazione dell'incremento di una unità della media di gruppo della covariata.

In relazione al modello rappresentato dalla (5.38) l'effetto interno al gruppo è, invece, rappresentato dalla relazione:

$$(5.39) y_{ij} - y_{..j} = \beta_{within} (x_{ij} - \bar{x}_{..j}) + \varepsilon_{ij}$$

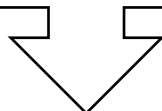
dove il coefficiente di regressione *within*, calcolato centrando la covariata rispetto alla media di gruppo, indica l'indice di variazione della risposta x_{ij} di uno studente i -esimo rispetto alla media del gruppo j -esimo di appartenenza in relazione dell'incremento dello scarto di una unità della covariata dalla propria media di risposta di gruppo. Presupponendo la contemporaneità dei due effetti interno ed esterno le due relazioni (5.38) e (5.39) si combinano nella seguente relazione:

$$(5.40) y_{ij} = y_{00} + \beta_{within} (x_{ij} - \bar{x}_{\cdot j}) + \beta_{between} \bar{x}_{\cdot j} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij} = \text{che diventa :}$$

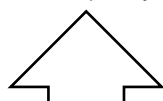
$$= y_{00} + \beta_{within} x_{ij} - \beta_{within} \bar{x}_{\cdot j} + \beta_{between} \bar{x}_{\cdot j} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij} =$$

$$y_{10\text{ BW}} = (\beta_{between} - \beta_{within})$$

rappresenta l'effetto di contesto



$$= y_{00} + \beta_{within} x_{ij} + (\beta_{between} - \beta_{within}) \bar{x}_{\cdot j} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$$



$$y_{10\text{ W}} = \beta_{within}$$

rappresenta l'effetto interno ai gruppi

Dalla (5.40) si perviene, quindi, alla seguente:

$$(5.41) y_{ij} = y_{00} + y_{10\text{ W}} x_{ij} + y_{10\text{ BW}} \bar{x}_{\cdot j} + \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

L'effetto y_{10} della (5.34) di X sulla risposta è totale, risulta quindi scomposto nei due effetti interno ed esterno e può essere rappresentato anche dal modello definito contestuale dove l'effetto di contesto è dato dalla differenza tra l'effetto tra i gruppi (esterno) e l'effetto interno ai gruppi (interno). Nel nostro caso particolare di studio sull'equità scolastica è importante verificare, quanto la composizione della classe possa influire sullo sviluppo delle competenze del singolo studente e di quanto l'“*effetto di contesto*” - di cui abbiamo parlato ampiamente nel paragrafo 3.4.4 - abbia conseguenza sul suo sviluppo personale consentendogli eventualmente anche di migliorare i propri esiti. Non a caso si parla in pedagogia di *peer-education* e *peer – tutoring* come forme di mediazione didattica sviluppata nella didattica

laboratoriale e nel cooperative – learning come metodologie per lo sviluppo di competenze sociali e disciplinari soprattutto nei casi di studenti con bisogni educativi speciali (BES) o con difficoltà in alcune discipline.

Il condizionamento dei pari, però non sempre è correlato alle performance dei singoli sia in senso positivo che negativo.

Nell'esempio seguente, infatti, si dimostra quanto appena scritto estrapolando dai dati oggetto di questo studio il caso di uno studente individuato dal codice SIDI 3486140 regolare e straniero di seconda generazione il cui percorso di performance nelle prove INVALSI di matematica, crescente nei valori di esito, è riassunto nella tabella seguente (Tav. 23)

Tav.23 - Esempio di studio longitudinale su “Effetto di contesto”

	Classe III sec. I grado a.s. 2013/14	Classe II sec. II grado a.s.2015/16	Classe V sec. II grado a.s.2018/19
Punteggi conseguiti dallo studente 3486140	148,09	159,67	167,84
Medie dei punteggi delle classi di appartenenza dello studente 3486140	204,46	180,20	176,87

e descritto dal grafico seguente (fig. 133):

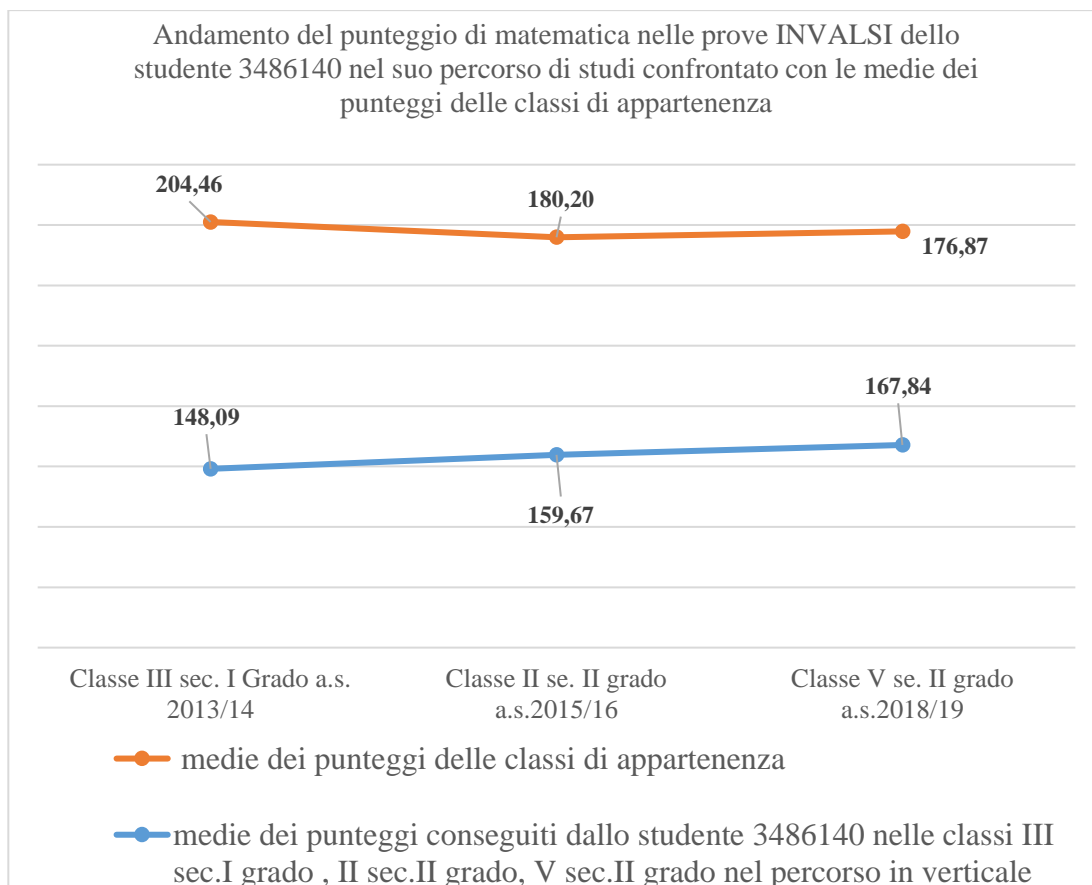


Fig. 133 – Confronto tra l'andamento del punteggio di matematica nelle prove INVALSI dello studente 3486140 nel suo percorso di studi 2013-2019 e le medie dei punteggi delle classi di appartenenza

Si è voluto studiare se ci fosse correlazione tra i punteggi conseguiti dallo studente in esame e le medie del gruppo classe di appartenenza. Ebbene il valore ρ cercato, dato dall'equazione (1.29), risulta pari a:

$$\rho = -0,95$$

che definisce una forte relazione lineare negativa tra i dati in esame, dimostrando che in questo caso i valori medi delle performance in matematica del gruppo classe di appartenenza non abbia influito sulla performance del singolo studente che invece al contrario ha conseguito nel tempo un se pur modesto miglioramento, mantenendosi comunque al di sotto della media nazionale. La correlazione negativa ci evidenzia, però, che il trend negativo delle medie delle

classi di appartenenza ha forse limitato le possibilità di miglioramento determinando quello che abbiamo definito nel medesimo paragrafo 3.4.4 “*effetto pavimento*”.

5.3.7 La procedura per la stima del valore aggiunto seguita dall’INVALSI e il modello di regressione multilevel

Il modello adottato dall’INVALSI per la stima del valore aggiunto è un modello di regressione a due livelli: studente e scuola. Nell’esempio studio affrontato in questo paragrafo, infatti, preliminarmente verranno stimati due modelli di regressione, il primo a un livello e il secondo a due livelli (studente e scuola), monitorando le variabili socio-demografiche degli alunni (ESCS, REGOLARITA’ e CITTADINANZA) e il loro livello di competenza in Matematica in ingresso, misurato dalle prove sostenute in seconda primaria a.s. 2013/14, visto che stiamo considerando di valutare gli esiti delle prove di Matematica degli alunni delle classi campione di quinta primaria (Regione Marche) riferite all’anno scolastico 2016/17. Rispetto a quest’ultimo punto si preferisce si considera poco rilevante il dato perché riferito solo a due anni di scuola e, quindi, rispetto ad altri gradi di scuola (Grado 8, 10, 13) questo parametro si preferisce non considerarlo. Sulla base dei risultati ottenuti dalla stima di detto modello a due livelli, le scuole vengono classificate in tre categorie a seconda che abbiano conseguito un valore aggiunto positivo, nullo o negativo, e cioè con riferimento alla Matematica, se conseguiranno un risultato superiore, eguale o inferiore a quello che le caratteristiche dei loro studenti facevano prevedere rispetto a questa disciplina.

Supponendo più verosimile l’omogeneità tra gli alunni di una stessa classe, dovuta a una complementarità di fattori come la formulazione in origine delle classi, ma anche a fattori di natura contestuale che agiscono nel tempo su tutti i componenti il gruppo classe, si può pensare che come dimostrato nel caso precedente descritto nel paragrafo 5.3.6 ci sia una correlazione tra i dati di performance del singolo rispetto al gruppo che, evidentemente, nel tempo ne influenza la possibilità di evoluzione sia in senso positivo che negativo. INVALSI, nei suoi

rapporti ha spesso dimostrato l'esistenza di un "effetto di composizione del gruppo", sia esso gruppo/classe o gruppo/scuola per cui il rendimento scolastico di uno studente è spesso influenzato non solo dalle sue caratteristiche individuali ma anche dal livello medio e dal maggiore o minore grado di omogeneità delle caratteristiche dei compagni (*peer effect*) [96]. A queste componenti va aggiunto anche il diverso atteggiamento didattico degli insegnanti che troppo spesso, pensando che fare scuola inclusiva significhi abbassare i traguardi di competenza dei propri allievi, adottano in maniera conscia, o anche inconscia, comportamenti adattivi e di compromesso alla situazione, che includono una scelta ridotta di contenuti e modifiche della tassonomia nelle rubriche di valutazione, piuttosto che nuove modalità di approccio didattico più laboratoriale e innovativo.

Nella Tav. 24 seguente è riportato un elenco delle variabili esplicative dei risultati degli alunni di quinta primaria prese in considerazione nel modello di stima del valore aggiunto adottato dall'INVALSI per i dati campionari:

Tav.24 - Esempio di studio - Variabili considerate per il calcolo del valore aggiunto – Dati campionari

Denominazione	Descrizione
VARIABILI DI LIVELLO 1: STUDENTE	
ESCS_i	Status socioeconomico-culturale della famiglia dello studente
GENERE	maschile; femminile
CITTADINANZA	italiano; immigrato
REGOLARITÀ	regolare; in anticipo; in ritardo
VARIABILI DI LIVELLO 2: SCUOLA	
ESCS_m	Status socioeconomico-culturale medio della scuola
NPLESSI_c	Numero di plessi della scuola
NCLASSI_c	Numero di classi della scuola

Mediante l'introduzione di dette variabili vengono definiti tre scenari di studio e stimati tre modelli differenti Modello 0, Modello 1, Modello 2 come di seguito declinati:

1) **il modello 0 o modello vuoto**, in cui non sono inserite variabili né di primo né di secondo livello. Tale modello permette di ripartire la varianza totale dei punteggi (espressi in questo caso come percentuale di punteggi maggiori e uguali al punteggio medio nazionale 200) in due componenti: la varianza tra gli alunni entro le scuole (*within*) e la varianza tra le scuole (*between*);

Esempio: Consideriamo le classi V Primaria nelle rilevazioni INVALSI di matematica anno sc. 2016/17 Classi campione – REGIONE MARCHE: N. scuole = 3, N. plessi = 4, N. classi = 5, N. studenti = 93, di cui 5 classi campione rappresentate dai seguenti codici classe: 111040140501, 111040140502, 111040090502, 111040090506, 111010010501, 111040140501 appartenenti a tre scuole 11104014, 11104009, 11101001 e 4 plessi 120811, 274864, 389393, 260273:

Tipo di variabilità	Devianze	Gradi di libertà	Varianze	Ftest
Entro le classi (within)	301115,62	$5 - 4 = 1$	$SSW/1 = 301115,62$	$F = \frac{1.599,90}{301115,62} = 0,01$
Tra le classi (entro i plessi) (Between)	4799,71	$4 - 1 = 3$	$SSB/3 = 1.599,90$	

2) **il modello 1**, in cui sono state introdotte le sole variabili di primo livello (studente). In questo caso si parla di situazione *micro*, perché riferita al singolo studiando nella prospettiva *within* (entro le classi);

3) **il modello 2** in cui sono state introdotte, in aggiunta, anche le variabili di secondo livello (scuola). In questo caso si parla di situazione *macro*, perché riferita al gruppo (cluster) studiando nella prospettiva *between* (tra le classi).

Nell'analisi della regressione semplice o bivariata (**Modello 0 o vuoto**), infatti, abbiamo una sola variabile indipendente X sulla quale “regredisce” la variabile dipendente Y, con l'ipotesi che la variabile indipendente “influenzi” la variabile dipendente. In questo modo l'analisi della regressione lineare semplice individua quella retta che permette di prevedere i punteggi nella variabile dipendente a partire da quelli della variabile indipendente mediante una “interpolazione” dell'insieme di punti (o scatterplot) definito dalla distribuzione congiunta delle due variabili [97]. Detta retta di regressione è definita dall'equazione:

$$(5.42) Y = \alpha + \beta X$$

Coefficiente angolare

Intercetta

con α che rappresenta il punto in cui la retta interseca l'asse delle ordinate e corrisponde al valore atteso di Y quando $X = 0$ e cioè quando la variabile dipendente non subisce influenza dalla variabile indipendente. Questo è il caso del punteggio nelle prove di Matematica di uno studente “ideale” che ha valori pari alla media generale. β , invece, rappresenta l'inclinazione della retta di regressione di Y su X e indica di quante unità cambia Y per una variazione unitaria della variabile indipendente X (fig. 134)

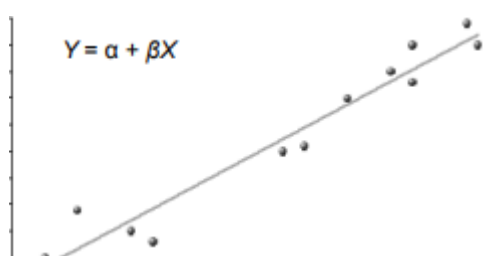


Fig. 134 – Esempio di grafico che rappresenta la regressione bivariata (o semplice) -Tratto da Metodologia della ricerca in psicologia clinica - Dott. Luca Filipponi

La linearità implica che per ogni variazione in X si determina sempre la stessa variazione di Y qualunque sia il valore di X sull'asse delle ascisse, per cui per una variazione unitaria della variabile indipendente X, Y cambierà di una quantità pari a β , qualunque sia il valore di X preso in considerazione sull'asse delle ascisse. In una relazione ideale perfetta tra X e Y, per ogni osservazione su X si avrebbe una e una sola osservazione su Y. Nella realtà le relazioni tra le variabili non sono perfette; quindi, bisogna considerare come ulteriore addendo nell'equazione di regressione un termine di errore (o residuo) per ogni caso che trasforma la (5.42) nella:

Errore o residuo

$$(5.43) Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$$

rappresentata da un grafico (fig. 135) più complesso di quello rappresentato nella fig. 134:

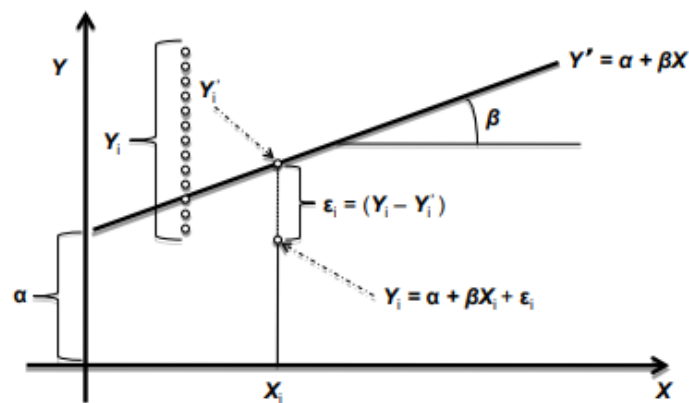


Fig. 135 – Esempio di grafico che rappresenta la regressione bivariata (o semplice) data dall'equazione (5.43)
 Tratto da Metodologia della ricerca in psicologia clinica - Dott. Luca Filipponi

Nel caso di regressione multipla, invece, essa rappresenta una generalizzazione della regressione bivariata quando le variabili indipendenti sono almeno due. In tale tipo di regressione la variabile dipendente regredisce su almeno due variabili indipendenti. In questo caso non si parla più di retta di regressione ma di piano di regressione (fig. 136 - se abbiamo due variabili indipendenti), o di iperpiano (se le variabili indipendenti sono più di due):

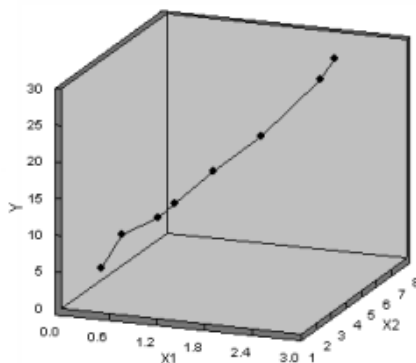


Fig. 136 – Esempio di grafico che rappresenta la regressione multipla -Tratto da Metodologia della ricerca in psicologia clinica - Dott. Luca Filipponi

In questo caso il generico coefficiente di regressione β_j esprime, sulla base del modello stimato, di quanto aumenta o diminuisce la variabile dipendente Y per ogni incremento unitario della variabile indipendente X_j .

Ritornando al nostro caso studio e in riferimento alle componenti casuali, si possono rilevare interessanti risultati soprattutto riferiti al coefficiente intraclassa ICC, che definisce la percentuale di varianza dovuta a differenze tra le scuole:

Componenti casuali			
Var. Entro le classi= varianza entro le classi nell'Istituto	301115,62		
Var. Tra = varianza tra le classi nell'Istituto	4799,71		
ICC= percentuale di varianza dovuta a differenze tra le scuole	1,57%		

$$ICC = \rho_{\mu_0\varepsilon} = \frac{\sigma^2_{\mu_0}}{\sigma^2_{\mu_0} + \sigma^2_{\varepsilon}} \quad \text{con } \rho \in [0,1]$$

$$ICC = \rho_{\mu_0\varepsilon} = \frac{4799,71}{4799,71 + 301115,62} = \frac{4799,71}{305.915,33} = 0,01568 = 1,57\%$$

dove la varianza $\sigma^2_{\mu_0}$ va identificata con la varianza tra le classi **SB²(Between)** e σ^2_{ε} con la varianza interna alle classi **SW²(Within)**. Il valore trovato indica, come anticipato nel paragrafo precedente, quale proporzione della varianza totale è attribuibile alla variazione dovuta ai gruppi e per questo motivo è anche denominato come *Variance partitioning coefficient (VPC)*.

Detto coefficiente, riferito ai dati delle classi campione Grado 5 – anno sc. 2016/17, è pari a quasi il 1,57%, per cui tale effetto, essendo molto prossimo allo zero, risulta irrilevante. Questo fa capire che in riferimento alla Regione Marche e ai dati delle prove di matematica – Grado 5, anno sc. 2016/17 la varianza dovuta a differenze tra le scuole non è stata significativa e quindi non ha determinato un apporto rilevante alla variabilità degli esiti rispetto alla media nazionale (200) e rispetto alla media generale della prova per la Regione Marche che si era attestata per i dati delle classi campione sul valore di 204,82.

5.3.8 Esempio di valutazione dell'equità di una scuola

Consideriamo, come nel paragrafo precedente, due livelli di analisi: 1° livello, studenti; 2° livello, scuole e indichiamo la variabile risposta Y definita come punteggio WLE Matematica, la variabile esplicativa di 1° livello X come punteggio medio alunni stranieri e utilizziamo un approccio delle regressioni separate, analizzando ogni scuola separatamente, ad es. con il modello di regressione lineare semplice definito dall'equazione tipo (5.43), qui riscritta nel seguente modo:

$$(5.44) Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{ij} + \varepsilon_{ij}, \text{ con } \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

In questo caso, l'utilizzo del doppio pedice (j) è giustificato dal fatto che ogni scuola del campione ha un'intercetta (media punteggio WLE Matematica) e pendenza (variazione della media punteggi scuola dalla media generale) diversi. Entrambi i fattori intercetta e pendenza sono importanti per la valutazione perché, come riportato nel grafico esplicativo di esempio (fig.137), la scuola A:

- è più efficace, in quanto i valori previsti di Y sono più elevati per tutto i valori di X;
- è anche più, in quanto c'è pendenza inferiore della retta di regressione e quindi meno variabilità intorno alla media che risulta il valore atteso.

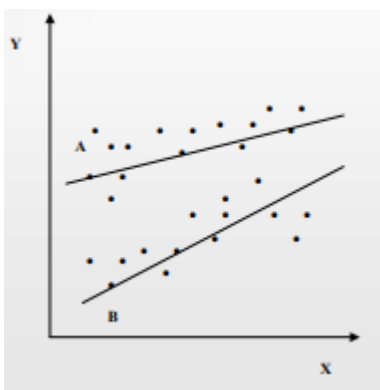


Fig. 137 -Grafico che rappresenta un esempio di valutazione delle scuole - Tratto da Corso della Scuola SIS -
Metodi statistici per la valutazione e il monitoraggio della formazione universitaria
https://local.disia.unifi.it/grilli/files/Presentations/Intro_modelli_SIS05.pdf

CONCLUSIONI

L' art. 21 della legge n. 59/1997 (riforma Bassanini) che conferiva al Governo il potere di riorganizzare il "Servizio istruzione" mediante il potenziamento dell'autonomia scolastica e il conseguente Regolamento che ne normava l'attuazione, ha visto negli anni un forte slancio alla sperimentazione didattico – educativa e apriva la stagione a numerosi cambiamenti nella scuola. Tra questi l'avvento della legge-quadro 5 febbraio 1992, n. 104 per l'assistenza, l'integrazione sociale e i diritti delle persone con disabilità volto ad assicurare nella scuola lo sviluppo delle loro potenzialità e rispondere in modo efficace e inclusivo alla complessità dei

loro bisogni educativi. Non da ultimo in questo processo di trasformazione verso una scuola più inclusiva, partecipata ed equa, veniva emanata la legge 170/2010 che dettava nuove norme in materia di disturbi specifici di apprendimento in ambito scolastico (DSA) e, di seguito, la direttiva ministeriale del 12/07/2012 che ne estendeva i benefici a tutti gli alunni BES, permettendo che anche per loro fosse possibile prevedere la predisposizione di strumenti compensativi e di misure dispensative previste dalla L.170/2010 per i DSA . Allo stesso tempo il sistema di istruzione italiano si dotava di un sistema di valutazione e monitoraggio con il Decreto legislativo 19 novembre 2004, n. 286 per l’“Istituzione del Servizio nazionale di valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione” dando luogo all’INVALSI per il quale il mandato legislativo si è realizzato più compiutamente nel Regolamento del Sistema nazionale di valutazione del 2013 con il DPR n 80. Tale DPR ha conferito all’INVALSI anche una responsabilità sociale *“di offrire dati attendibili e strumenti di lettura significativi sulla qualità dell’istruzione pubblica italiana”* [98].

I dati sulle prove INVALSI, come quelli elaborati in questo lavoro di ricerca, costituiscono una fonte preziosa di informazioni che permette una svariata gamma di analisi con diverse metodologie statistiche così come fatto in questa tesi con, ad esempio, ANOVA. Attraverso l’elaborazione dei dati, INVALSI studia da tempo l’equità del sistema scolastico italiano anche mediante l’elaborazione e calcolo del “valore aggiunto” delle scuole che gioca un ruolo decisivo nella valutazione della loro efficacia sia nell’ambito del processo di autovalutazione che in quello delle politiche pubbliche di sviluppo del sistema stesso. Il “valore aggiunto”, come più volte espresso in questa tesi esprime la capacità della scuola di determinare il delta nello sviluppo delle competenze degli studenti a prescindere delle loro condizioni di ingresso riferite al livello socioeconomico delle famiglie e del contesto di appartenenza e al patrimonio culturale e di esperienza con cui gli studenti stessi entrano a scuola. Da qui si evince il contributo significativo e il mandato istituzionale della scuola che si fa carico di essere ancora

l'unico “*ascensore sociale*”, speranza di emancipazione per chi, pur non avendo “*il vento a favore*”, decide di prendere il mare della conoscenza e addentrarsi nel mondo reale con gli strumenti necessari per poterlo interpretare e non subire.

Ebbene con questo lavoro di ricerca, basato sui dati delle rilevazioni INVALSI dal 2013/14 al 2018/19 e poi anche in riferimento all'anno post pandemia 2020/21, si è voluto fornire un quadro della situazione del sistema scolastico italiano e in particolare di quello marchigiano per descriverne i punti di forza e di debolezza rispetto a parametri di equità e invocare giuste indicazioni di policy ai decisori politici e piste di ricerca a chi, di seguito, ne desidera approfondire le domande irrisolte.

Infatti, nonostante le svariate riforme come quelle appena richiamate dell'autonomia e seguenti, il sistema non appare ancora omogeneo nell'adeguamento dei processi e strutture che spesso non assicurano standard di qualità e una dimensione di equità, dando rilievo ai fenomeni ad essa connessi, come quelli dell'abbandono, della dispersione e del basso rendimento e dell'insuccesso scolastico, che, in taluni contesti territoriali (vedi soprattutto le regioni del Sud e Isole) risultano addirittura allarmanti.

Partendo, infatti, dall'analisi delle componenti della devianza è possibile avere una chiave per interpretare i risultati delle prove standardizzate, per le quali l'equità di un sistema scolastico è tanto maggiore quanto minore è la devianza tra classi e scuole.

L'analisi della variabilità dei risultati delle prove INVALSI, infatti, fornisce una misura di quanto i risultati dei singoli studenti differiscano tra loro e dalla media. Mentre la variabilità all'interno della stessa classe è attribuibile alle differenze tra gli alunni, le altre due variabilità tra le scuole (D1) e tra le classi (D2) costituiscono gli indicatori di equità del sistema educativo e rappresentano la sua capacità di garantire agli alunni le stesse opportunità di apprendimento.

In una comparazione per aree geografiche, come rappresentato nell'esempio descritto dalla Tav. 25 seguente, e riferite a stime delle componenti della devianza relative all'anno scolastico 2018/19, è possibile rilevare il valore di incidenza per grado scolare delle componenti della devianza dei punteggi medi complessivi con riferimento alle prove di Matematica:

Tav. 25 - Stime delle componenti della devianza relative all'anno 2019 per ripartizione geografica, grado scolare e disciplina Matematica -Fonte dati Invalsi

Aree Geografiche	Grade 2			Grade 5			Grade 8			Grade 10		
	Perc. D1	Perc. D2	Perc. D3	Perc. D1	Perc. D2	Perc. D3	Perc. D1	Perc. D2	Perc. D3	Perc. D1	Perc. D2	Perc. D3
1.Nord Ovest	11,0	6,4	82,6	10,0	8,4	81,6	8,9	7,4	83,7	40,6	16,6	42,9
2.Nord Est	11,7	7,8	80,5	12,6	6,9	80,4	7,5	9,7	82,8	33,9	21,0	45,2
3. Centro Italia	12,0	8,3	79,7	12,0	11,5	76,5	10,4	6,4	83,2	43,3	5,4	51,3
4. Sud	31,2	7,8	60,9	30,8	9,3	59,9	15,3	11,0	73,7	41,5	8,7	49,8
5. Sud e Isole	22,9	11,0	66,1	27,0	14,0	58,9	16,7	20,2	63,1	32,9	21,2	46,0
Italia	17,6	7,9	74,6	19,0	8,5	72,5	16,7	5,2	78,1	48,7	4,4	46,9

Dai dati riportati in Tabella 25 si rileva, come anticipato, che la variabilità tra le scuole nel Sud e Sud Isole proprio nei gradi 2 e 5, con D1 pari rispettivamente a 31,2 e 22,9 rispetto al valore nazionale di 17,6, evidenziando un dato preoccupante per il primo ciclo d'istruzione, il cui obiettivo primario sarebbe quello di garantire a tutti pari opportunità di apprendimento come base di convergenza per conoscenze, abilità e competenze per il futuro negli studi e per la partecipazione alla vita economica e sociale. In un sistema scolastico ideale, infatti, una tale

variabilità dovrebbe essere nulla rispetto a una possibile variabilità dei risultati tra gli alunni all'interno delle classi e delle scuole, sempre supponendo un'assegnazione completamente aleatoria, indipendente dallo status sociale e dal grado di capacità di ciascuno. Purtroppo, troppo spesso, come abbiamo accennato in questa tesi, l'estrema omogeneità dei gruppi classe/scuola determinano situazioni negative di effetto di contesto come denominate "effetto pavimento". Nessuna sfida o troppa sfida all'interno del gruppo classe, la poca competizione o al contrario l'estrema competizione tra le classi di una stessa scuola determina comportamenti adattivi da parte di alunni e docenti che sono contrari a un sano "mescolamento" di intelligenze e competenze, a un saggio compromesso tra la socializzazione delle difficoltà e il contributo dei singoli al gruppo che permette l'elevazione di tutti verso obiettivi sempre più alti.

Lo studio che ha interessato questo lavoro, nella ricerca di stime per valutare in particolare l'equità del sistema scolastico marchigiano, ha considerato le metodologie di analisi e valutazione dei dati relativi alle prove standardizzate capaci di documentare la variabilità negli esiti delle prove INVALSI all'interno della classe, tra classi nel medesimo istituto e tra istituti con riguardo a parametri categoriali (Cittadinanza, regolarità, genere, ESCS) e ai dati rilevati per la Regione Marche riferite alle prove standardizzate di matematica. Durante questi tre anni di ricerca, inoltre, l'avvento della pandemia da Covid -19 ha aggiunto quesiti di ricerca in riferimento a possibili stime di equità del sistema scolastico. In riferimento, infatti, a questo specifico quesito per la regione Marche, si è rilevata una forte connessione tra percentuale di ore di didattica a distanza e bassi livelli di competenza raggiunti, rafforzando il ruolo della scuola in presenza come ambiente più adeguato e privilegiato per lo sviluppo di competenze in matematica. La DAD, infatti, ha enfatizzato le situazioni di difficoltà e criticità soprattutto laddove i supporti digitali (infrastrutture per la connettività, device) e la non adeguata preparazione di docenti e personale tecnico a gestire la didattica con metodologie innovative

e motivanti hanno determinato condizioni di non inclusività e , quindi, di pericolosa deriva verso l'iniquità.

Dagli studi anche della letteratura nazionale e internazionale si è evidenziata l'importanza istituzionale dell'ambiente scolastico come unico capace di assicurare anche agli studenti con un background depresso di poter accedere a opportunità di apprendimento, a occasioni di conoscenza e possibilità di sperimentare e sperimentarsi per crescere e sviluppare le competenze adeguate per affrontare le realtà del mondo circostante, attraverso laboratori come officine di metodo dove socializzare le difficoltà e condividere competenze. La scuola, quindi, come incubatore di creatività e trasformatore di competenze, unico capace di sintetizzare armonicamente conoscenze e abilità provenienti anche da ambiti non formali e informali.

Una scuola equa così come immaginata dal Goal 4 dell'Agenda 2030 è inclusiva e innovativa, aperta alla dimensione interculturale e persegue metodologie didattiche e di apprendimento dove l'eterogeneità dei gruppi classe rappresenta una risorsa e non un limite; è, come anche condiviso in una relazione a DIDACTA 2022, catalizzatore degli obiettivi di sviluppo di un'educazione alla sostenibilità, è funzionale allo sviluppo economico sociale del proprio Paese.

Dallo studio dei dati messi a disposizione da INVALSI è stata evidenziata una situazione molto variegata tra i territori regionali con differenze marcate tra aree geografiche in riferimento ai livelli di competenza in matematica. Rispetto alla Regione Marche che è sempre stata fra le regioni dell'area centrale che, nelle prove di Matematica, ha raggiunto sempre risultati al di sopra della media nazionale è da evidenziare come il dato sia cambiato in forza del lockdown e della Didattica a distanza. D'altra parte, correlando i dati di esito con alcuni dati di contesto, come ad esempio, l'incidenza media degli alunni stranieri di prima generazione nelle scuole, si è potuto rilevare l'esistenza di una forte correlazione positiva tra

questo dato e la percentuale di risposte corrette in Matematica, stimolando a una riflessione ancora più attenta sulla composizione delle classi.

Le aree meridionali presentano un forte variabilità nei risultati tra scuole nel primo ciclo rispetto alle aree settentrionali e centrali del Paese, determinando una prospettiva di condizioni di modesta equità per coloro che trovandosi in condizioni di privazione si trovano a frequentare scuole dove non è garantito l'accesso ad adeguate occasioni di apprendimento, determinando di fatto un ampliamento della condizione di segregazione. Tra i risultati di questo lavoro di ricerca in riferimento a parametri di studio per l'equità è stato quello riferito agli indici di debolezza scolastica, che ha evidenziato per la regione Marche e per l'anno scolastico 2010/11 un valore al di sotto del valore nazionale per entrambi i gradi scolastici considerati e la percentuale di studenti al di sotto della soglia minima, inferiore al dato medio nazionale. Interessante sarebbe approfondire, oggi, il dato studiato e riferirlo ai dati rilevati in seguito al periodo di lockdown e di didattica a distanza, per verificare se in alcuni territori e per alcune realtà, dove la mancanza di connessione, di dispositivi digitali e di altre opportunità di apprendimento domestico, si sia determinato un aumento della percentuale di studenti al di sotto della soglia minima e, quindi, un aumento della povertà educativa. I limiti di questo lavoro di ricerca, dovuti a una enorme mole di dati, all'insorgenza di situazioni non previste all'inizio dello studio (come la situazione di pandemia), desiderano configurarsi come un punto di partenza per chi vorrà approfondirne i contenuti e darne nuova anima e slancio per una ricerca in campo educativo, attenta all'esigenza di garantire una scuola di qualità a *tutti e ciascuno* così come sancito dagli art. 33 e 34 della nostra Costituzione.

Bibliografia

- [1] M. Montanari, «La promozione dell'inclusione scolastica e sociale per lo sviluppo della cultura,» *Cantiere aperto*, vol. Vol. 18 , n. n. 4, pp. pp. 389-398, novembre 2019 (.
- [2] A. Martini, «Il 'valore aggiunto' della scuola: problemi di misurazione e risultati,» *SINAPPSI - Connessioni tra ricerca e politiche pubbliche*, n. n. 3, pp. pp.17-31, 2020.
- [3] G. O. V. A. Benadusi L., *Scuole in azione tra equità e qualità - Pratiche di ricerca in Sociologia dell'Educazione*, Milano: Guerini Scientifica, 2008.
- [4] M. Demeuse, «A Set of Equity Indicators of the European Education System: A synthesis,» Örebro University- Hal Open Science, Örebro (Sweden), 2003.
- [5] L. Benadusi, «Politiche dell'educazione e sistemi di welfare,» *RPS : La Rivista delle politiche sociali : Italian journal of social policy* , vol. N. 4, pp. 13-30, Ottobre - Dicembre 2006.
- [6] R. F. O. G. Luciano Benadusi, «La questione dell'equità scolastica in Italia - Analisi delle performance in scienze dei quindicenni della scuola secondaria superiore,» *PROGRAMMA EDUCATION*, 2010.
- [7] P. F. e. R. Ricci, «Equity in school: a challenge for regional based educational systems,» Roma, 2012.
- [8] S. Amartya, *Poverty: An Ordinal Approach to Measurement*, Vol. %1 di %2Vol. 44, No. 2, Hoboken , New Jersey : Wiley, Econometric Society, 1976, pp. pp. 219-231.
- [9] S. Morlaix, «SENS's IndicatA Tool for Measuring the Equity of Educational Systems. A Comparison of European Countries,» in *Colloque AERA*, Montréal, April 2005, Mar 2005.
- [10] D. Meuret, *A System of Equity Indicators for Educational Systems*, vol. In Pursuit of Equity in Education, Dijon , France: Springer, Dordrecht, 2001, pp. Cap.5 pagg. 133-134.
- [11] INVALSI, «RAPPORTO PROVE INVALSI 2019,» INVALSI, 2019.
- [12] B. Italia, «L'economia delle Marche,» Banca d'Italia, Ancona, 2021.
- [13] E. Agenzia esecutiva europea per l'istruzione e la cultura, «Equità nell'istruzione scolastica in Europa: strutture, politiche e rendimento degli studenti,» 2020.
- [14] R. A. Johnson, *Probabilità e Statistica per Ingegneria e Scienze*, Pearson Paravia Bruno Mondadori, 2007.
- [15] M. R. Spiegel, *Statistica*, Collana Schaum, 1985.
- [16] ISTAT, «<https://www.istat.it/it/archivio/217030>,» [Online].
- [17] S. T. Massimo Baldini, *Diseguaglianza, povertà e politiche pubbliche*, Il Mulino editore, 2004.

- [18] F. Diluio, «Politica Economica (Clemif) - Esercitazione 3,» [Online]. Available: <https://www.studocu.com/it/document/universita-degli-studi-di-milano/advanced-industrial-organisation/esercitazione-3-2015-04-13-12-36-39/16301465>.
- [19] INVALSI, «SERVIZIO NAZIONALE DI VALUTAZIONE - Valutazione degli apprendimenti a.s. 2010-11,» INVALSI, 2011.
- [20] F. E. P. M. R. R. Campodifiori E., «Un indicatore di status socio-economicoculturale degli allievi della quinta primaria in Italia,» vol. N.2 , 2010.
- [21] C. T. Stephen Gorard, «A comparison of segregation indices used for assessing the socio-economic composition of schools,» 2000.
- [22] I. FONDAZIONE, «Alunni con cittadinanza non italiana. Verso l'adolescenza - Rapporto nazionale A.s. 2010/2011,» 2011.
- [23] #conibambini, «I minori stranieri nelle scuole italiane, tra disuguaglianze e diritto all'inclusione,» 3 marzo 2020. [Online]. Available: <https://www.openpolis.it/i-minori-stranieri-nelle-scuole-italiane-tra-disuguaglianze-e-diritto-allinclusione/>.
- [24] A. Martini, «Il 'valore aggiunto' della scuola: problemi di misurazione e risultati,» *SINAPPSI - Connessioni tra ricerca e politiche pubbliche*, n. n. 3, pp.17-31, 2020.
- [25] P. F. R. R. Piero Demetrio Falorsi, «Le metodologie di campionamento e scomposizione della devianza nelle rilevazioni nazionali INVALSI,» 19 Novembre 2020. [Online]. Available: https://www.youtube.com/watch?v=BOa0BgbqfQ&ab_channel=ServizioStatisticoINVALSI.
- [26] M. Desimoni, «I LIVELLI PER LA DESCRIZIONE DEGLI ESITI DELLE PROVE INVALSI,» INVALSI, 2018.
- [27] G. B. e. P. Sestito, «Questioni di Economia e Finanza - I divari territoriali nelle competenze degli studenti,» Banca d'Italia, 2021.
- [28] P. F. R. R. Pietro Demetrio Falorsi, *Le metodologie di campionamento e scomposizione della devianza nelle rilevazioni nazionali dell'INVALSI*, Roma: FrancoAngeli, 2020.
- [29] A. a. c. d. D. A. Colucci, «Varianza, deviazione standard e coefficiente di variazione: a che servono e come calcolarli con Excel, SPSS e R,» 2022 . [Online]. Available: <http://statblog.analisi-statistiche.it/2021/05/14/varianza-deviazione-standard-e-coefficiente-di-variazione-a-che-servono-e-come-calcolarli-con-excel-spss-e-r/>.
- [30] M. O. M. G. J. R. C. Y. a cura di Ina V.S. Mullis, «Quadro di riferimento di TIMSS 2011,» INVALSI - Progetto IEA TIMSS - Pubblicato per concessione della IEA, Amsterdam, 2012.
- [31] INVALSI, «RISULTATI IEA TIMSS 2019,» [Online]. Available: https://www.invalsi.it/invalsi/ri/Timss2019/index.php?page=timss2019_it_04.
- [32] O. P. E. CONIBAMBINI, «Stem, una sfida per l'Italia,» OPENPOLIS.
- [33] «PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK(DRAFT),» OECD, 2018.

- [34] M. DELL'ISTRUZIONE, «INDICAZIONI PER IL CURRICOLO,» Roma, 2007.
- [35] C. S. Giacomo Rizzolatti, *Specchi nel cervello. Come comprendiamo gli altri dall'interno*, Cortina Raffaello, 2019.
- [36] L. Palmerio, «L'indagine internazionale IEA TIMSS,» INVALSI, 2019.
- [37] «PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (DRAFT),» OECD, 2018.
- [38] INVALSI, «Indicazioni nazionali e Linee-Guida - Riferimenti normativi,» [Online]. Available: https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/LNG_IN_Riferimenti_Normativi.pdf.
- [39] «Stem, una sfida per l'Italia - Il divario di genere nelle materie Stem,» 19 giugno 2021. [Online]. Available: <https://www.openpolis.it/esercizi/il-divario-di-genere-nelle-materie-stem/>.
- [40] C. C. A. M. E. T. D. Giofrè, «A population level analysis of the gender gap in mathematics: Results on over 13 million children using the INVALSI dataset,» *Intelligence*, vol. Volume 81, 2020.
- [41] G. S. e. D. Geary, «The Gender-Equality Paradox in Science, Technology, Engineering, and Mathematics Education,» *APS*, 2019.
- [42] R. Saporiti, «La scienza e il paradosso della parità di genere,» 31 marzo 2018. [Online]. Available: <https://www.infodata.ilsole24ore.com/2018/03/31/la-scienza-paradosso-della-parita-genere/>.
- [43] INVALSI, «Rapporto Prove INVALSI 2019,» Roma, 2019.
- [44] INVALSI, «Rilevazioni Nazionali degli apprendimenti 2016-17,» 2017.
- [45] Inapp, «Indagine sul fenomeno della dispersione formativa: presidio e studio preliminare,» Luglio 2018.
- [46] M. -. D. -. U. G. P. i. e. Statistica, «La dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 aa.ss. 2018/2019 - 2019/2020,» Maggio 2021.
- [47] M. G. D. S. Carla Borrini, «GLI ALUNNI CON CITTADINANZA NON ITALIANA ANNO SC. 2018/19,» 2020.
- [48] L. S. Vygotskij, *Pensiero e linguaggio. Ricerche psicologiche*, Laterza, 2008.
- [49] OECD, «PISA 2012 Technical Report,» 2012.
- [50] OECD, «OECD Multilingual Summaries Education at a Glance 2018 OECD Indicators,» 2018. [Online]. Available: <https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/ba93c9aa-it.pdf?expires=1647346035&id=id&accname=guest&checksum=F5D59F2324A99AF38FB2E79C797D9854>.
- [51] INVALSIOPEN, «Speciale Rapporto INVALSI 2019 - La relazione tra risultati e indicatore ESCS,» [Online]. Available: <https://www.invalsiopen.it/rapporto-invalsi-2019-indicatore-escs/>.

- [52] M. ISTRUZIONE, Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, LE MONNIER, 2012.
- [53] I. Santoni, «INDICAZIONI NAZIONALI - LINEE GUIDA PER TUTTI GLI ORDINI E GRADI DI ISTRUZIONE,» [Online]. Available: http://www.e-santoni.org/Linee_guida/.
- [54] OECD, «Education at a Glance 2018 - OECD INDICATORS,» 2018.
- [55] A. B. Giovanni Maria Semeraro, «Uno sguardo sull'Istruzione 2019,» 2019. [Online]. Available: https://www.oecd.org/education/education-at-a-glance/EAG2019_CN_ITA_Italian.pdf.
- [56] I. OPEN, «L'effetto scuola,» [Online]. Available: <https://www.invalsiopen.it/risultati/effetto-scuola-prove-nazionali/>.
- [57] R. Ricci, «La misurazione del valore aggiunto nella scuola,» dicembre 2008.
- [58] A. L. G. Carmina Laura Giovanna Pinto, «20. I dati INVALSI come strumento per sostenere l'innovazione e il miglioramento nei progetti per le aree a rischio,» FrancoAngeli, 2021.
- [59] H. E. & R. Margaret, «Improving educational quality: How best to evaluate our schools?,» 2002.
- [60] G. Cannella, «La progettazione dell'ambiente di apprendimento: dallo spazio al luogo,» 29 novembre 2006. [Online]. Available: <https://www.indire.it/2006/11/29/lecosistema-educativo-a-scuola/>.
- [61] U. Bronfenbrenner, Ecologia dello sviluppo umano, Il Mulino , 2002.
- [62] M. A. Z. Roberta Renati, Il clima positivo in classe. Uno strumento per promuovere il cambiamento, PSICOLOGIA e scuola, 2009.
- [63] INVALSI, «RILEVAZIONI NAZIONALI DEGLI APPRENDIMENTI 2013-14,» 2014.
- [64] INVALSI, «Rilevazioni nazionali degli apprendimenti 2014-15,» 2015.
- [65] INVALSI, «Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2015-16,» 2016.
- [66] INVALSI, «Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2017-18,» 2018.
- [67] F. ISMU, «Ventiquattresimo Rapporto sulle Migrazioni 2018,» FrancoAngeli.
- [68] M. dell'Istruzione, «Nota prot. 388 del 17 marzo 2020».
- [69] S. T. CHILDREN, «Riscriviamo il futuro – Rapporto sui primi sei mesi di attività “Dove sono gli adolescenti? La voce degli studenti inascoltati nella crisi”,» 2021.
- [70] INVALSI, «Rilevazioni nazionali degli apprendimenti 2020/21,» 2021.
- [71] I. – A. 1. R. Nazionali, «L'impatto del Coronavirus sulla povertà educativa,» [Online]. Available: <https://www.invalsiopen.it/impatto-coronavirus-poverta-educativa/>.
- [72] U. Nation, «Policy Brief: Education during Covid 19 and beyond,» 2020.

- [73] J. Di Pietro G. Biagi F. Costa P. Karpiński Z. Mazza, «TECHICAL REPORT “The likely impact of COVID-19 on education: Reflections based on the existing literature and recent international datasets,» European Union, 2020.
- [74] I. OPEN, «I risultati 2021 nelle Marche,» 2021. [Online]. Available: <https://www.invalsiopen.it/risultati/mappa-risultati-invalsi-2021/i-risultati-2021-nelle-marche/>.
- [75] S. T. CHILDREN, «Coronavirus: in alcune città italiane studenti in aula meno della metà del tempo previsto dall’anno scolastico, nel mondo persi 112 miliardi di giorni di scuola,» marzo 2021. [Online]. Available: <https://www.savethechildren.it/press/coronavirus-alcune-citt%C3%A0-italiane-studenti-aula-meno-della-met%C3%A0-del-tempo-previsto-dall%E2%80%99anno#:~:text=Nel%20corrente%20anno%20scolastico%2C%20da,i%20112%20giorni%20in%20calendario..>
- [76] R. Ricci, «La dispersione scolastica implicita,» ottobre 2019. [Online]. Available: https://www.invalsiopen.it/wp-content/uploads/2019/10/Editoriale1_ladispersionescolasticaimplicita.pdf.
- [77] ISTAT, «CICLO DI AUDIZIONI SUL TEMA DELLA DISPERSIONE SCOLASTICA,» [Online]. Available: <https://www.istat.it/it/archivio/259206>.
- [78] A. p. I. e. I. formazione. [Online]. Available: https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Early_leavers_from_education_and_training.
- [79] M. -. D. -. U. G. P. i. e. Statistica, «La dispersione scolastica aa.ss. 2017/2018 - 2018/2019 aa.ss. 2018/2019 - 2019/2020,» 2020.
- [80] M. Analysis, T. Snijders r. Bosker, Sage, 2012.
- [81] UNIBG, «Analisi della varianza,» [Online]. Available: <http://www00.unibg.it/dati/corsi/64023/73447-Analisi%20della%20varianza.pdf>.
- [82] M. Gallucci, «Assunzioni,» [Online]. Available: https://elearning.unimib.it/pluginfile.php/531183/mod_resource/content/3/Lezione10.pdf.
- [83] S. Berti, «L'Analisi della Varianza ANOVA,» [Online]. Available: <https://slideplayer.it/slide/193673/>.
- [84] <https://www.unirc.it/>, «La statistica nella ricerca scientifica,» [Online]. Available: https://www.unirc.it/documentazione/formazione/materiale/Lezione_4.pdf.
- [85] L. M. S. -. M. T. T. -. S. F. Marseken, Ordinary Least Squares: Linear Regression, Linear Least Squares, Standard Error, Generalized Least Squares, Maximum Likelihood Estimator, L. M. S. -. M. T. T. -. S. F. Marseken, A cura di, Betascript Publishing, 2010.
- [86] wikipedia, «Ordinary least squares,» [Online]. Available: <https://www.immagic.com/eLibrary/ARCHIVES/GENERAL/WIKIPEDI/W1205290.pdf>.
- [87] H. Joop, Tecniche e applicazioni di analisi multilivello, Lawrence Erlbaum Associates , 2002.

- [88] J. d. L. -. E. Meijer, *Introduzione all'analisi multilivello*, M. d. a. multilivello, A cura di, New York: Springer, 2008, pp. 1-75.
- [89] T. S. -. R. Bosker, *Multilevel Analysis: An Introduction To Basic And Advanced Multilevel Modeling*, SAGE Publications Ltd, 2011.
- [90] G. G. -. N. Orsini, «MODELLI LINEARI AD INTERCETTA CASUALE, STIMATORI E VALUTAZIONE DI SISTEMI FORMATIVI,» *STATISTICA*, anno LXII, n. 4, 2002.
- [91] P. Recchia, *Valutazione del sistema scolastico italiano: un'analisi multilivello sui risultati delle prove INVALSI*, 2015.
- [92] Soliani, «L'ANALISI GERARCHICA E LE COMPONENTI DELLA VARIANZA,» [Online]. Available: <http://www.dsa.unipr.it/soliani/capu14.pdf>.
- [93] B. O. M. e. A. Satorra, *Dati di esempio complessi nella modellazione di equazioni strutturali*, vol. vol. 25 , American Sociological Association, 1995, pp. pp. 267-316.
- [94] S. Publication, «Introduction to multilevel modeling,» [Online]. Available: https://us.sagepub.com/sites/default/files/upm-assets/105311_book_item_105311.pdf.
- [95] M. N. Ruscone, *Modelli gerarchici: aspetti metodologici e ambiti di applicazione*, 2011.
- [96] INVALSI, «Rilevazioni Nazionali sugli Apprendimenti 2016-17,» 2017.
- [97] D. L. Filippini, *Metodologia della ricerca in psicologia*.
- [98] INVALSI, «Documento di Visione Strategica Decennale 2017-2026,» 2017.
- [99] D. S. M. e. N. A. Denton, «The Dimensions of Residential Segregation,» pp. pp. 281-315, dicembre 1988.
- [10] S. F. J. a. T. C. Gorard, «School choice impacts: what do we know?,» *Educational Researcher*, 0] pp. pp. 18-23, Ottobre 2001.
- [10] I. -. ISTAT, «Le metodologie di campionamento e scomposizione della devianza nelle 1] rilevazioni nazionali INVALSI,» 2019. [Online]. Available: https://www.youtube.com/watch?v=BOa0BgkbfQ&ab_channel=ServizioStatisticoINVALSI.
- [10] M. W. Bauer, «Why Europe's girls aren't studying STEM,» MICROSOFT, Milano, 2018. 2]
- [10] D. Bottoli, *CONFRONTO TRA DIVERSI TIPI DI TEST DI NORMALITA', UNO STUDIO TRAMITE 3] METODO MONTECARLO*, 2014.
- [10] G. G. -. N. Orsini, «MODELLI LINEARI AD INTERCETTA CASUALE, STIMATORI E VALUTAZIONE DI 4] SISTEMI FORMATIVI,» *STATISTICA*, anno LXII, n. 4, 2002.
- [10] S. Luisa, «Funzioni di regressione non lineari,» 2020. [Online]. Available: 5] <https://docenti.unimc.it/luisa.scaccia/teaching/2019/21897/files/lucidi-lezioni/lezione-8>.

